Письма в ЖЭТФ, том 101, вып. 10, с. 761 – 765 © 2015 г. 25 мая

Эффективный показатель преломления двумерного поликристалла

Е. М. Аверьянов[1)]

Институт физики им. Киренского СО РАН, 660036 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 17 марта 2015 г.

После переработки 13 апреля 2015 г.

Установлена связь эффективного показателя преломления $n^* = \sqrt{n_1 n_2}$ двумерной поликристаллической пленки диэлектрика в области прозрачности с показателями преломления $n_{1,2}$ кристаллитов при положении осей $1, 2$ эллипсоидов рефракции кристаллитов в плоскости пленки. Эта связь и соотношение $L^* = (L_1 + L_2)/2$ между компонентами тензоров Лорентца для пленки и кристаллитов подтверждены сравнением с данными эксперимента для пленок сопряженного полимера с одноосными доменами.

DOI: 10.7868/S0370274X15100069

1. Используемые в оптоэлектронике тонкие пленки сопряженных полимеров [1–3] и их олигомеров [4, 5], сегнетоэлектрических полимеров [6] и органических молекулярных полупроводников [7, 8] на изотропных подложках являются одноосными поликристаллами. Их оптическая ось $\mathbf{n}$ перпендикулярна плоскости пленки и параллельна осям 3 эллипсоидов рефракции кристаллитов при хаотичном распределении осей $1, 2$ кристаллитов в плоскости пленки. В зависимости от технологии получения пленок размер a кристаллитов варьируется от десятков [1, 2, 7, 8] и сотен [4, 6] нанометров до микрон [3–5]. Для световых волн с длиной $\lambda \gg a$, волновым вектором $\mathbf{k}^* \perp \mathbf{n}$ и поляризацией $\mathbf{E} \perp \mathbf{n}$ такие пленки в области прозрачности являются двумерными композитными средами с эффективной диэлектрической проницаемостью ε^*. Для волн с $\mathbf{E} \| \mathbf{n}$ имеем $\varepsilon_\| = \varepsilon_3$. Показатели преломления $n_\| = n_3$, $n^* = \sqrt{\varepsilon^*}$ важны для контроля морфологии, локальной структуры и физических свойств пленок [6, 7, 9], исследования особенностей локального поля [10, 11], анизотропии межчастичных взаимодействий [12] и микроскопической природы этих объектов. Однако вопрос о связи $n^*(n_{1,2})$ в оптической области до сих пор оставался открытым.

Формула для эффективной статической диэлектрической проницаемости ε^*_{st} получается из выражения для эффективной электрической проводимости двумерного поликристалла [13]:

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2}, \tag{1}$$

при замене $\sigma^* \to \varepsilon^*_{st}$, $\sigma_i \to \varepsilon_{i(st)}$. Здесь $\sigma_{1,2}$ – главные компоненты тензора проводимости кристаллита. При обилии последующих работ с выводом формулы (1) в рамках различных теоретических подходов [14–16] и иерархических моделей поликристалла [17–19] экспериментальные проверки этой формулы и ее аналога для ε^*_{st} отсутствуют.

Целями настоящей работы являются установление соотношений $\varepsilon^*(\varepsilon_{1,2})$, $n^*(n_{1,2})$ и ограничений на ε^*, n^* для двумерной поликристаллической пленки в оптической области прозрачности, сравнение этих соотношений, а также полученной ранее связи $L^*(L_{1,2})$ между компонентами тензора Лорентца для пленки и кристаллитов [12] с данными эксперимента для квазидвумерных пленок сопряженных полимеров с одноосными доменами.

