Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 3, с. 159 – 166

Динамическая дифракция в кристалле с пространственной модуляцией падающей и отраженной рентгеновской волны

В. И. Пунегов[1)], *С. И. Колосов*

Коми научный центр УрО РАН, 167982 Сыктывкар, Россия

Поступила в редакцию 19 мая 2015 г.

После переработки 23 июня 2015 г.

Предложен новый подход к проблеме динамического рассеяния пространственно ограниченных рентгеновских пучков. На его основе разработана динамическая теория дифракции в кристалле с латеральной модуляцией падающей и отраженной рентгеновских волн. Дано физическое объяснение и выполнено численное моделирование необычного углового распределения интенсивности рассеяния от кристалла с поглощающей поверхностной решеткой. Продемонстрированно влияние инструментальной функции на формирование дифракционной картины.

DOI: 10.7868/S0370274X15150023

1. Введение. Одними из основных элементов рентгеновской оптики являются дифракционные решетки, широко используемые в различных спектроскопических исследованиях в качестве высокоразрешающих узкополосных монохроматоров и энергетических сепараторов [1]. В настоящее время предпринимаются попытки создания новых типов дифракционных решеток [2–4]. Неожиданное угловое распределение интенсивности рассеяния наблюдали при дифракции рентгеновских лучей на кристалле кремния с вольфрамовым поверхностным рельефом [3, 4]. Необычность наблюдаемой дифракционной картины в обратном пространстве заключалась в том, что, помимо ожидаемых латеральных сателлитов присутствовали дополнительные вертикальные и диагональные дифракционные порядки. Для объяснения этого явления в [3] предложена феноменологическая дифракционная модель, на основе которой выполнено численное моделирование углового распределения интенсивности рассеяния, и проведено сопоставление теоретических результатов с экспериментальными данными. Однако формирование сегментальной ромбоидальной структуры рентгеновских полей в объеме кристалла в рамках феноменологической модели [3] являлось лишь предположением. Настоящая работа посвящена развитию нового подхода к динамической теории рентгеновского рассеяния, в рамках которого исследована дифракция на кристалле с латеральной периодической модуляцией амплитуды падающей и дифракционной волн.

2. Дифракция в кристалле с латеральной модуляцией рентгеновского излучения. Рассмотрим динамическую дифракцию рентгеновских лучей в кристалле, на поверхности которого вдоль оси y равномерно размещены полосы поглотителей падающего излучения шириной t с периодом T (рис. 1). Введем прямоугольную систему координат,

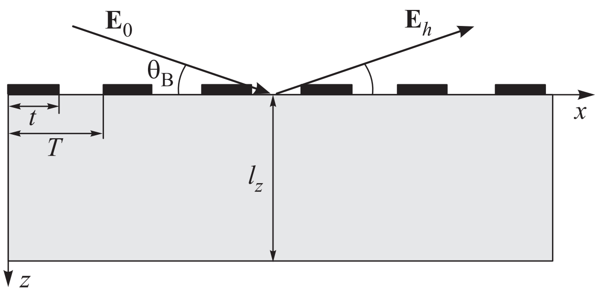

Рис. 1. Схема дифракции рентгеновских лучей в кристалле с периодически расположенными поглотителями

оси x и y которой параллельны входной поверхности, а ось z направлена в глубь кристалла, причем $x0z$ образует плоскость дифракции. Для простоты рассмотрим симметричную дифракцию в геометрии Брэгга. Пусть на кристалл под углом $\theta = \theta_B + \omega$ падает плоская рентгеновская волна, где $\omega = \theta - \theta_B$ – отклонение рентгеновского пучка от угла Брэгга θ_B. В отсутствие деформаций в кристалле при описании дифракции будем исходить из уравнений Такаги [5], записанных в декартовой системе координат:

[1)]e-mail: vpunegov@dm.komisc.ru

$$\begin{cases} \left(\mathrm{ctg}\theta_{\mathrm{B}}\dfrac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\right)E_0(x,z)= \\ =ia_0E_0(x,z)+ia_{-h}E_h(x,z), \\ \left(\mathrm{ctg}\theta_{\mathrm{B}}\dfrac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial z}\right)E_h(x,z)= \\ =i(a_0+\eta)E_h(x,z)+ia_hE_0(x,z), \end{cases} \quad (1)$$

