Письма в ЖЭТФ, том 101, вып. 11, с. 827 – 829 © 2015 г. 10 июня

Изучение свойств SU(2) КХД с ненулевой барионной плотностью в рамках решеточного моделирования

В. В. Брагута[+*], А. Ю. Котов[×], А. А. Николаев[*1)], С. Н. Валгушев[×]

[+]Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 142241 Протвино, Россия

[*]Школа биомедицины, Дальневосточный федеральный университет, 690950 Владивосток, Россия

[×]Институт теоретической и экспериментальной физики им. Алиханова, 117218 Москва, Россия

Поступила в редакцию 22 апреля 2015 г.
После переработки 28 апреля 2015 г.

В работе представлены результаты решеточного моделирования SU(2) квантовой хромодинамики с двумя динамическими ароматами кварков и ненулевым барионным химическим потенциалом. Проведено изучение зависимости петли Полякова и кирального конденсата от величины химического потенциала. Показано, что химический потенциал уменьшает величину кирального конденсата, тем самым ослабляя киральное нарушение симметрии.

DOI: 10.7868/S0370274X15110028

Введение. Изучение фазовой диаграммы (КХД) является крайне важным для астрофизики, космологии и физики частиц. Однако в настоящее время нельзя сказать, что фазовая диаграмма КХД полностью исследована. Причина состоит в том, что кварки и глюоны представляют собой сильно взаимодействующую систему. Это затрудняет использование аналитических методов. Одним из возможных подходов к изучению свойств такой системы является решеточное моделирование КХД, где действие дискретизуется на пространстве R^4, а функциональные интегралы рассчитываются численно при помощи методов Монте-Карло [1]. Вычисления в решеточной КХД позволяют теоретически изучать свойства кварк-глюонной плазмы исходя из первых принципов [2].

Однако вычисления в решеточной SU(3) КХД с химическим потенциалом затруднены из-за так называемой проблемы знака фермионного детерминанта. Суть данной проблемы заключается в том, что при интегрировании по фермионным степеням свободы в функциональном интеграле появляется детерминант от оператора: $M(\mu_q) = \gamma_\mu D_\mu + m - \mu_q \gamma_4$, где $\gamma_\mu D_\mu$ – оператор Дирака. В случае SU(3) КХД и ненулевого химического потенциала $\det[M(\mu_q)]$ становится комплексным, что не позволяет применять для изучения свойств данной теории методы Монте-Карло. Однако в случае SU(2) КХД детерминант положительно определен [3]. Таким образом, решеточная теория с калибровочной группой SU(2) является моделью, позволяющей изучать влияние ненулевого химического потенциала на свойства КХД.

Основной целью представленной работы является проведение Монте-Карло моделирования SU(2) КХД с ненулевым химическим потенциалом с целью изучения того, как он влияет на различные свойства системы. В частности, в работе будет исследовано влияние химического потенциала на петлю Полякова, которая является приближенным параметром порядка для перехода конфайнмент–деконфайнмент. Кроме того, будет изучена зависимость от его величины кирального конденсата, что позволит понять, как ненулевая барионная плотность влияет на нарушение/восстановление киральной симметрии. Моделирование проведено с помощью динамических фермионов Когута–Сасскинда с двумя ароматами и алгоритма извлечения корня четвертой степени из фермионного детерминанта.

Стоит отметить, что похожие исследования ранее проводились в работах [4–6]. Однако в указанных работах в качестве фермионов на решетке использовались вильсоновские фермионы, явно нарушающие киральную симметрию [1]. Альтернативой являются фермионы Когута–Сасскинда, которые сохраняют аналог киральной симметрии в решеточной формулировке [7]. Вместе с тем до сих пор расчеты для двухцветной КХД с фермионами Когута–Сасскинда и ненулевым барионным химическим потенциалом проводились только при $N_f = 4$ и 8 [8, 9]. К тому же описанные вычисления осуществлялись достаточ-

1)e-mail: nikolaev.aa@dvfu.ru

но давно и с помощью старых вычислительных машин. Современные вычислительные системы позволяют провести изучение влияния ненулевого химического потенциала на различные свойства КХД на новом уровне.

1. Решеточная формулировка и детали расчетов. Статистическая сумма рассматриваемой системы имеет вид

$$Z = \int DU \det\Big[M^\dagger(\mu_q)M(\mu_q)\Big]^{1/4} e^{-S_G[U]}. \qquad (1)$$

Здесь функциональное интегрирование проводится по групповому многообразию SU(2): $DU = \prod_x \prod_{\mu=1}^4 dU_{x,\mu}$, $U_{x,\mu}$ – реберная переменная для узла x в направлении μ, $M(\mu_q)$ – решеточный оператор Дирака для фермионов Когута–Сасскинда с барионным химическим потенциалом, $S_G[U]$ – вильсоновское действие калибровочных полей [10]:

$$S_G = \beta \sum_x \sum_{\mu<\nu=1}^{4} \Big(1 - \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\, U_{x,\mu\nu}\Big), \qquad (2)$$