2. Рассмотрим поликристаллическую пленку, состоящую из статистически эквивалентных кристаллитов, у которых оси $1, 2$ эллипсоидов рефракции хаотично ориентированы в плоскости пленки. Для световой волны с $\lambda \gg a$, амплитудой $\mathbf{E} \perp \mathbf{n}$ и $\mathbf{k}^* \perp \mathbf{n}$ величина $\mathbf{E}$ дается выражением $\mathbf{E} = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle$, где треугольные скобки означают усреднение по площади пленки. Амплитуда $\mathbf{D} = \langle \mathbf{D}(\mathbf{r}) \rangle$ вектора электрической индукции связана с $\mathbf{E}$ выражением

$$\mathbf{D} = \varepsilon^* \mathbf{E}. \tag{2}$$

В пределах отдельного кристаллита, положение которого фиксируется вектором $\mathbf{r}_c$, разложим векторы $\mathbf{D}(\mathbf{r}_c) = \mathbf{D}_l(\mathbf{r}_c) + \mathbf{D}_t(\mathbf{r}_c)$ и $\mathbf{E}(\mathbf{r}_c) = \mathbf{E}_l(\mathbf{r}_c) + \mathbf{E}_t(\mathbf{r}_c)$ на продольные и поперечные компоненты относительно направления $\mathbf{k}^*$. Вследствие поперечности волны имеем $\langle \mathbf{D}_l(\mathbf{r}_c) \rangle = \langle \mathbf{E}_l(\mathbf{r}_c) \rangle = 0$. Далее учтем связь $\mathbf{D}_t(\mathbf{r}_c) = \varepsilon_e(\mathbf{r}_c)\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_c)$, где $\varepsilon_e(\mathbf{r}_c)$ – диэлектрическая проницаемость кристаллита для необыкновенной волны с волновым вектором $\mathbf{k}(\mathbf{r}_c) \| \mathbf{k}^*$. Используя представления $\mathbf{D}_t(\mathbf{r}_c) = \mathbf{D} + \delta\mathbf{D}_t(\mathbf{r}_c)$, $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_c) = \mathbf{E} + \delta\mathbf{E}_t(\mathbf{r}_c)$ и учитывая

[1)] e-mail: aver@iph.krasn.ru

что $\langle \delta \mathbf{D}_t(\mathbf{r}_c)\rangle = \langle \varepsilon_e(\mathbf{r}_c)\delta \mathbf{E}_t(\mathbf{r}_c)\rangle = 0$, получаем $\mathbf{D} = \langle \varepsilon_e(\mathbf{r}_c)\rangle \mathbf{E}$. Сравнение этого выражения с (2) дает

$$\varepsilon^* = \langle \varepsilon_e(\mathbf{r}_c)\rangle. \qquad (3)$$

Ориентация кристаллита в плоскости пленки фиксируется углом θ между осью 1 эллипсоида рефракции кристаллита и направлением $\mathbf{k}^*$. При изотропной функции распределения $\rho(\theta)$ кристаллитов с одинаковой в среднем площадью формулу (3) можно записать в эквивалентной форме:

$$\varepsilon^* = (2/\pi)\int_0^{\pi/2} \varepsilon_e(\theta) d\theta. \qquad (4)$$

Подставляя сюда выражение [20]

$$\varepsilon_e(\theta) = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1 \cos^2\theta + \varepsilon_2 \sin^2\theta}, \qquad (5)$$

получаем искомые соотношения:

$$\varepsilon^* = \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2}, \qquad n^* = \sqrt{n_1 n_2}. \qquad (6)$$

Вследствие привязки к осям эллипсоида рефракции, а не кристаллографическим осям кристаллитов выражения (6) не зависят от симметрии кристалла. Макроскопические соотношения (6) не зависят также и от особенностей расположения структурных элементов в элементарной ячейке кристаллитов. Неравенства $\langle \varepsilon_e(\theta)\rangle \geq \langle \varepsilon_e^{-1}(\theta)\rangle^{-1}$ и $2\sqrt{a_1 a_2} \leq a_1 + a_2$ для $a_{1,2} > 0$ устанавливают ограничения на ε^* снизу и сверху. В результате имеем

$$B_l = \frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2} \leq \varepsilon^* \leq \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2} = B_u \qquad (7)$$

