Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 1, с. 18 – 22

Декогеренция атомарного конденсата в двухъямной ловушке при оптическом зондировании

Л. В. Ильичев[1], П. Л. Чаповский

Институт автоматики и электрометрии СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 20 апреля 2015 г.

Рассматривается модель атомарного конденсата в двухъямном потенциале с возможностью туннелирования между ямами. Процесс туннелирования модифицируется оптическим зондированием одной из ям пучком нерезонансного излучения. Фаза прошедшего пучка оказывается скоррелированной с числом атомов в зондируемой яме, что вызывает частичное разрушение когерентности между состояниями с разными числами атомов. В предположении доминирующей роли такой декогеренции найдено решение исходного квантового кинетического уравнения для состояния конденсата. Получено выражение для корреляционной функции амплитуды излучения, прошедшего через зондируемую яму. Рассмотрена также противоположная ситуация медленного разрушения когерентности в сравнении со скоростью туннелирования. В обоих случаях имеет место однородность стационарного распределения по числам атомов в ямах для заданного числа атомов в конденсате.

DOI: 10.7868/S0370274X15130044

Введение. Как известно, главной характерной чертой атомарного конденсата является нахождение основной части атомов в некотором едином квантовом состоянии. Этим состоянием определяются амплитуды вероятности различных конфигураций расположения атомов. Интерференция различных конфигураций проявляется как макроскопическая когерентность – существование определенных относительных фаз между различными областями конденсата.

В эволюцию макроскопической квантовой когерентности дает вклад ряд эффектов. Главным динамическим фактором является межатомное взаимодействие. В присутствии надконденсатных атомов, играющих роль окружения, взаимодействие между ними и атомами конденсата превращает последний в открытую квантовую систему, что приводит к декогеренции конденсата. Этот механизм уже рассматривался в литературе [1, 2]. Представляет интерес исследование иных механизмов декогеренции. Если потенциал, образующий ловушку, формируется фокусировкой светового пучка, последний неизбежно оказывается каналом информационного обмена между конденсатом и окружением. Частота излучения далека от частот переходов в атомах конденсата, что позволяет пренебречь поглощением. Однако фаза пучка после его прохождения через конденсат смещается на величину, зависящую от числа атомов, попавших в пучок. Возникающие корреляции между конденсатом и световым пучком вызывают декогеренцию в системе атомов. В общем случае, когда ловушка формируется иным способом, а световой пучок используется как зондирующий инструмент, он может освещать часть пространства, занятого конденсатом. Это, очевидно, способствует разрушению когерентности между пространственно-разнесенными компонентами конденсата. Исследование такого механизма декогеренции представляет несомненный интерес для физики многочастичных протяженных квантовых систем. Встает вопрос о выборе подходящей математической модели конденсата. В настоящей работе используется модель конденсата в двухъямной ловушке.

Бозе-эйнштейновский конденсат атомов в двухъямном потенциале представляет собой интересную физическую систему как для экспериментаторов, так и для теоретиков. Возможность описывать конденсат в рамках модели двух мод, отвечающих нахождению атомов в той или иной яме, позволяет аналитически исследовать эффекты макроскопической когерентности в разнообразных режимах туннелирования атомов между ямами [3–5]. Используемая в настоящей работе двухмодовая модель, соответствующая двухъямному потенциалу ловушки, позволяет достаточно подробно проанализировать ситуацию, когда пучок излучения зондирует одну из

[1]e-mail: leonid@iae.nsk.su

ям и через декогеренцию радикально модифицирует процесс туннелирования атомов между ямами. Вариант со сфокусированными пучками, формирующими двухъямный потенциал и инициирующими разрушение когерентности в обеих ямах, является частным случаем общей модели с декогеренцией в одной яме.

Даже двухмодовая модель оказывается слишком сложной для исчерпывающего аналитического исследования влияния декогеренции. В настоящей работе подробно рассматривается наиболее интересный случай быстрого разрушения декогеренции, создаваемой относительно медленным процессом туннелирования, а также противоположный случай медленной декогеренции. Поскольку главный интерес для нас представляет процесс декогеренции, мы опускаем все эффекты межатомных взаимодействий, являющиеся основным объектом исследования в большинстве работ по туннелированию в двухъямном потенциале. Таким образом, конденсат предполагается идеальным. Учет межатомного взаимодействия будет предметом дальнейшего исследования.

