Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 1, с. 10 – 14

Востановление вигнеровской суперсимметрии в тяжелых и сверхтяжелых ядрах

Ю. С. Лютостанский[1], В. Н. Тихонов

Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 мая 2015 г.

После переработки 1 июня 2015 г.

Возможность восстановления вигнеровской суперсимметрии (SU(4)-симметрии) в тяжелых и сверхтяжелых ядрах анализируется с нескольких сторон путем сравнения расчетов с экспериментальными данными. Представлены разности энергий гигантского гамов-теллеровского (E_{G}) и аналогового (E_{A} резонансов, рассчитанные в теории конечных ферми-систем для 33 ядер, для которых имеются экспериментальные данные. Разности энергий $\Delta E_{\mathrm{G\text{-}A}}$ между E_{G} и E_{A} стремятся к нулю в более тяжелых ядрах, демонстрируя восстановление вигнеровской SU(4)-симметрии. Также величины $\Delta E_{\mathrm{G\text{-}A}}$ рассчитаны для тяжелых и сверхтяжелых ядер, расположенных на линии бета-стабильности в области значений массового числа $A = 140{-}290$. В рамках SU(4)-подхода анализируется изотопическая зависимость разности кулоновских энергий соседних ядер-изобар для более чем 400 ядер в интервале массовых чисел $A = 3{-}244$. Подтверждается восстановление вигнеровской SU(4)-симметрии в тяжелых и сверхтяжелых ядрах. Показано, что восстановление SU(4)-симметрии не противоречит возможности существования "острова стабильности" в районе сверхтяжелых ядер.

DOI: 10.7868/S0370274X15130020

1. Введение. После первых расчетов энергий нового гигантского гамов-теллеровского резонанса (ГТР) [1] задолго до его экспериментального обнаружения авторами была высказана гипотеза о возможном восстановлении SU(4)-симметрии в тяжелых ядрах [2]. Схема супермультиплетов на основе группы SU(4) была предложена Е.П. Вигнером много лет назад [3] и использовалась для объяснения атомных спектров. Поскольку на время предсказания параметров ГТР его энергии еще не были измерены, решить вопрос об экспериментальной проверке гипотезы восстановления вигнеровской SU(4)-симметрии в тяжелых ядрах тогда было невозможно.

В настоящее время имеется три возможности проверить эту гипотезу путем сравнения расчетных и экспериментальных данных. Первая основана на анализе вырождения гамов-теллеровского и аналогового (АР) резонансов, т.к. согласно SU(4)-подходу в этом случае оба резонанса должны принадлежать одному супермультиплету. Вторая возможность связана с выполнением для масс ядер соотношения Францини и Радикатти [4], следующего из SU(4)-теории. Третья же возможность связана с анализом кулоновских энергий ядер и их изотопической зависимости [5].

В настоящей работе результаты наших расчетов разности энергий $\Delta E_{\mathrm{G\text{-}A}}$ между ГТР (E_{G}) и АР (E_{A}) сопоставляются с экспериментальными данными. Исследуется восстановление вигнеровской SU(4)-симметрии вплоть до сверхтяжелых ядер с $A = 290$. Анализируется изотопическая зависимость разности кулоновских энергий соседних ядер-изобар для более чем 400 ядер, для которых имеются экспериментальные данные в интервале массовых чисел $A = 3{-}244$.

В связи с восстановлением вигнеровской суперсимметрии в тяжелых ядрах становится неопределенной интерпретация энергии спин-орбитального расщепления и связанная с ней оболочечная структура, а следовательно, и возможность существования "острова стабильности" в районе сверхтяжелых ядер. Этот вопрос также обсуждается в настоящей работе.

2. Метод вычисления энергий резонансов. Для анализа вырождения гамов-теллеровского и аналогового резонансов рассчитываются их энергии $-E_{\mathrm{G}}$ и E_{A} в теории конечных ферми-систем (ТКФС) [6]. Эти резонансы и другие зарядово-обменные возбуждения ядер описываются в ТКФС системой уравнений для эффективного поля, которая в λ-представлении имеет вид

$$V_{\lambda\lambda'} = V^{\omega}_{\lambda\lambda'} + \sum_{\lambda_1\lambda_2} \Gamma^{\omega}_{\lambda\lambda'\lambda_1\lambda_2} A_{\lambda_1\lambda_2} V_{\lambda_1\lambda_2} +$$