и $\varepsilon^* = \sqrt{B_l B_u}$. Значение n^* заключено в пределах

$$b_l \leq n^* \leq b_u, \qquad (8)$$

где $b_{l(u)} = \sqrt{B_{l(u)}}$ и $n^* = \sqrt{b_l b_u}$. Интервалы $\triangle B = B_u - B_l = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2/[2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)]$ и $\triangle b = b_u - b_l = \triangle B/(b_u + b_l)$ существенно зависят от λ. Если дипольный момент перехода для длинноволновой полосы электронного поглощения кристаллита ориентирован вдоль одной из осей $i = 1, 2$ эллипсоида рефракции кристаллита, то приближение λ к этой полосе поглощения с максимумом λ_i будет сопровождаться резонансным ростом разности $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ и величин $\triangle B$, $\triangle b$.

Выражение (6) для ε^* можно представить в виде уравнения

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_1 + \varepsilon^*} + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2 + \varepsilon^*} = 0, \qquad (9)$$

форма которого отвечает теории эффективной двумерной среды, состоящей из дискообразных кристаллитов. Это совпадение точной формулы (6), не зависящей от формы кристаллитов, с результатом теории эффективной среды является случайным следствием приближений, лежащих в основе данной теории, и предположения о дискообразной форме кристаллитов. Учет (9) и результатов теории эффективной среды для трехмерных поликристаллов со сферическими кристаллитами [15, 21, 22] позволяет записать общее для этих случаев уравнение

$$\sum_{i=1}^{D} \frac{\varepsilon_i - \varepsilon^*}{\varepsilon_i + (D-1)\varepsilon^*} = 0 \qquad (10)$$

на эффективную диэлектрическую проницаемость ε^* D-мерного поликристалла с оптически анизотропными кристаллитами в форме D-мерных сфер.

3. Кроме условий применимости выражений (6), для их экспериментальной проверки необходимо выполнение ряда требований: достаточно плавное изменение $\varepsilon(\mathbf{r})$ на границах кристаллитов для минимизации эффектов рассеяния на этих границах; предпочтительная одноосность кристаллитов с их оптическими осями 1, параллельными плоскости пленки, для фиксации осей 1, 2 кристаллитов в этой плоскости; наличие значений $n_{1,2}$ для монокристаллических образцов и их независимость от размера кристаллита. В большей степени этим требованиям удовлетворяют монокристаллические (монодоменные) и поликристаллические (полидоменные) пленки сопряженных полимеров.

Макромолекулы этих полимеров состоят из совокупности линейных фрагментов – конформационных субъединиц (КС) [23], которые отличаются ориентацией и числом входящих в них мономерных звеньев, связанных π-электронным сопряжением. Для монодоменной одноосной пленки сопряженного полимера на ориентирующей подложке оптическая ось 1 параллельна плоскости пленки, а КС имеют аксиальную (A) ориентацию относительно оси 1. Пленка характеризуется показателями преломления $n_{eA} = n_1$ и $n_{oA} = n_2 = n_3$. Для полидоменной пленки сопряженного полимера, полученной методом центрифугирования [9], ориентация КС является плоскостной (P), а оптическая ось $\mathbf{n}$ перпендикулярна плоскости пленки. Методом эллипсометрии измеряются необыкновенный ($n_{eP} = n_\parallel$) и эффективный обыкновенный ($n_{oP} = n^*$) показатели преломления пленки. Если влияние межмолекулярных взаимодействий на локальную структуру и оптические свойства доменов является определяющим по сравнению с влиянием ориентирующей подложки, то должны выполняться соотношение $n_{oA} = n_{eP}$ и следующий аналог формулы (6) для одноосных доменов:

$$n^* = \sqrt{n_{eA} n_{oA}} = n_{oP}. \tag{11}$$

Другим следствием поликристалличности двумерной пленки является связь [12]