Модель. Простые физические соображения позволяют ввести управляющее уравнение для статистического оператора конденсата $\hat{\rho}$. Оно содержит динамическую и диссипативную части. За динамическую часть эволюции атомарного ансамбля отвечает двухмодовый бозонный гамильтониан

$$\hat{H} = \omega_A \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_B \hat{b}^\dagger \hat{b} + \mu \hat{a}^\dagger \hat{b} + \mu \hat{b}^\dagger \hat{a}. \tag{1}$$

Операторы $\hat{a}^\dagger$ ($\hat{a}$) и $\hat{b}^\dagger$ ($\hat{b}$) рождают (уничтожают) атом в ямах A и B соответственно. Константа μ, которую без ограничения общности можно считать действительной, описывает эффективность туннелирования между ямами. В предлагаемой модели эффекты взаимодействия атомов с зондирующем излучением отражены в диссипативной части уравнения. Эта часть должна иметь вид универсальной трехчленной структуры Линдблада, $2\hat{L}\hat{\rho}\hat{L}^\dagger - \hat{L}^\dagger\hat{L}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{L}^\dagger\hat{L}$, с единственным оператором $\hat{L}$, отвечающим событию регистрации излучения, прошедшего через конденсат. Необходимо установить вид оператора $\hat{L}$. Предположим, что пучок зондирует яму B и излучение является классическим, т.е. амплитуда $\mathcal{E}$ световой волны есть обычное комплексное число, коммутирующее со своим сопряженным. После прохождения через конденсат эта амплитуда приобретает фазовый сдвиг, пропорциональный числу атомов в яме B: $\mathcal{E} \mapsto \mathcal{E}\exp(\imath\phi\hat{b}^\dagger\hat{b})$. Поэтому амплитуда становится оператором по отношению к системе атомов[2)]. Оператор $\hat{L}$, отвечающий за поглощение излучения, должен быть пропорционален амплитуде после прохождения конденсата. Следовательно, $\hat{L} \propto \exp(\imath\phi\hat{b}^\dagger\hat{b})$. В результате имеем следующее уравнение:

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho} = -\imath[\hat{H}, \hat{\rho}] + \nu \exp(\imath\phi\hat{b}^\dagger\hat{b})\hat{\rho}\exp(-\imath\phi\hat{b}^\dagger\hat{b}) - \nu\hat{\rho}. \tag{2}$$

Поскольку оператор $\exp(\imath\phi\hat{b}^\dagger\hat{b})$ – унитарный, структура Линдблада редуцировалась до второго и третьего слагаемых в правой части. Здесь ϕ есть фаза, приобретаемая излучением при нахождении в пучке одного атома (естественно полагать $\phi \ll 1$). Феноменологическая частота ν пропорциональна интенсивности пучка. Она задает скорость разрушения когерентности.

И динамическая, и диссипативная части эволюции имеют свои естественные базисы в пространстве состояний конденсата. Для динамической части это базис, диагонализующий гамильтониан $\hat{H}$. Для диссипативной части целесообразно определить естественный базис так, чтобы диагональные элементы статистического оператора в этом базисе эволюционировали (под действием диссипативной части!) согласно некоторому балансному уравнению, т.е. отдельно от недиагональных элементов. Ясно, что в случае уравнения (2) это базис Фока моды B, умноженный на любой ортонормированный базис моды A. Диагональные элементы оператора $\hat{\rho}$ в данном базисе вообще не изменяются под действием процесса декогеренции, а элементы, недиагональные по числу атомов в яме B, отвечающие за когерентность между такими состояниями, подвержены затуханию. С другой стороны, эффект туннелирования между ямами, отраженный в гамильтониане (1), индуцирует эту когерентность. В зависимости от соотношения скоростей затухания и рождения когерентности тот или иной базис оказывается естественным для изучаемой системы. Будут рассмотрены оба противоположных предельных случая.