[1]e-mail: Lutostansky@yandex.ru

$$+\sum_{\nu_1\nu_2}\Gamma^{\omega}_{\lambda\lambda'\nu_1\nu_2}A_{\nu_1\nu_2}V_{\nu_1\nu_2},$$

$$V_{\lambda\lambda'}=\sum_{\lambda_1\lambda_2}\Gamma^{\omega}_{\lambda\lambda'\lambda_1\lambda_2}A_{\lambda_1\lambda_2}V_{\lambda_1\lambda_2}+\sum_{\nu_1\nu_2}\Gamma^{\omega}_{\lambda\lambda'\nu_1\nu_2}A_{\nu_1\nu_2}V_{\nu_1\nu_2},$$

$$A^{(p\overline{n})}_{\lambda\lambda'}=\frac{n^{\overline{n}}_{\lambda}(1-n^{p}_{\lambda'})}{\varepsilon^{\overline{n}}_{\lambda}-\varepsilon^{\overline{p}}_{\lambda'}+\omega},\;\; A^{(n\overline{p})}_{\lambda\lambda'}=\frac{n^{\overline{p}}_{\lambda}(1-n^{n}_{\lambda'})}{\varepsilon^{\overline{p}}_{\lambda}-\varepsilon^{\overline{n}}_{\lambda'}-\omega},$$

$$V^{\omega}_{F}=e_q\sigma\tau_{+},\quad V^{\omega}_{\mathrm{GT}}=e_q\sigma\tau_{+}, \qquad (1)$$

где n_λ и ε_λ – числа заполнения и энергии одночастичных состояний λ. Индексы "ν" используются для l-запрещенной части ГТ-взаимодействия. Система секулярных уравнений (1) для зарядово-обменных возбуждений ядер получается из более общей системы [6], в которую включены эффективные вершины $d^{(1)}_{pn}$ и $d^{(2)}_{pn}$, описывающие изменение спаривательной щели Δ во внешнем поле [7, 8], из условия $d^{(1)}_{pn}=$ $=d^{(2)}_{pn}=0$, т.е. в предположении, что эффекты изменения спаривательной щели во внешнем поле пренебрежимо малы. Последнее оправдано в нашем случае для внешних полей с нулевыми диагональными элементами [6]. Параметры одночастичных состояний и их волновые функции в оболочечной модели рассчитываются для нейтронов и протонов отдельно. Спаривание учитывается в одночастичной структуре заменой $\varepsilon_\lambda\to E_\lambda=\sqrt{\varepsilon_\lambda^2+\Delta_\lambda^2}$, как в [9]. Энергии зарядово-обменных возбуждений определяются как собственные значения ω_i секулярных уравнений (1), среди которых выделяются наиболее коллективные как по энергии ($\omega_{\mathrm{GTR}}>\omega_i$), так и по максимальному матричному элементу ($M^2_{\mathrm{GTR}}\approx 3(N-Z)$).

В расчетах амплитуд Γ^ω эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия использовались константы f'_0 изоспин-изоспинового ($\boldsymbol{\tau\tau}$) и g'_0 спин-изоспинового ($\boldsymbol{\sigma\tau}$) локального взаимодействия квазичастиц с $L=0$. Для константы f'_0 использовалось значение $f'_0=1.35$, полученное ранее из сравнения расчетов энергетического расщепления АР и антианалогового изобарического состояния (ИС) для большой группы ядер [10]. Для константы g'_0, как и в предыдущих расчетах [8], использовалось значение $g'_0=1.22$, полученное из сравнения рассчитанных разностей энергий ГТР(E_{G1}) и расположенного ниже ИС (E_{G2}) с экспериментальными данными [11] для девяти изотопов Sb. Это значение g'_0 совпадает с полученным ранее [12] из сравнения самосогласованных расчетов энергий ГТР с экспериментальными данными для семи ядер (^{90,92,94}Sb, ^{208}Pb). Так как абсолютные значения констант в различных подходах могут отличаться, то полученное отношение $g'_0/f'_0=0.90\pm 0.03$ в ТКФС будет модельно независимым.