$$L^* = (L_1 + L_2)/2 \tag{12}$$

между компонентами тензоров Лорентца L^*, L_i ($i = 1, 2, 3$) для пленки и кристаллита. Величины L^*, L_i определяют компоненты $f^* = 1 + L^*(\varepsilon^* - 1)$, $f_i = 1 + L_i(\varepsilon_i - 1)$ тензоров локального поля для пленки и кристаллита. Эти компоненты связывают локальные поля $E^*_{\mathtt{loc}} = f^* E$, $E_i^{(\mathtt{loc})} = f_i E_i$ для пленки и кристаллита с макроскопическими полями E, E_i для них же. Для света с поляризацией $\mathbf{E} \| \mathbf{n}$ при $\varepsilon_\| = \varepsilon_3$ имеем $E_\| = E_3$ и $L_\| = L_3$. Связь (12) является следствием равенства $\varepsilon_\| = \varepsilon_3$ [12].

Для одноосных кристаллитов с оптическими осями 1, параллельными плоскости пленки, и $L_{2A} = L_{3A} = [1 - L_{1A}]/2$ из (12) следует

$$L^* = [1 - L_{2A}]/2 = L_{\perp P}, \tag{13}$$

где компонента $L_{\perp P}$ для пленки отвечает поляризации световой волны $\mathbf{E} \perp \mathbf{n}$. Формула (13) является следствием равенства $n_{oA} = n_{eP} = n_\|$, что устанавливает связь формул (11), (13). Значения L_{2A} ограничены интервалом $1/3 \le L_{2A} < 1/2$ [10, 11], где недостижимая верхняя граница соответствует монодоменным одноосным пленкам сопряженных полимеров с ориентацией всех КС полимерной цепи вдоль оптической оси 1 и металлической проводимостью цепи в этом направлении при отсутствии проводимости в перпендикулярных направлениях. Значения L^* заключены в интервале $1/4 < L^* \le 1/3$, где наличие нижней границы отвечает блокировке проводимости двумерного поликристалла при стремлении к нулю одного из значений $\sigma_{1,2}$ в формуле (1) [21]. Поскольку входящие в выражения (11), (13) величины относятся к осям эллипсоидов рефракции пленки и кристаллитов (доменов), данные выражения (в условиях их применимости) не зависят от деталей структуры полимеров, ориентации осей их КС и других структурных особенностей пленок.

Среди сопряженных полимеров имеются два объекта (PFO [24, 25] и PF2/6 [26]) с известными значениями $n_{j(A,P)}(\lambda)$ ($j = e, o$) в видимой области прозрачности, измеренными методом эллипсометрии [25, 26], и известными величинами $L_{1,2(A)}$ и $L_{\perp P}$ [10, 11], полученными из этих данных. Структурные формулы мономерных звеньев для данных жесткоцепных полимеров представлены на рис. 1. Макромолекулы PFO [25] с контурной длиной $l_c \approx$

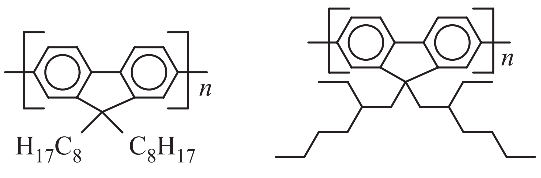

Рис. 1. Структурные формулы мономеров для полимеров PFO и PF2/6

≈ 96 нм включали в среднем 116 мономеров и имели КС средней длины $\xi \approx 10$ нм, близкой к персистентной длине $l_p \approx 8.6$ нм [24]. Стержнеобразные молекулы PF2/6 длиной $l_c \approx 2l_p$ нм включали 20 мономеров [26]. Оба полимера могут существовать в термотропной нематической, стеклообразной и кристаллической фазах [2, 24]. Однако наличие последней возможно при молекулярном весе $M_n > M_n^* \approx 10$ кг/моль [2]. Соотношение $M_n^* > M_n = 7.6$ кг/моль для полимера PF2/6 [26] исключало для него эту фазу.