Случай быстрого разрушения когерентности. При выполнении неравенства

$$\nu(1 - \cos\phi) \simeq \nu\phi^2/2 \gg |\mu|, \tag{3}$$

в котором левая часть, как будет показано ниже, задает скорость разрушения когерентности, а правая – скорость ее создания при туннелировании, можно полагать, что когерентность не распространяется дальше одного шага от диагонали в естественном

[2)]В более последовательной теории эффекты взаимодействия атомов с излучением, приводящие к изменению фазы последнего, должны изначально появиться в гамильтониане в виде слагаемого $\propto \hat{b}^\dagger\hat{b}\hat{n}_{ph}$, где $\hat{n}_{ph}$ – оператор числа фотонов в пучке.

"диссипативном" базисе, т.е. по числу атомов в моде B:

$$\hat{\rho} = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\hat{\varrho}_k \otimes |k\rangle\langle k| + \right. \tag{4}$$

$$\left. + \hat{\varrho}_k^{(+)} \otimes |k+1\rangle\langle k| + \hat{\varrho}_k^{(-)} \otimes |k\rangle\langle k+1| \right).$$

Здесь операторы $\hat{\varrho}_k$ и $\hat{\varrho}_k^{(\pm)}$ действуют в пространстве состояний моды A, $\hat{\varrho}_k^{(-)} = \hat{\varrho}_k^{(+)\dagger}$, $p_k = \mathrm{Tr}_A \hat{\varrho}_k$ есть вероятность иметь k атомов в моде B. Вторые сомножители в тензорных произведениях суть операторы в пространстве состояний моды B.

Уравнение для $\hat{\varrho}_k$ следует из (2):

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}_k = -\imath\omega_A[\hat{a}^\dagger\hat{a}, \hat{\varrho}_k] - \imath\mu\sqrt{k+1}\hat{a}^\dagger\hat{\varrho}_k^{(+)} - \tag{5}$$

$$- \imath\mu\sqrt{k}\hat{a}\hat{\varrho}_{k-1}^{(-)} + \imath\mu\sqrt{k}\hat{\varrho}_{k-1}^{(+)}\hat{a}^\dagger + \imath\mu\sqrt{k+1}\hat{\varrho}_k^{(-)}\hat{a}.$$

В аналогичном уравнении для $\hat{\varrho}_k^{(+)}$ "источником" служат слагаемые $\propto \mu\hat{a}\hat{\varrho}_k$ и $\propto \mu\hat{\varrho}_{k+1}\hat{a}$, а "стоком" – слагаемое $\nu(1-\cos\phi)\hat{\varrho}_k^{(+)}$ (аналогично для $\hat{\varrho}_k^{(-)}$). Поскольку при выполнении неравенства (3) эволюция операторов $\hat{\varrho}_k^{(\pm)}$ подчинена более медленной эволюции операторов $\hat{\varrho}_k$, можно пренебречь производными $d\hat{\varrho}_k^{(\pm)}/dt$ и получить следующие выражения для квазистационарных матричных элементов в базисе Фока моды A:

$$\langle n|\hat{\varrho}_k^{(+)}|n'\rangle = -\frac{\imath\mu\sqrt{k+1}}{Z + \imath\omega_A(n-n')}\langle n|(\hat{a}\hat{\varrho}_k - \hat{\varrho}_{k+1}\hat{a})|n'\rangle \tag{6}$$

и

$$\langle n|\hat{\varrho}_k^{(-)}|n'\rangle = -\frac{\imath\mu\sqrt{k+1}}{Z^* + \imath\omega_A(n-n')}\langle n|(\hat{a}^\dagger\hat{\varrho}_{k+1} - \hat{\varrho}_k\hat{a}^\dagger)|n'\rangle. \tag{7}$$

