

ЭКСИТОНЫ В НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ - ГИГАНТСКИЙ ПОЛЯРОННЫЙ ЭФФЕКТ

В.М.Апальков, Э.И.Рацба

*Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау АН СССР
117940, Москва*

Поступила в редакцию 10 июля 1991 г.

Построена теория $2D$ магнетоэкситонов в условиях дробного квантового эффекта Холла. Наличие несжимаемой $2D$ жидкости приводит к гигантскому подавлению дисперсии экситонов. Оптический спектр экситонов очень чувствителен к геометрии системы. В квантовом пределе он тривиален и совпадает со спектром свободного экситона в рамках симметричной модели, но приобретает зависимость от фактора заполнения при более общих условиях.

Оптическая спектроскопия несжимаемой двумерной ($2D$) жидкости ¹, ответственной за дробный квантовый эффект Холла ², интенсивно развивается ³⁻⁶. Поэтому актуальна разработка теоретических моделей, позволяющих интерпретировать спектры и извлекать из них параметры взаимодействующей электронной системы. Эта проблема нетривиальна, так как в квантовом пределе все конкурирующие энергии имеют единственный масштаб, совпадающий с кулоновской энергией $\epsilon_C = e^2/\kappa l$, κ - диэлектрическая постоянная, $l = (c\hbar/eH)^{1/2}$ - магнитная длина. Поэтому в равной мере важны все кулоновские взаимодействия в начальном и конечном состоянии, и велика интенсивность оже-процессов ^{7,8}. Спектры могут также существенно зависеть от спиновой поляризации ^{7,9}.

В предыдущей работе ¹⁰ мы построили теорию радиационного захвата электронов на нейтральные центры ^{3,6}. Показано, что зависимость положения полосы свечения от фактора заполнения ν обнаруживает "каспы вниз" при дробных ν . Эти каспы сродни каспам в энергии основного состояния ¹¹, и по силе каспов (cusp strength) могут быть определены щели. Последующий анализ экспериментальных данных ¹² показал, что они находятся в согласии с теорией. Ключевое предположение теории ¹⁰ состоит в том, что в исходном состоянии электронная система не возмущена, так как центр электрически нейтрален. При рекомбинации электронов со свободными дырками ^{4,5} положение совершенно иное: они сильно взаимодействуют с электронами. В такой ситуации определяющим является влияние $2D$ жидкости на экситон. В настоящей статье этот вопрос рассматривается впервые. Мы показываем, что фононы (магнетороны) $2D$ жидкости ¹³ порождают сильный и весьма специфический поляронный эффект: поляронный сдвиг уровня при импульсе $k = 0$ отсутствует, но закон дисперсии экситона испытывает гигантскую перенормировку.

Гамильтониан электрон-дырочного взаимодействия в квантовом пределе ($\hbar\omega_c \gg \epsilon_C$, ω_c - циклотронная частота, $\nu < 1$) может быть представлен как

$$H = \frac{1}{4\pi} \sum_{\vec{q}} \tilde{V}(\vec{q}) c(\vec{q}) c(-\vec{q}), \quad \tilde{V}(\vec{q}) = V(\vec{q}) e^{-q^2/2}, \quad V(\vec{q}) = 2\pi/q, \quad (1)$$

где

$$c(\vec{q}) = (2\pi/A)^{1/2} \sum_p \{a^+(p - q_y/2) a(p + q_y/2) -$$

$$-b^+(-p - q_y/2)b(-p + q_y/2)\} \exp(iq_x p), \quad (2)$$

$a(p)$ и $b(p)$ - фермиевские операторы уничтожения электронных (e) и дырочных (h) состояний в калибровке Ландау, A - площадь нормировочной области. Энергия выражена в единицах ϵ_C , длины - в единицах l . Уравнение (1) справедливо лишь если потенциалы взаимодействия удовлетворяют условию $V \equiv V_{ee} = V_{hh} = -V_{eh}$. Такую модель будем называть симметричной¹⁴. Операторы $c(\vec{q}) = c(-\vec{q})^+$ подчиняются условию коммутации

$$[c(\vec{q})c(-\vec{q}')] = -2i(2\pi/A)^{1/2} \sin((\vec{q} \times \vec{q}')/2)c(\vec{q} + \vec{q}'), \quad (3)$$