Одноосные монодоменные пленки PFO (PF2/6) на натертой полиимидной подложке с нематической ориентационной упорядоченностью КС (молекул) толщиной $d = 100$ нм [25] (51 нм [26]) и площадью порядка см^2 были получены переводом термотропной нематической фазы в стеклообразное состояние при быстром охлаждении. Для полидоменных пленок PFO (PF2/6) с плоскостной ориентацией КС и $d = 48$ нм [25] (46 нм [26]) средний размер доменов $a \approx 30$ нм ($a < 10$ нм) [2] типичен для полученных центрифугированием пленок полифлуоренов и других сопряженных полимеров [1]. Отсутствие кристаллической фазы (кристаллитов) в монодоменных и полидоменных пленках PFO и PF2/6 [25, 26] проявлялось в отсутствии характерной для данной фазы полосы поглощения с $\lambda_{\max} \approx 425$ нм на крыле длинноволновой полосы электронного поглощения [24]. Морфология пленок PF2/6 [26] с плоскостной ориентацией молекул и $l_p \approx a < l_c$ соответствовала промежуточному состоянию между полидоменной структурой с хаотично ориентированными нематическими доменами, оптические оси которых лежат в плоскости пленки, и монодоменным однородным состоянием с хаотичным распределением молекулярных осей в плоскости пленки.

На рис. 2 приведены показатели преломления $n_{j(A,P)}(\lambda_k)$ для пяти значений λ_k в видимой об-

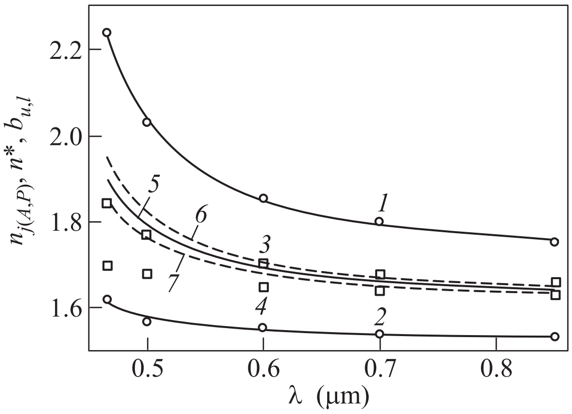

Рис. 2. Дисперсионные зависимости показателей преломления n_{eA} (*1*), n_{oA} (*2*), n_{oP} (*3*), n_{eP} (*4*), n^* (*5*) и граничных значений b_u (*6*), b_l (*7*) в формуле (8) для пленок полимера PFO. Сплошные линии *1*, *2* – аппроксимации функцией (14)

ласти прозрачности пленок PFO, полученные из графических зависимостей $n_{j(A,P)}(\lambda)$ [25]. Значения $n_{j(A,P)}(\lambda_k)$ хорошо аппроксимируются функцией [27]

$$n_j(\lambda) = n_{0j} + G_j\lambda^2\lambda_j^2/(\lambda^2 - \lambda_j^2), \tag{14}$$

где величина λ_j отвечает максимуму изолированной длинноволновой полосы электронного поглощения пленки PFO, значение G_j пропорционально интегральному коэффициенту поглощения пленки в пределах этой полосы, а вклад n_{0j} обусловлен более коротковолновыми переходами. Соотношение $G_{eA} \gg \gg G_{oA}$ отражает поляризацию полосы поглощения вдоль оптической оси пленки и обеспечивает сильную дисперсию $n_{eA}(\lambda)$. Полученное из аппроксимации (14) значение $\lambda_{eA} = 0.406 \pm 0.005$ мкм совпадает с экспериментальным, $\lambda_{eA} = 0.402 \pm 0.005$ мкм [25]. Функции $n_{jA}(\lambda)$ (14) использовались для расчета зависимостей $n^*(\lambda)$ и $b_{u,l}(\lambda)$, приведенных на рисунке. Из него следует, что соотношение (11) выполняется во всей видимой области в пределах точности $\delta n_{oP} \approx 0.03$ [25]. С уменьшением λ и приближением к λ_{eA} наблюдается отмеченное выше резонасное возрастание ширины $\triangle b$ интервала (8) от 0.01 до 0.1. При этом значения $n_{oP}(\lambda_k)$ монотонно смещаются от верхней к нижней границе интервала (8), что обусловлено соотношением $\lambda_{eA} > \lambda_{oP} = 0.389 \pm 0.009$ мкм (экспериментальное значение $\lambda_{oP} = 0.385 \pm 0.005$ мкм [25]) и менее сильной дисперсией $n_{oP}(\lambda)$ в сравнении с $n_{eA}(\lambda)$ и $b_{l,u}(\lambda)$.