Здесь $Z = \nu(1-\cos\phi) - \imath\nu\sin\phi + \imath\omega_B$. Результирующее уравнение для $\hat{\varrho}_k$ также по необходимости требует записи через матричные элементы. Мы будем интересоваться эволюцией распределения вероятности нахождения того или иного числа атомов в моде A. Для этого достаточно уравнения эволюции диагональных матричных элементов $\varrho_k(n) \doteq \langle n|\hat{\varrho}_k|n\rangle$:

$$\frac{d}{dt}\varrho_k(n) = \gamma n(k+1)\Big[\varrho_{k+1}(n-1) - \varrho_k(n)\Big] + \tag{8}$$

$$+ \gamma k(n+1)\Big[\varrho_{k-1}(n+1) - \varrho_k(n)\Big].$$

Здесь $\gamma = 2\mu^2 \mathrm{Re}(Z - \imath\omega_A)^{-1}$.

Как и следовало ожидать, балансное уравнение связывает состояния с заданным полным числом частиц $N = n + k$ в конденсате. В рамках представления Йордана [6], ассоциирующего пару бозонных мод с эффективным квантованным угловым моментом, для каждого фиксированного N введем число $j \doteq N/2$ и число $m \doteq (k-n)/2$. Введем также новые обозначения для фигурантов уравнения (8):

$$\varrho^{(j)}(m) \doteq \varrho_{j+m}(j-m). \tag{9}$$

Мы будем трактовать эти величины как диагональные матричные элементы некоторого эрмитова оператора $\hat{\varrho}^{(j)}$ в базисе $\{|j,m\rangle\}_{m=-j}^{j}$ эффективного углового момента с величиной j и проекцией m на выделенную ось: $\varrho^{(j)}(m) = \langle j,m|\hat{\varrho}^{(j)}|j,m\rangle$. Сумма по возможным значениям m равна вероятности $P^{(N)}$ иметь N атомов в конденсате:

$$\sum_{m=-j}^{j} \varrho^{(j)}(m) = P^{(N)}. \tag{10}$$

Новые обозначения позволяют смотреть на уравнение (8) как на диагональную часть операторного уравнения

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(j)} = \gamma\hat{J}_-\hat{\varrho}^{(j)}\hat{J}_+ - \frac{\gamma}{2}\{\hat{J}_+\hat{J}_-, \hat{\varrho}^{(j)}\} + \tag{11}$$

$$+ \gamma\hat{J}_+\hat{\varrho}^{(j)}\hat{J}_- - \frac{\gamma}{2}\{\hat{J}_-\hat{J}_+, \hat{\varrho}^{(j)}\}.$$

Здесь операторы $\hat{J}_\pm$ повышают и понижают проекцию эффективного углового момента: $\hat{J}_\pm|j,m\rangle = \sqrt{(j\mp m)(j\pm m+1)}|j, m\pm 1\rangle$; фигурные скобки обозначают антикоммутатор. Эволюция диагональных элементов оператора $\hat{\varrho}^{(j)}$ не изменится, если в правую часть уравнения (11) добавить слагаемые

$$2\gamma\hat{J}_0\hat{\varrho}^{(j)}\hat{J}_0 - \gamma\{\hat{J}_0^2, \hat{\varrho}^{(j)}\}, \tag{12}$$

где $\hat{J}_0$ является оператором проекции эффективного углового момента на выбранную ось: $\hat{J}_0|j,m\rangle = m|j,m\rangle$. При этом преобразовании уравнение становится инвариантным относительно поворотов в трехмерном пространстве, где находится эффективный угловой момент:

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(j)} = 2\gamma\hat{\mathbf{J}}\hat{\varrho}^{(j)}\hat{\mathbf{J}} - 2\gamma j(j+1)\hat{\varrho}^{(j)}. \tag{13}$$

Полужирным шрифтом здесь обозначено скалярное произведение. Нахождение решения этого уравнения не представляет особой проблемы, если воспользоваться аппаратом неприводимых тензорных операторов, реализующих представления группы SU(2). Коэффициентами разложения оператора $\hat{\varrho}^{(j)}$ по системе неприводимых тензорных операторов являются линейные комбинации его матричных элементов:

$$\varrho_{\kappa q}^{(j)} \doteq \sum_{m,m'=-j}^{j} (-1)^{j-m'}\langle jmj-m'|\kappa q\rangle\langle j,m|\hat{\varrho}^{(j)}|j,m'\rangle. \tag{14}$$