где $(\vec{q} \times \vec{q}') \equiv q_x q'_y - q_y q'_x$. Оператор рождения экситона с импульсом \vec{k}

$$j^+(\vec{k}) = (2\pi/A)^{1/2} \sum_p a^+(p - k_y/2)b^+(-p - k_y/2) \exp(ik_x p), \quad (4)$$

он удовлетворяет коммутационному соотношению

$$[j^+(\vec{k})c(\vec{q})] = -2i(2\pi/A)^{1/2} j^+(\vec{k} + \vec{q}) \sin((\vec{k} \times \vec{q})/2). \quad (5)$$

Из приведенных соотношений следует ряд выводов. Так как $j^+(\vec{k} = 0)$ коммутирует со всеми операторами $c(\vec{q})$, оно коммутирует и с гамильтонианом H . Поэтому каждому состоянию Ψ электронно-дырочной системы отвечает состояние

$$\Psi' = j^+(\vec{k} = 0)\Psi \quad (6)$$

системы, отличающейся от исходной наличием дополнительной электрон-дырочной пары. Оно также является собственным состоянием гамильтониана H и обладает энергией

$$E' = E + \epsilon(\vec{k} = 0), \quad (7)$$

Здесь

$$\epsilon(k) = (2/A) \sum_{\vec{q}} \tilde{V}(\vec{q}) \sin^2((\vec{k} \times \vec{q})/2) = (\pi/2)^{1/2} (1 - e^{-k^2/4} I_0(k^2/4)) \quad (8)$$

- энергия экситона (несущественные для дальнейшего аддитивные постоянные опущены в согласии с выбором гамильтониана в форме (1)). Формулы (6) и (7) обобщают известный результат^{15,16} об отсутствии взаимодействия между экситонами с нулевым импульсом. В конфигурационном представлении формула (6) эквивалентна домножению Ψ на волновую функцию экситона с $\vec{k} = 0$, поэтому состояния типа (6) мы будем называть мультипликативными. Хотя эти состояния составляют лишь небольшую часть всех собственных состояний "большой" системы, их роль весьма существенна. Дело в том, что взаимодействие со светом описывается операторами $j^+(\vec{k} = 0)$ и $j(\vec{k} = 0)$. Поэтому в оптических спектрах разрешены переходы исключительно в мультипликативные состояния (или из них), и частота оптических переходов равна частоте экситонного перехода $\epsilon(\vec{k} = 0)$ вне зависимости от величины ν ; разумеется, это утверждение справедливо лишь для совершенной системы в рамках симметричной модели.

Условие $[Hj^+(k = 0)] = 0$ отражает наличие скрытой симметрии, присущей этой модели. Из сказанного следует, что она накладывает жесткие ограничения на энергетический и оптический спектры.

При $k \neq 0$ экситоны взаимодействуют с фононами, согласно (5) это взаимодействие пропорционально k . Поэтому при $k = 0$ поляронный эффект отсутствует, но зависимость $\epsilon(k)$ перенормируется, $\epsilon(k) \rightarrow \epsilon^*(k)$. Особенность задачи состоит в том, что в ней отсутствует параметр типа константы связи, что исключает применение теории возмущений. Кроме того, фононные операторы $c(\vec{q})$ подчиняются необычным коммутационным соотношениям (3), что отражает наличие фермиевского предела $n_0 = 1/2\pi$ для электронной плотности. Откладывая более полное исследование до следующей статьи, мы изложим здесь результаты численных расчетов выполненных в сферической геометрии ¹⁷.