Как видно из рисунка, $n_{eP} - n_{oA} \approx 0.1$ при всех λ_k, что отвечает более высокой ориентационной упорядоченности КС полимера в монодоменной пленке на ориентирущей подложке, чем в полидоменной пленке на изотропной подложке. Однако это различие не является критическим для выполнения соотношения (13). Подстановка в формулу (13) значения $L_{2A} = 0.4530 \pm 0.0002$ [11], полученного из приведенных на рис. 2 значений $n_{jA}(\lambda_k)$, дает величину $L^* = = 0.274$. Она совпадает с величиной $L_{\perp P} = 0.270 \pm \pm 0.007$ [11], полученной из значений $n_{jP}(\lambda_k)$. Таким образом, для пленок PFO соотношения (11), (13) выполняются.

В видимой области прозрачности пленок PF2/6 с плоскостной ориентацией макромолекул [26] более высокое значение $n_{eP} - n_{oA} \approx 0.15$ проявляется в различии $n_{oP} > b_u$, превышающем экспериментальную погрешность δn_{oP}. Подстановка значения $L_{2A} = = 0.472 \pm 0.006$ [11] в формулу (13) дает величину $L^* = 0.264$, которая выше экспериментального значения $L_{\perp P} = 0.220 \pm 0.020$ [11]. Для пленок PF2/6 правые равенства соотношений (11), (13) не выполняются.

Соотношение $L_{\perp P} < 1/4$ справедливо также для полидоменных (поликристаллических) пленок многих других известных сопряженных полимеров с плоскостной ориентацией макромолекул [10, 11]. Это может свидетельствовать о деблокировке проводимости данных пленок с уменьшением размеров кристаллитов и повышением проводимости межкристаллитных областей. В отличие от низкомолекулярных поликристаллов [4, 5, 7, 8] для пленок сопряженных полимеров аморфные межкристаллитные области включают срединные части макромолекул, концы которых расположены в соседних кристаллитах [1]. Это обеспечивает π-электронное сопряжение соседних кристаллитов и деблокировку проводимости в межкристаллитных областях. На необходимость учета проводимости межкристаллитных аморфных областей в объемных поликристаллах сопряженных полимеров указывалось ранее [28] при описании электрических и спектральных свойств этих объектов в рамках теории эффективной среды. Соотношение $L_{\perp P} < 1/4$ является независимым подтверждением этого для двумерных полидоменных (поликристаллических) пленок сопряженных полимеров с плоскостной ориентацией макромолекул.

4. Таким образом, соотношения (6)–(8), (11) решают проблему связи $n^*(n_{1,2})$ в оптической области для двумерного поликристалла. Подтверждение этих соотношений для полидоменных пленок сопряженного полимера PFO отвечает на важный в практическом отношении вопрос о взаимосвязи значений $n_{j(A)}$ и $n_{j(P)}$ для пленок с аксиальной (A) и плоскостной (P) ориентациями макромолекул [9, 25, 26]. В отличие от статических значений σ^* и ε^*_{st} допустимые интервалы изменения величин $\varepsilon^*(\lambda)$, $n^*(\lambda)$ в оптической области прозрачности существенно зависят от λ и изменяются резонансным образом вблизи поляризованных полос поглощения поликристалла. Связь (13), подтвержденная для пленок полимера PFO, служит дополнительным к формулам (6)–(8), (11) критерием полидоменности пленок. Ограничение $1/4 < L^*$ соответствует блокировке проводимости двумерного поликристалла при стремлении к нулю одного из значений $\sigma_{1,2}$ в формуле (1) [21]. Нарушение правых равенств в формулах (11), (13) для пленок сопряженных полимеров может служить индикатором аморфизации межкристаллитных областей, а соотношение $L_{\perp P} < 1/4$ указывает на характерную для этих объектов деблокировку проводимости поликристалла при аморфизации межкристаллитных областей.