Здесь $\kappa = 0, 1, ..., 2j$, $q = -\kappa, -\kappa + 1, ..., \kappa$. Уравнение эволюции величин (14) следует из (13) и имеет очень простой вид:

$$\frac{d}{dt}\varrho^{(j)}_{\kappa q} = -\gamma\kappa(\kappa+1)\varrho^{(j)}_{\kappa q}. \tag{15}$$

Пользуясь соотношением

$$\langle j, m|\hat{\varrho}^{(j)}|j, m'\rangle = \sum_{\kappa,q}^{j}(-1)^{j-m'}\langle jmj-m'|\kappa q\rangle\varrho^{(j)}_{\kappa q}, \tag{16}$$

обратным (14), можно вычислить условную вероятность

$$p^{(j)}(m, t|m_0, 0) = \tag{17}$$

$$\sum_{\kappa=0}^{2j} e^{-\gamma\kappa(\kappa+1)t}(-1)^{m-m_0}\langle jmj-m|\kappa 0\rangle\langle jm_0 j-m_0|\kappa 0\rangle,$$

связывающую начальное и конечное распределения $\varrho^{(j)}(m)$:

$$\varrho^{(j)}(m, t) = \sum_{m_0=-j}^{j} p^{(j)}(m, t|m_0, 0)\varrho^{(j)}(m_0, 0). \tag{18}$$

Реальное использование выражения (17) для условной вероятности предполагает вычисление коэффициентов Клебша–Гордана при больших значениях $j \sim 10^6$, соответствующих типичным числам атомов в современных конденсатах. В этих условиях целесообразно использовать асимптотическую связь (при $j \gg 1$) коэффициентов Клебша–Гордана и функций Вигнера [7]:

$$\langle jmj-m|\kappa 0\rangle \simeq d^{(\kappa)}_{00}(\vartheta) = \tag{19}$$

$$= \sum_{s=0}^{\kappa}\left(\frac{\kappa!}{s!(\kappa-s)!}\right)^2(-1)^s\left(\cos\frac{\vartheta}{2}\right)^{2\kappa-2s}\left(\sin\frac{\vartheta}{2}\right)^{2s},$$

где $\cos\vartheta = m/j$. В рамках этой асимптотики можно получить относительно простое выражение для стационарной корреляционной функции излучения, прошедшего сквозь конденсат. Вид стационарного распределения $\varrho^{(j)}_{st}(m)$ следует из (8) при учете соотношений детального баланса:

$$\varrho^{(j)}_{st}(m) = \frac{P^{(2j)}}{2j+1}. \tag{20}$$

Вычисление корреляционной функции безразмерной комплексной амплитуды $\hat{\mathcal{E}} = \exp(\imath\phi\hat{b}^\dagger\hat{b})$ дает следующее выражение:

$$\langle\hat{\mathcal{E}}(t)\hat{\mathcal{E}}^\dagger(0)\rangle_{st} \simeq \frac{1}{2}\sum_{2j=0}^{\infty}\sum_{\kappa=0}^{2j}e^{-\gamma\kappa(\kappa+1)t}\times \tag{21}$$

$$\times\left|\int_0^\pi e^{\imath(\phi+\pi)j\cos\vartheta}d^{(\kappa)}_{00}(\vartheta)\sin\vartheta d\vartheta\right|^2 jP^{(2j)}.$$

Случай медленного разрушения когерентности ($\nu \ll |\mu|$) делает естественным базисом для анализа системы "динамический" базис, диагонализующий гамильтониан (1):

$$\hat{H} = \omega_1\hat{c}_1^\dagger\hat{c}_1 + \omega_2\hat{c}_2^\dagger\hat{c}_2. \tag{22}$$