Расчеты энергий ГРТ и АР проводились как в самосогласованной ТКФС (использовался упрощенный вариант работы [7] – частичное согласование с локальным взаимодействием и $m^*=m$), так и в ее приближенном модельном варианте [10, 13], в котором удалось получить аналитический вид решений. Для этого пренебрегаем в (1) l-запрещенными членами и используем предположение о постоянстве эффективного поля в ядре при возбуждении коллективных мод, а именно ГТР. Для разности энергий $\Delta E_{\text{G-A}}$ между E_{G} и E_{A} решение при $V(r)=\mathrm{const}$, нормированное на энергию E_{ls}, при $\Delta E>E_{ls}$ имеет вид

$$y(x)=\frac{\Delta E_{\text{G-A}}}{E_{ls}}\approx(g'_0-f'_0)x+b\frac{1+bg'_0}{g'_0x(1+c_{\mathrm{A}}/x^2)}, \qquad (2)$$

где $\Delta E=(4/3)\varepsilon_{\mathrm{F}}(N-Z)/A$ МэВ,

$$E_{ls}=\sum_{\lambda_1\lambda_2}n_{\lambda_1}(1-n)\varepsilon^{ls}_{\lambda_1\lambda_2}\Big/\sum_{\lambda_1\lambda_2}n_{\lambda_1}(1-n_{\lambda_2})\approx$$

$$\approx 20N^{-1/3}+1.25\ (\text{при } N>80),\;\; x=\Delta E/E_{ls},$$

$\varepsilon_{\mathrm{F}}\approx 40$ МэВ, $b=(2/3)[1-(2A)^{-1/3}]$ и $c_{\mathrm{A}}=0.8/A^{1/3}$.

В формуле (2) средняя энергия спин-орбитального расщепления E_{ls} является параметром, который может быть рассчитан из одночастичной схемы спин-флипповых ГТ-переходов, а может быть получен, как в [8], феноменологически из сравнения расчетов энергии $\Delta E_{\text{G-A}}$ с экспериментальными данными.

3. Результаты и обсуждение. Разности энергий ГТР и АР ($\Delta E_{\text{G-A}}$) были рассчитаны с помощью уравнения ТКФС (1) и соотношения (2) для 33 ядер: ^{48}Ca, ^{60,64}Ni, ^{71}Ga, ^{76}Ge, ^{82}Se, ^{90,91,92,94}Zr, ^{93}Nb, ^{94,96,97,98,100}Mo, ^{115}In, ^{112,114,116,117,118,119,120,122,124}Sn, ^{128,130}Te, ^{127}I, ^{136}Xe, ^{150}Nd, ^{169}Tm и ^{208}Pb (это начальные ядра-мишени), для которых имеются экспериментальные данные (использовались данные, представленные в [8, 13]). Рассчитанные по формуле (2) и экспериментальные зависимости относительной энергии $y(x)=\Delta E/E_{ls}$ от безразмерной величины $x=\Delta E_{\text{G-A}}/E_{ls}$ представлены на рис. 1. Крайние точки отвечают ^{60}Ni (слева) и ^{208}Pb (справа) с $x=0.52$ и 2.15 соответственно. Расхождение рассчитанных и экспериментальных данных $\Delta\varepsilon=|\Delta^{\mathrm{calc}}_{\text{G-A}}-\Delta^{\mathrm{exp}}_{\text{G-A}}|$ составляет 0.38 МэВ для ^{60}Ni и меньше 0.10 МэВ для ^{208}Pb, т.е. точность расчетов улучшается в тяжелых ядрах. Среднее расхождение составляет 0.30 МэВ для 33 представленных ядер, что сравнимо с точностью экспериментальных данных по E_{GTR} [11]. На рис. 1 также представлены расчеты для ядер, распо-