1. S. Y. Yang, F. Hide, M. A. Diaz-Garcia, A. J. Heeger, and Y. Cao, Polymer **39**, 2299 (1998).
2. M. Knaapila, R. Stepanyan, B. P. Lyons, M. Torkkeli, and A. P. Monkman, Adv. Funct. Mater. **16**, 599 (2006).
3. B. Watts, T. Schuettfort, and C. R. McNeill, Adv. Funct. Mater. **21**, 1122 (2011).
4. A. J. Lovinger and L. J. Royhberg, J. Mater. Res. **11**, 1581 (1996).
5. J. Vrijmoeth, R. V. Stok, R. Veldman, W. A. Schoonveld, and T. M. Klapwijk, J. Appl. Phys. **83**, 3816 (1998).
6. M. Bai, A. V. Sorokin, D. W. Tompson, M. Poulsen, S. Ducharme, C. M. Herzinger, S. Palto, V. M. Fridkin, S. G. Yudin, V. E. Savchenko, and L. K. Gribova, J. Appl. Phys. **95**, 3372 (2004).
7. M. K. Debe, J. Vac. Sci. Technol. A **10**, 2816 (1992).
8. M. I. Alonso, M. Garriga, J. O. Osso, F. Schreiber, E. Barrena, and H. Dosch, J. Chem. Phys. **119**, 6335 (2003).
9. M. Campoy-Quiles, M. I. Alonso, D. D. C. Bradley, and L. J. Richter, Adv. Funct. Mater. **24**, 2116 (2014).
10. Е. М. Аверьянов, Письма в ЖЭТФ **91**, 501 (2010).
11. Е. М. Аверьянов, ФТТ **53**, 1832 (2011).
12. Е. М. Аверьянов, Письма в ЖЭТФ **99**, 679 (2014).
13. А. М. Дыхне, ЖЭТФ **59**, 110 (1970).
14. K. S. Mendelson, J. Appl. Phys. **46**, 4790 (1975).
15. M. W. M. Willemse and W. J. Caspers, J. Math. Phys. **20**, 407 (1979).
16. G. W. Milton, *The Theory of Composites*, Cambridge Univ. Press. (2004).
17. K. Schulgasser, J. Phys. C: Sol. State Phys. **10**, 407 (1977).
18. А. Е. Морозовский, А. А. Снарский, Укр. физ. журн. **28**, 1203 (1983).
19. А. А. Снарский, И. В. Безсуднов, В. А. Севрюков, *Процессы переноса в макроскопически неупорядоченных средах: От теории среднего поля до перколяции*, Изд. ЛКИ, М. (2015).
20. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, М. (1970).
21. В. И. Оделевский, ЖТФ **21**, 1379 (1951).
22. D. J. Bergman and D. Stroud, Sol. St. Phys. **46**, 147 (1992).
23. G. D. Scholes and G. Rumbles, Nat. Mat. **5**, 683 (2006).
24. M. Grell, D. D. C. Bradley, G. Ungar, J. Hill, and K. S. Whitehead, Macromolecules **32**, 5810 (1999).
25. M. Campoy-Quiles, P. G. Etchegoin, and D. D. C. Bradley, Phys. Rev. B **72**, 045209 (2005).
26. B. P. Lyons and A. P. Monkman, J. Appl. Phys. **96**, 4735 (2004).
27. E. M. Aver'yanov, J. Opt. Technol. **64**, 417 (1997).
28. O. Levy and D. Stroud, Phys. Rev. B **56**, 8035 (1997).