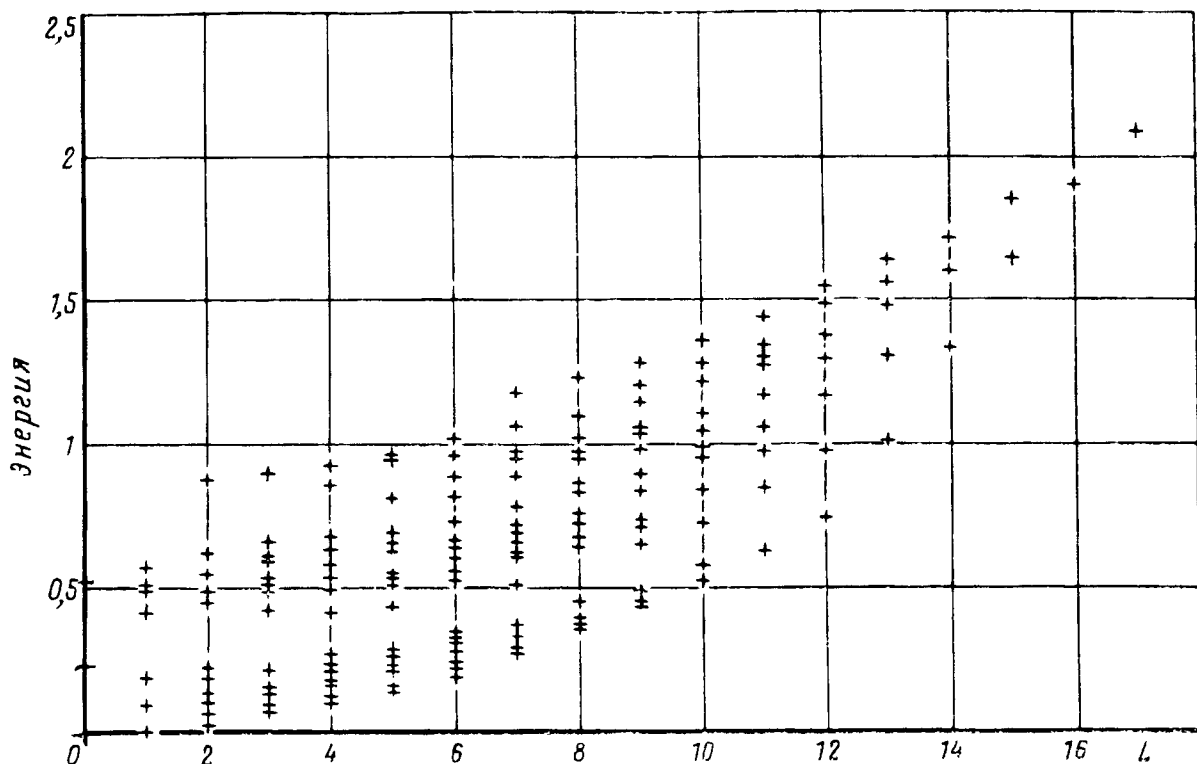


Рис. 1. Энергетические уровни системы 5 электронов + 1 дырка в сферической геометрии в функции углового момента L при $2S = 9$. За начало отсчета выбрана энергия основного состояния ($L = 0$)

Основные расчеты выполнены нами для системы: 5 электронов + 1 дырка, что отвечает экситону на фоне жидкости состоящей из $N = 4$ электронов. Принималось $\nu = 1/3$, поэтому $R^2 = 2S = \nu^{-1}(N - 1) = 9$, R - радиус сферы, S - параметр Халдейна, и импульс $k = L/R = L/3$, L - угловой момент. Спектр системы показан на рис. 1. Совокупность минимальных значений энергии с заданным L , рассматриваемых в функции L , может быть интерпретирована как закон дисперсии экситона $\epsilon^*(k)$. Эти данные представлены на рис. 2, где для сравнения показаны также закон дисперсии свободного экситона $\epsilon(k)$ и фононов $\omega_{ph}(k)$.

Из рис. 2 следует ряд выводов. Наличие жидкости приводит к гигантскому подавлению дисперсии экситона, $\epsilon^*(k) \ll \epsilon(k)$ при $k < 1$. При отсутствии в задаче малого алгебраического параметра существование этого сильного неравенства можно объяснить только численной малостью $\omega_{ph}(k)$ вблизи ротонного минимума, $\omega_r \approx 0,08$ (в единицах ϵ_C). Аномально мало $\epsilon^*(L = 1) \approx 4 \cdot 10^{-4}$, что на порядок меньше, чем следует из параболической аппроксимации $\epsilon^*(k)$.

Поскольку этот факт имеет место также и при $N = 3$ и $N = 5$, он не является случайным; весьма вероятно, что в разложении $\epsilon^*(k)$ отсутствуют квадратичные члены. При $k \approx 1$ поведение $\epsilon^*(k)$ изменяется. В этой области $\epsilon^*(k) \approx \omega_r$, т. е. экситон приближается к порогу испускания фонона. При $k > 1$ кривые $\epsilon^*(k)$ и $\omega_{ph}(k)$ идут почти параллельно, но $\epsilon^*(k) < \omega_{ph}(k)$. В этой области импульсов элементарные возбуждения естественно интерпретировать как связанные состояния фонона с медленным экситоном¹⁸. Из рис. 1 видно, что соседние состояния с $L = 2$ (и $L = 3$) разделены между собой энергией существенно меньшей чем ω_r . Это указывает на возникновение вблизи экситона локальных мод аналогично 1D и 3D полярам¹⁹.