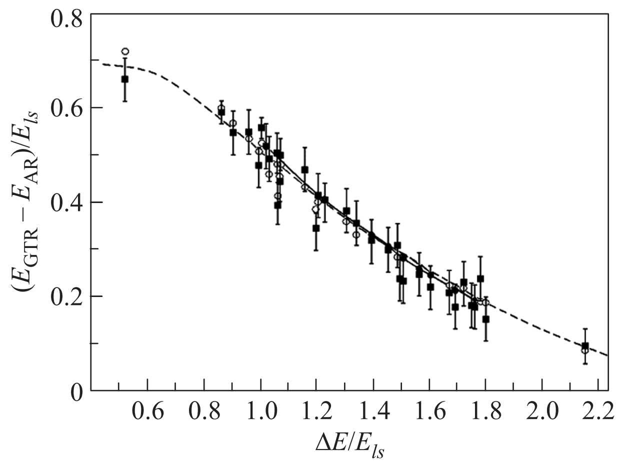

Рис. 1. Зависимости для 33 ядер безразмерной разности энергий ГТР и АР $y(x) = (E_{\rm GTR} - E_{\rm AR})/E_{ls}$ от параметра $x = \Delta E/E_{ls}$, рассчитанные по формуле (2) (белые кружки) и полученные в эксперименте (черные квадраты). Черные кружки, соединенные линией, – рассчитанные значения для изотопов Sn. Штриховая линия – расчеты с E_{ls}, полученной из формулы (2) для ядер, расположенных на линии бета-стабильности, определяемой по формуле (3)

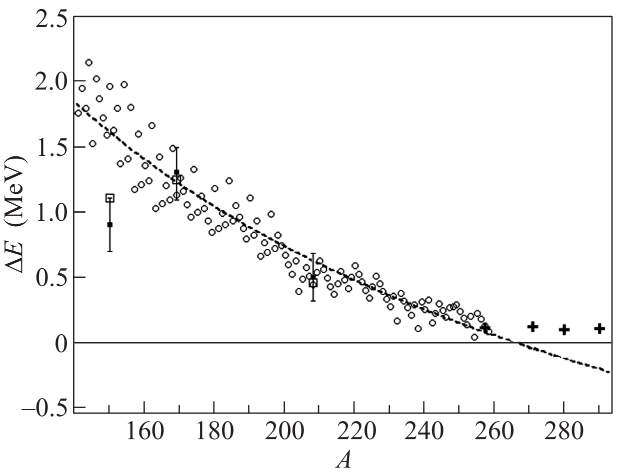

Рис. 2. Рассчитанные по формуле (2) зависимости $\Delta E_{\text{G-A}}$ от массового числа A (белые квадраты) и экспериментальные данные (черные квадраты) для ^{150}Nd, ^{169}Tm и ^{208}Pb. Кружки – расчеты для ядер, расположенных на линии бета-стабильности из [15]. Штриховая линия – расчеты для ядер на ЛБС согласно (3). Кресты – расчеты согласно (1) для ^{257}Fm, ^{271}Sg, ^{280}Ds и ^{290}Lv

ложенных на "линии бета-стабильности" (ЛБС). Эта линия определялась по формуле

$$Z_\beta = A/(2 + 0.0150A^{2/3}), \tag{3}$$

полученной в [14] из условия $(\partial M/\partial Z) = 0$ (при постоянном A) с использованием известной формулы для энергии связи в капельной модели ядра. Здесь Z_β соответствует минимальному значению массы ядра для каждой изобарной цепочки. Соотношение (2) также применимо для тяжелых и сверхтяжелых ядер, так как для них параметр $x = \Delta E/E_{ls}$ больше.

Результаты расчетов абсолютного значения $\Delta E_{\text{G-A}}$ в зависимости от массового числа для ядер с $A > 140$ представлены на рис. 2. Расчеты выполнялись для изотопов, расположенных на ЛБС. Эти изотопы с $Z_\beta(A)$ находились для каждой изобарной цепочки по минимальному значению массы ядра из экспериментальных данных [15]. Представлены также микроскопические расчеты разностей энергий ГТР и АР для изотопов ^{257}Fm, ^{271}Sg, ^{280}Ds и ^{290}Lv с учетом одночастичной структуры, как в работе [16]. Согласно (1) эти расчеты имеют приближенный характер, так как деформация ядер учитывалась феноменологически, как в [17]. Вместе с тем последовательный учет деформации должен сказаться на одночастичном спектре. Однако влияние деформаций на энергию спин-орбитального расщепления, определяющую положение ГТР, невелико. Было установлено, что расчеты энергий $\Delta E_{\text{G-A}}$ согласно (1) для четырех тяжелых ядер в пределах 0.1 МэВ отличаются от расчетов по формуле (2). Как видно из рис. 2, ГТР и АР вырождаются и для тяжелых ядер. Однако рассчитанные в микроскопическом подходе согласно (1) значения $\Delta E_{\text{G-A}}$ несколько больше полученных из формулы (2) для ядер на ЛБС из-за более корректного расчета энергии E_{ls} из одночастичной схемы уровней. Отметим, что проведенный ранее Толоконниковым и Саперштейном [18] анализ спин-орбитального расщепления в сверхтяжелых ядрах в рамках обобщенного самосогласованного метода энергетического функционала плотности показал, что согласованное изменение значений параметров спин-орбитального взаимодействия мало влияет на энергии спин-орбитального расщепления, т.е. эта величина имеет устойчивый характер.