где $\beta = 4/g^2$, $U_{x,\mu\nu} = U_{x,\mu}U_{x+\hat{\mu},\nu}U^\dagger_{x+\hat{\nu},\mu}U^\dagger_{x,\nu}$. Оператор $M(\mu_q)$ выглядит следующим образом:

$$M_{xy} = ma\delta_{xy} + \frac{1}{2}\sum_{\mu=1}^{4}\eta_\mu(x)\Big[U_{x,\mu}\delta_{x+\hat{\mu},y}e^{\mu_q a \delta_{\mu,4}} - U^\dagger_{x-\hat{\mu},\mu}\delta_{x-\hat{\mu},y}e^{-\mu_q a\delta_{\mu,4}}\Big], \qquad (3)$$

где a – шаг решетки, m – масса кварка, а функции $\eta_\mu(x)$ являются γ-матрицами после преобразования Когута–Сасскинда и имеют вид $\eta_1(x) = 1$, $\eta_2(x) = (-1)^{x_1}$, $\eta_3(x) = (-1)^{x_1+x_2}$, $\eta_4(x) = (-1)^{x_1+x_2+x_3}$. Химический потенциал μ_q вводится в (3) с помощью умножения временных линков на экспоненциальный фактор $\sim e^{\pm\mu_q a}$. Такой способ введения химического потенциала позволяет избежать дополнительных расходимостей и воспроизвести известный результат для свободных фермионов в непрерывном пределе [11].

Решеточный оператор Дирака (3) не является положительно определенным, что приводит к ряду технических проблем при моделировании статистической суммы (1). Во избежание указанных проблем вместо оператора $M(\mu_q)$ вводится положительно определенный оператор $M^\dagger(\mu_q)M(\mu_q)$. Для того чтобы статистическая сумма (1) в непрерывном пределе соответствовала двум динамическим ароматам кварков, мы используем извлечение корня четвертой степени из получившегося детерминанта.

Генерация конфигураций проводилась с помощью гибридного Монте-Карло. Для работы с фермионным детерминантом применялся Ф-алгоритм [1]. Для корня 4-й степени из $M^\dagger M$ использовалась рациональная аппроксимация с точностью $O(10^{-15})$ [12]. Рассматривалась решетка $16^3\times 6$ с голой фермионной массой $ma = 0.01$, $\beta = 1.6–2.7$ и $\mu_q a = 0.0–0.6$. Для каждого набора параметров было сгенерировано 400 независимых конфигураций. Программный код был написан с использованием CUDA. Расчеты проводились на суперкомпьютере ИТЭФ и кластере ИФВЭ.

2. Результаты и обсуждение. Для исследования физических свойств системы были рассмотрены следующие наблюдаемые (треугольные скобки означают термодинамическое среднее):

- петля Полякова:

$$\langle L\rangle = \frac{1}{N_s^3}\sum_{x_1,x_2,x_3=0}^{N_s-1}\frac{1}{2}\left\langle \mathrm{Tr}\prod_{x_4=0}^{N_\tau-1}U_{x,4}\right\rangle; \qquad (4)$$

- киральный конденсат:

$$a^3\langle\overline{\psi}\psi\rangle = -\frac{1}{N_s^3 N_\tau}\frac{1}{8}\frac{\partial}{\partial(ma)}\ln(Z) = \frac{1}{N_s^3N_\tau}\frac{1}{8}\left\langle \mathrm{Tr}\, M^{-1} + \mathrm{Tr}\,(M^\dagger)^{-1}\right\rangle. \qquad (5)$$

Петля Полякова в глюдинамике является параметром порядка фазового перехода конфайнмент–деконфайнмент. На рис. 1 представлены зависимости

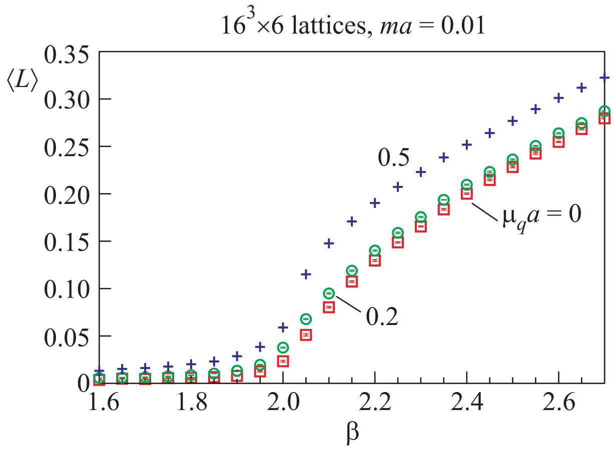

Рис. 1. Зависимости петли Полякова от β для трех значений барионного химического потенциала

петли Полякова от β для трех значений μ_q. Можно наблюдать фазовый переход, похожий на кроссовер. Однако имеющаяся статистика не позволяет с необходимой точностью измерить восприимчивости $\langle L\rangle$

и определить критические значения β. Также из рисунка видно, что увеличение барионного химического потенциала приводит к возрастанию $\langle L \rangle$ для тех же значений константы взаимодействия.