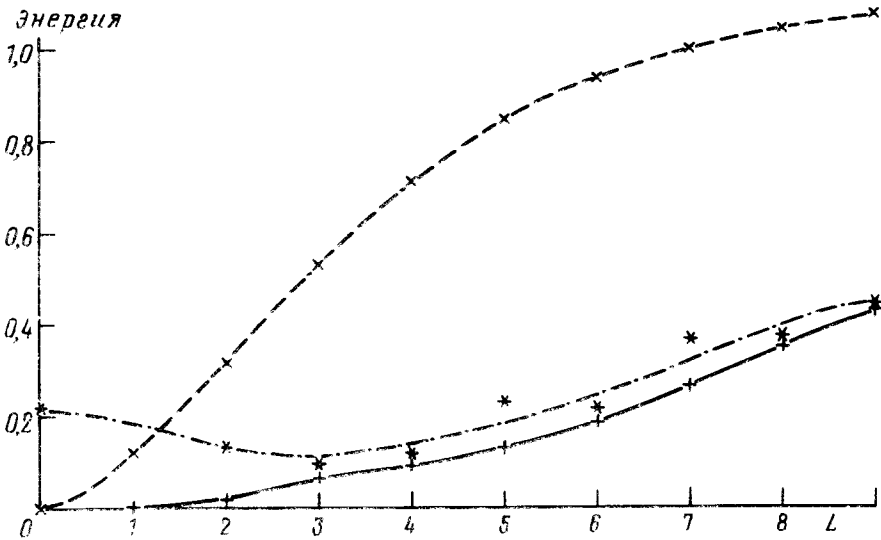


Рис. 2. Закон дисперсии экситона $\epsilon^*(k)$ на фоне несжимаемой жидкости с $\nu = 1/3$ (+) и свободного экситона $\epsilon(k)$ при $\nu = 0$ (x). Для сравнения показан спектр магнеторонов $\omega_{ph}(k)$ при $\nu = 1/3$ (*). Импульс $k \approx L/3$. Кривые проведены исключительно с целью наглядности

Представление о том, как устроены квантовые состояния на экситонной ветви $\epsilon^*(k)$ можно получить если учесть, что для экситона электронная плотность в точке нахождения дырки

$$\rho_{ex}(k) = \int |\psi_{\vec{k}}^{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h)|^2 \delta(\vec{r}_e - \vec{r}_h) d\vec{r}_e d\vec{r}_h = (1/2\pi) \exp(-k^2/2), \quad (9)$$

т.е. $\rho_{ex}(\vec{k} = 0) = n_0$ и быстро падает с ростом k . Чтобы оценить, какой характерный импульс вносит экситон в состояние всей системы $\Psi_{\vec{k}}$ удобно ввести функцию

$$\Phi_{\vec{k}}(\vec{r}_h) = \int |\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_{N+1} | \vec{r}_h)|^2 \sum_{j=1}^{N+1} \delta(\vec{r}_j - \vec{r}_h) d\vec{r}_1 \dots d\vec{r}_{N+1}, \quad (10)$$

$$\int \Phi_{\vec{k}}(\vec{r}_h) d\vec{r}_h \leq 1/2\pi,$$

а также дырочную плотность

$$n_h(\vec{r}_h) = \int |\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_{N+1} | \vec{r}_h)|^2 d\vec{r}_1 \dots d\vec{r}_{N+1}. \quad (11)$$

Тогда электронная плотность на дырке

$$\rho_h(\vec{r}_h) = \Phi_{\vec{k}}(\vec{r}_h) / n_h(\vec{r}_h). \quad (12)$$

Оказывается, что для всех состояний экситонной ветви $\epsilon^*(k)$ с $0 \leq L \leq 12$ справедливо $0,99 < 2\pi\rho_h(\vec{r}_h) \leq 1$, т.е. практически весь импульс системы переносится фононами, "одевающими" экситон, а дырка плотно экранирована электронами. То, что экситон быстро теряет индивидуальность с ростом k , следует также из двух других фактов. Во-первых, на экситонной ветви имеется единственное мультипликатное состояние, $L = 0$. Во-вторых, скалярные произведения пробных функций экситонных состояний, выбранных в виде $j^+(\vec{k})\Psi_L$, где Ψ_L - волновая функция лафлиновского состояния, с точными функциями быстро убывают с ростом L (0,91 при $L = 1$, 0,74 при $L = 2$, 0,58 при $L = 3$), т.е. такие пробные функции обладают низкой точностью.