Таким образом, с учетом вырождения по матричным элементам ГТР и АР [19] можно сделать вывод о том, что уменьшение разности энергий $\Delta E_{\text{G-A}}$ между ГТР и АР в тяжелых ядрах связано с восстановлением SU(4)-симметрии и оба резонанса принадлежат одному вигнеровскому супермультиплету вместе с основным состоянием начального ядра (A, Z).

4. Другими факторами, указывающими на восстановление SU(4)-симметрии, являются массовые соотношения и кулоновские энергии. Анализ следующего из SU(4)-теории соотношения Францини и

Радикатти [4] проводился неоднократно [20–22]. Было показано, что эти соотношения лучше выполняются в более тяжелых ядрах.

Интересный анализ применимости SU(4)-подхода проводился в работе [5], где изучалась возможность описания разности кулоновских энергий соседних ядер-изобар $\Delta E_{\rm C}$ в рамках SU(4)-теории. Однако в [5] анализ проводился только для ядер с $A < 60$, что не позволяет сделать однозначного вывода. Мы проанализировали величины $\Delta E_{\rm C}$ для более чем 400 ядер, для которых известны экспериментальные данные в интервале массовых чисел $A = 3-244$ (использовались данные, представленные в [17]). При анализе, как и в работах [5, 17], использовалась двухпараметрическая формула

$$\begin{aligned}\Delta E_{\rm C}(A,Z) &= E_{\rm C}(A,Z+1) - E_{\rm C}(A,Z) = \\ &= auf(A) + b,\end{aligned} \tag{4}$$

где $u = Z/A^{1/3}$, $f(A)$ – функция коррекции радиуса. Для всего диапазона ядер с $A = 3-244$ получено $a = 1416$ и $b = -698$ кэВ со среднеквадратичным отклонением $\delta E < 100$ кэВ. Деформация учитывалась феноменологически, как в [17], введением поправки к $\Delta E_{\rm C}$: $\Delta E_{\rm C}^{\rm def} = \Delta E_{\rm C}^{\rm sph} - \delta E_{\rm C}^{\rm def}$ с параметрами деформации β_2 и β_4 из [23]. В SU(4)-схеме четыре типа основных состояний ядер принадлежат разным супермультиплетам: 1) Z-четное, N-четное – супермультиплету (T_Z, 0, 0); 2) Z-четное, N-нечетное – (T_Z, 1/2, 1/2); 3) Z-нечетное, N-четное – (T_Z, 1/2, -1/2); 4) Z-нечетное, N-нечетное – (T_Z, 1, 0) и энергия $\Delta E_{\rm C}$ рассматривается как разность энергии основного состояния ядра (A, Z) и энергии возбуждения АР в ядре (A, $Z+1$). Соответственно с учетом разности масс $\Delta M = M_n - M_{\rm H} = 782.35$ кэВ получаем для параметра b из (4) соотношение $b = \beta - \Delta M$, где параметр β в SU(4)-схеме должен зависеть от супермультиплета основного состояния. Так, для ядер с четным Z, т.е. для случаев 1 и 2, должно выполняться равенство $\beta = 0$ [5], что мы и наблюдали: среднее отклонение значения β от нуля составило 80 кэВ. Наиболее интересны случаи с Z-нечетными ядрами, для которых в SU(4)-схеме должна наблюдаться зависимость от изоспина $T_Z = (N - Z)/2$ вида $\beta = \alpha/T_Z$, где параметр α различен для ядер с четными и нечетными N [5]. Проведенный анализ показал наличие обратной зависимости $\beta \approx 83/T_Z$ кэВ для ядер с нечетными значениями Z в соответствии с SU(4)-подходом [5]. Однако получить различные значения α для разных супермультиплетов не удалось из-за недостатка данных по $\Delta E_{\rm C}$ для нечетно-нечетных ядер. Тем не менее на основании анализа экспериментальных данных по энергиям $\Delta E_{\rm C}$ для более чем 400 ядер можно утверждать, что наблюдается функциональная зависимость, соответствующая SU(4)-теории.