На рис. 2 изображены зависимости кирального конденсата от β для различных значений μ_q. Видно, что увеличение барионного химпотенциала приводит к значительному уменьшению $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$, т.е. к восстановлению киральной симметрии. Данные результаты согласуются с полученными ранее для вильсоновских фермионов [5]. В дальнейшем мы планируем провести более детальное изучение фазовой диаграммы SU(2) КХД с ненулевой барионной плотностью на больших решетках. Однако для этого нам понадобится гораздо больше времени.

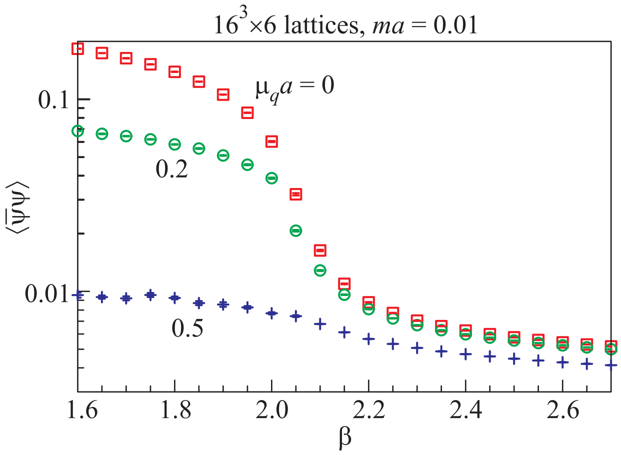

Рис. 2. Зависимости кирального конденсата от β для трех значений барионного химического потенциала. По оси ординат используется логарифмическая шкала

Заключение. В работе представлены первые результаты для двухцветного КХД на решетке с двумя ароматами кварков и ненулевым барионным химическим потенциалом. Показано, что увеличение μ_q приводит к восстановлению киральной симметрии.

Авторы признательны М. Мюллеру-Пройскеру и В.Г. Борнякову за полезные обсуждения. Работа поддержана Дальневосточным федеральным университетом, грантами РФФИ # 14-02-01185-а, 15-02-07596-а, 15-32-21117 мол_а_вед, грантом Президента РФ # МД-3215.2014.2 и грантом исследовательского центра ФАИР-Россия. Авторы благодарны А.В. Барилову, А.А. Голубеву, В.А. Колосову, И.Е. Королько и М.М. Соколову за помощь в организации вычислений на СК ИТЭФ. Работа А.Ю. Котова была поддержана грантом фонда "Династия".

1. C. Gattringer and C. B. Lang, *Quantum Chromodynamics on the Lattice*, Springer (2010).
2. A. Bazavov, T. Bhattacharya, M. Cheng, C. DeTar, H.-T. Ding, S. Gottlieb, R. Gupta, P. Hegde, U. M. Heller, F. Karsch, E. Laermann, L. Levkova, S. Mukherjee, P. Petreczky, C. Schmidt, R. A. Soltz, W. Soeldner, R. Sugar, D. Toussaint, W. Unger, and P. Vranas (HotQCD Collaboration), Phys. Rev. D **85**, 054503 (2012).
3. J. B. Kogut, M. A. Stephanov, and D. Toublan, Phys. Lett. B **464**, 183 (1999).
4. T. Makiyama, T. Makiyama, Y. Sakai, T. Saito, M. Ishii, J. Takahashi, K. Kashiwa, H. Kouno, A. Nakamura, and M. Yahiro, arXiv:hep-lat/1502.06191 (2015).
5. S. Cotter, P. Giudice, S. Hands, and J. I. Skullerud, Phys. Rev. D **87**, 034507 (2013).
6. J. I. Skullerud, S. Cotter, P. Giudice, S. Hands, S. Kim, and D. B. Mehta, PoS Latt. **2012**, 091 (2012); arXiv:1210.6757.
7. H. J. Rothe, *Lattice Gauge Theories: an Introduction*, World Scientific (2012).
8. J. B. Kogut, D. Toublan, and D. K. Sinclair, Nucl. Phys. B **642**, 181 (2002).
9. S. Hands, J. B. Kogut, M. P. Lombardo, and S. E. Morrison, Nucl. Phys. B **558**, 327 (1999).
10. K. G. Wilson, Phys. Rev. D **10**, 2445 (1974).
11. R. V. Gavai and S. Sharma, PoS Latt. **2014**, 189 (2014); arXiv:hep-lat/1411.5449.
12. M. A. Clark, PoS Latt. **2006**, 004 (2006); arXiv:hep-lat/0610048.