Здесь введены две новые бозонные моды, 1 и 2, с операторами уничтожения

$$\begin{aligned}\hat{c}_1 &= \cos(\chi)\hat{a} + \sin(\chi)\hat{b},\\ \hat{c}_2 &= -\sin(\chi)\hat{a} + \cos(\chi)\hat{b}\end{aligned} \tag{23}$$

и частоты $2\omega_{1,2} = \omega_A + \omega_B \pm \sqrt{(\omega_A-\omega_B)^2 + 4\mu^2}$; $\operatorname{tg}2\chi = 2\mu(\omega_A-\omega_B)^{-1}$. Динамический базис является произведением базисов Фока для новых мод. Для заданного полного числа атомов N это совокупности $\{|n, N-n\rangle \equiv |n\rangle_1 \otimes |N-n\rangle_2\}$, где $n = 1, 2, ..., N$.

В кинетическом уравнении, записанном для блоков $\hat{\rho}^{(N)}$ статистического оператора с заданным полным числом атомов, быстрая динамика позволяет удержать в диссипативной части только те матричные элементы операторов $\exp(\imath\phi\hat{b}^\dagger\hat{b})$, которые отвечают основной форме зависимости от времени, диктуемой гамильтонианом (в данном случае для $\rho^{(N)}(n, n') \doteq \langle n, N-n|\hat{\rho}^{(N)}|n', N-n'\rangle$ эта зависимость $\propto \exp[-\imath(\omega_1-\omega_2)(n-n')t]$):

$$\frac{d}{dt}\rho^{(N)}(n, n') = -\Big[\imath(\omega_1-\omega_2)(n-n') + \nu\Big]\rho^{(N)}(n, n') + \tag{24}$$

$$+\nu\sum_k w^{(N)}(n, n+k)w^{(N)}(n', n'+k)^*\rho^{(N)}(n+k, n'+k).$$

Здесь $w^{(N)}(n, n') \doteq \langle n, N-n|\exp(\imath\phi\hat{b}^\dagger\hat{b})|n', N-n'\rangle$.

Вычисление величин $w^{(N)}(n, n')$ дает следующий результат:

$$w^{(N)}(n, n') = \sqrt{\frac{n!(N-n)!}{n'!(N-n')!}}\times \tag{25}$$

$$\times\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(u_1e^{\imath\theta} + v)^{n'}(ve^{\imath\theta} + u_2)^{N-n'}e^{-\imath n\theta}d\theta,$$

где

$$\begin{aligned}u_1 &= \cos^2(\chi) + \sin^2(\chi)\exp(\imath\phi),\\ u_2 &= \sin^2(\chi) + \cos^2(\chi)\exp(\imath\phi),\\ v &= \cos(\chi)\,\sin(\chi)[\exp(\imath\phi) - 1].\end{aligned} \tag{26}$$

В стационарном состоянии операторы $\hat{\rho}^{(N)}$ диагональны в динамическом базисе:

$$\hat{\rho}^{(N)}_{st} = \sum_{n=0}^{N}|n, N-n\rangle\rho^{(N)}_{st}(n)\langle n, N-n|. \tag{27}$$

Вероятности $\rho_{st}^{(N)}(n)$ находятся из соотношения детального баланса:

$$|w^{(N)}(n,n')|^2\rho_{st}^{(N)}(n') = |w^{(N)}(n',n)|^2\rho_{st}^{(N)}(n). \quad (28)$$

Из (25) следуют соотношения симметрии: $w^{(N)}(n,n') = w^{(N)}(n',n)$. Как результат имеет место однородность распределения: $\rho_{st}^{(N)}(n) = P^{(N)}/(N+1)$. В базисе $\{|j,m\rangle^{(1,2)}\}_{m=-j}^{j}$ эффективного углового момента для мод 1 и 2 (здесь $j = N/2$) распределение по m также, естественно, однородно, а состояние (27) диагонально: ${}^{(1,2)}\langle j,m|\hat\rho_{st}^{(N)}|j,m'\rangle^{(1,2)} = \delta_{m,m'}P^{(N)}/(N+1)$. Переход (23) индуцирует *унитарное* преобразование базиса $\{|j,m\rangle^{(1,2)}\}_{m=-j}^{j}$ в базис $\{|j,m\rangle^{A,B}\}_{m=-j}^{j}$. Следствием этого является однородность распределения по числам атомов в ямах:

$$\langle n_A, N-n_A|\hat\rho_{st}^{(N)}|n_A, N-n_A\rangle = \frac{P^{(N)}}{N+1}. \quad (29)$$

При этом недиагональные элементы в фоковском базисе мод A и B уже в общем случае не равны нулю.