Интересно, что $\rho_h(\vec{r}_h) \approx 1/2\pi$ не только на экситонной ветви, но и для всех состояний лежащих ниже щели в спектре возбужденных состояний, которая ясно видна на рис. 1. Она расположена между 0,25 и 0,45 при малых L и тянется в сторону больших L . Для состояний, лежащих над этой щелью, ρ_h в несколько раз меньше.

Результаты, сформулированные выше, получены для симметричной модели. Утверждение о сильной перенормировке закона дисперсии носит общий характер. Большинство других результатов чувствительно к нарушению скрытой симметрии. Если оно достигается путем скашивания квантовой ямы, то глубокие изменения наступают уже когда расстояние между максимумами электронной и дырочной плотности $h \approx 0,5$, т.е. относительно рано. При этом возникают поляронный эффект при $k = 0$ и значительный квадратичный вклад в $\epsilon^*(k)$ при $k \ll 1$, ослабляется экранировка дырки ($\rho_h(\vec{r}_h) < 1/2\pi$). Мультипликативные функции (6) перестают быть собственными, а соответствующие состояния теряют свою исключительную роль так как запрещенные ранее переходы разрешаются. С этого момента в спектре свечения преобладающую роль приобретают состояния, лежащие вблизи дна энергетического спектра, а величина матричных элементов переходов имеет лишь второстепенное значение. Оптический спектр становится нетривиальным и зависящим от ν . Эффект особенно силен когда нижними являются состояния, переходы из которых в симметричной модели запрещены. Наблюдавшаяся чувствительность спектра к форме ямы²⁰ могла иметь подобное происхождение. Экспериментальные проявления скрытой симметрии наблюдались в²¹.

1. Laughlin R.B. Phys. Rev. Lett., 1983, 50, 13.
2. Tsui D.C., Stormer H.L., Gossard A.C. Phys. Rev. Lett., 1982, 48, 1559.
3. Кукушкин И.В., Тимофеев В.Б. Письма в ЖЭТФ, 1986, 44, 179.
4. Turberfield A.J., Haynes R.S., Wright P.A. et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 65, 637.
5. Goldberg B.B., Heiman D., Pinczuk A. et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 65, 641.
6. Kukushkin I.V., von Klitzing K., Plaut A.S. et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 65, 1056.
7. Бычков Ю.А., Рашба Э.И. ЖЭТФ, 1989, 96, 757.
8. Апальков В.М., Рашба Э.И. Письма в ЖЭТФ, 1991, 53, 46.
9. Chakraborty T., Pietilainen P. Preprint, 1990.

10. Апальков В.М., Рашба Э.И. Письма в ЖЭТФ, 1991, 53, 420.
11. Halperin V.I. *Helv. Phys. Acta*, 1982, 56, 75.
12. Буман Х., Иосс В., Кукушкин И.В. и др. Письма в ЖЭТФ, 1991, 53, 426.
13. Girvin S.M., MacDonald A.H., Platzman P.M. *Phys. Rev. B*, 1986, 33, 2481.
14. Бычков Ю.А., Рашба Э.И. ЖЭТФ, 1983, 85, 1826.
15. Лернер И.В., Лозовик Ю.Е. ЖЭТФ, 1981, 80, 1488.
16. Бычков Ю.А., Иорданский С.В., Элиашберг Г.М. *Поверхность*, 1981, 10, 33.
17. Haldane F.D.M. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, 51, 605.
18. Левинсон И.Б., Рашба Э.И. УФН, 1973, 111, 683.
19. Rashba E.I. In: *Institute of Physics Conference Series (Bristol and London) 1979*, 43, 1325.
20. Goldberg G.G. In: *The Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics (Abstracts of Intern. Conf., Wurzburg) 1990*, p. 49.
21. Stark J.B., Knox W.H., Chemla D.C. et al. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, 65, 3033.