5. Заключение. Как показано в настоящей работе, вигнеровская суперсимметрия в тяжелых ядрах восстанавливается. В связи с этим неопределенными становятся интерпретация энергии спин-орбитального расщепления и связанная с ней оболочечная структура, а следовательно, и возможность существования “острова стабильности” в районе сверхтяжелых ядер. В нашем случае при анализе вырождения ГТР и АР используется отношение $x = \Delta E/E_{ls}$, которое увеличивается в тяжелых ядрах с увеличением энергии $\Delta E \sim (N - Z)/A$ даже при постоянном значении E_{ls}. Здесь E_{ls} – средняя энергия спин-флипповых одночастичных переходов внутри спин-орбитальных дублетов (2), которая уменьшается с ростом нейтронного избытка. Согласно оценке (2) энергия E_{ls} стремится к постоянному значению в тяжелых ядрах и не становится равной нулю. Расчеты для сверхтяжелых ядер в микроскопическом подходе (см. рис. 2) подтверждают, что E_{ls} больше нуля и даже немного увеличивается при подходе к “острову стабильности”. Таким образом, можно утверждать, что восстановление вигнеровской суперсимметрии в тяжелых ядрах не противоречит возможности существования “острова стабильности” в районе сверхтяжелых ядер.

Авторы благодарны Е.П. Велихову, Д.М. Владимирову, С.С. Герштейну, Э.Е. Саперштейну, С.В. Толоконникову и Н.Б. Шульгиной за стимулирующие дискуссии и помощь в работе. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 13-02-12106 офи-м (раздел 2), 14-22-03040 офи-м (раздел 3) и гранта Швейцарского национального научного фонда # IZ73Z0 _152485 SCOPES (раздел 1).

1. Ю.В. Гапонов, Ю.С. Лютостанский, Письма в ЖЭТФ **15**, 173 (1972).
2. Ю.В. Гапонов, Ю.С. Лютостанский, Письма в ЖЭТФ **18**, 130 (1973).
3. E. P. Wigner, Phys. Rev. **51**, 106 (1937); **56**, 519 (1939).
4. P. Franzini and L. A. Radicatti, Phys. Lett. **6**, 322 (1963).
5. Д. М. Владимиров, Н. Б. Шульгина, ЯФ **45**, 1586 (1987).
6. А.Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, Наука, М. (1983).
7. I. N. Borzov, S. A. Fayans, and E. L. Trykov, Nucl. Phys. A **584**, 335 (1995).
8. Ю.С. Лютостанский, В.Н. Тихонов, Изв. РАН **78**, 556 (2014).

9. Yu. S. Lutostansky and N. B. Shulgina, Phys. Rev. Lett. **67**, 430 (1991).
10. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, ЭЧАЯ **12**, 1324 (1981).
11. K. Pham, J. Janecke, D. A. Roberts et al., Phys. Rev. C **51**, 526 (1995).
12. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, В. Г. Алексанкин, Письма в ЖЭТФ **34**, 407 (1981).
13. Ю. С. Лютостанский, ЯФ **74**, 1207 (2011).
14. Ю. С. Лютостанский, Изв. АН СССР. Сер. физ. **50**, 834 (1986).
15. M. Wang, G. Audi, A. H. Wapstra et al., Chin. Phys. C **36**, 1603 (2012).
16. С. В. Толоконников, Ю. С. Лютостанский, Э. Е. Саперштейн, ЯФ **76**, 758 (2013).
17. Ю. С. Лютостанский, В. Н. Тихонов, Изв. РАН. Сер. физ. **79**, 466 (2015).
18. С. В. Толоконников, Э. Е. Саперштейн, ЯФ **73**, 1 (2010).
19. Ю. В. Гапонов, Письма в ЖЭТФ **38**, 204 (1983).
20. Ю. В. Гапонов, Ю. И. Григорьян, Ю. С. Лютостанский, ЯФ **31**, 65 (1980).
21. Yu. V. Gaponov, N. B. Shulgina, and D. M. Vladimirov, Nucl. Phys. A **93**, 391 (1982).
22. А. М. Нурмухамедов, ЯФ **75**, 29 (2012).
23. P. Moller, J. R. Nix, W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, At. Data & Nucl. Data Tables. **59**, 185 (1995).