Заключение. В работе исследован специфический процесс разрушения когерентности между компонентами атомарного бозе-конденсата, локализованными вблизи минимумов двухъямного потенциала. В основе механизма декогеренции лежит возникновение корреляций между числом атомов в одной из ям и фазой зондирующего ее оптического пучка. Разрушение когерентности существенно модифицирует процесс туннелирования атомов между ямами, что следует из анализа двух предельных случаев – быстрой и медленной декогеренции – в сравнении со скоростью туннелирования. В первом случае оказалось возможным найти точное решение для случайного процесса миграции атомов между ямами. Следует отметить значительное сходство процесса туннелирования атомов между ямами в присутствии декогеренции и процесса так называемой квантовой релаксации при конверсии ядерных спиновых изомеров молекул [8].

Можно констатировать, что в обоих рассмотренных предельных случаях установившееся распределение по числам атомов в ямах для заданного полного числа атомов в конденсате оказывается однородным. Это проявляется как значительное усиление флуктуаций числа атомов в каждой из ям по сравнению с флуктуациями полного числа атомов при приготовлении конденсата. Действительно, пусть для определенности распределение полного числа атомов $P^{(N)}$ является распределением Пуассона с параметром $\langle N\rangle$. Тогда дисперсия числа атомов $\sqrt{\langle(\Delta N)^2\rangle} = \sqrt{\langle N\rangle}$. Вследствие упомянутой однородности распределение числа атомов в яме (например, в яме A) дается выражением

$$p(n_A) = \sum_{N=n_A}^{\infty}\frac{P^{(N)}}{N+1}. \quad (30)$$

Отсюда, как и следовало ожидать, имеем значение $\langle N\rangle/2$ для $\langle n_A\rangle$. Дисперсия

$$\sqrt{\langle(\Delta n_A)^2\rangle} \simeq \frac{\langle N\rangle}{2\sqrt{3}} \quad (31)$$

при больших значениях $\langle N\rangle$. В случае $\langle N\rangle \sim 10^6$ дисперсия (31) оказывается на два-три порядка больше дисперсии полного числа атомов.

Авторы признательны В. Томилину, В. Юдину и А. Тайченачеву за полезное обсуждение. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант # 15-02-05754).

1. J. Roustekoski and D. F. Walls, Phys. Rev. A **58**, R50 (1998).
2. W. Wang, L. B. Fu, and X. X. Yi, Phys. Rev. A **75**, 045601 (2007).
3. G. Ferrini, A. Minguzzi, and F. W. J. Hekking, Phys. Rev. A **78**, 023606 (2008).
4. V. O. Nesterenko, F. N. Novikov, E. Suraud, and J. Kvasil, J. Phys.: Conf. Ser. **248**, 012033 (2010).
5. J. Javanainen and J. Ruostekoski, New J. Phys. **15**, 013005 (2013).
6. L. C. Biedenharn and J. D. Louck, *Angular Momentum in Quantum Physics. Theory and applications*, Addison-Wesley (1981) [Л. Биденхарн, Дж. Лаук, *Угловой момент в квантовой физике. Теория и приложения*, Мир, М. (1984)].
7. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Л. (1975).
8. R. F. Curl, J. V. V. Kasper, and K. S. Pitzer, J. Chem. Phys. **46**, 3220 (1967); P. L. Chapovsky, Phys. Rev. A **43**, 3624 (1991); P. L. Chapovsky, Physica A **233**, 44 (1996); P. L. Chapovsky and L. J. F. Hermans, Annu. Rev. Phys. Chem. **50**, 315 (1999).