где $E_{0,h}(x,z)$ – амплитуды проходящей и дифракционной рентгеновских волн, $a_0 = \pi\chi_0/(\lambda\gamma_0)$, $a_{h,\bar{h}} = C\pi\chi_{h,\bar{h}}/(\lambda\gamma_{h,0})$, $\eta = 2\pi\sin(2\theta_{\mathrm{B}})\omega/(\lambda\gamma_h)$ – угловой параметр, используемый в двухкристальной дифрактометрии в режиме $\theta{-}2\theta$-сканирования, λ – длина волны рентгеновского излучения в вакууме, $\gamma_{0,h} = \sin(\theta_{\mathrm{B}})$, C – поляризационный фактор, $\chi_g = -r_0\lambda^2F_g/(\pi V_c)$ – фурье-компоненты рентгеновской поляризуемости, $g = 0,h,\bar{h}$. Здесь V_c – объем элементарной ячейки, $r_0 = e^2/(mc^2)$ – классический радиус электрона, e, m – заряд и масса электрона, F_g – структурный фактор, h – вектор обратной решетки, причем $h = 2\pi/d_{hkl}$, где d_{hkl} – межплоскостное расстояние.

Периодически расположенные в латеральном направлении поглотители модулируют амплитуду падающего на поверхность кристалла рентгеновского пучка. Дифракционная волна, выходящая из объема кристалла, также претерпевает пространственную модуляцию, поскольку встречает периодический барьер поглотителей со стороны кристаллической среды. Таким образом, периодическое расположение поглотителей модулирует как падающий, так и дифракционный рентгеновские пучки. Отметим, что проходя через полосу поглотителя прямоугольного сечения, рентгеновская волна испытывает фазовый сдвиг. Однако эти фазовые изменения пространственно-неоднородны, поскольку рентгеновский пучок падает под углом к поверхности поглотителя и рентгеновские лучи проходят разные пути внутри поглощающей среды. Кроме того, поглотитель, как правило, имеет поверхностные и боковые шероховатости, по размерам в десятки раз превосходящие длину рентгеновской волны. Поэтому возникающие оптические разности хода, а следовательно, и фазовые сдвиги носят случайный характер и дают вклад в диффузное рассеяние рентгеновских лучей, которое находится вне рамок рассматриваемой задачи.

Для описания динамической дифракции на кристалле с латерально-периодической модуляцией падающей и отраженной рентгеновских волн примем следующую модель. Пусть модуляция падающей рентгеновской волны задается функцией вида (рис. 2)

$$f(x)=\begin{cases} 1, & x\in\pm((T-t)/2, \\ \gamma, & x\notin\pm(T-t)/2, \end{cases} \quad (2)$$

где γ – доля пропускаемого через поглотитель излучения. Функция $f(x)$ может быть представлена интегралом Фурье:

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}f(\kappa)\exp(i\kappa x)d\kappa.$$

Будем считать, что ширина фронта падающей на кристалл с поверхностной решеткой рентгеновской

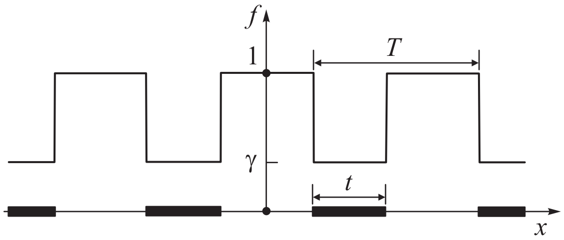

Рис. 2. Функция модуляции падающего и дифракционного излучения: γ – доля пропускаемого излучения, t – ширина полосы поглощения, T – период модуляции

волны равна NT, где N – число периодов модуляции падающего излучения. Перейдем от функции $f(x)$ к ее фурье-образу:

$$f(\kappa)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}f(x)\exp(-i\kappa x)dx=\int\limits_{-NT/2}^{NT/2}f(x)\exp(-i\kappa x)dx, \quad (3)$$

где κ – переменная обратного пространства. Для периодической функции пропускания (2) получаем аналитическое выражение ее фурье-преобразования:

$$f(\kappa)=\frac{\sin(\kappa TN/2)}{\sin(\kappa T/2)}\times$$

$$\times\left\{(1-\gamma)\frac{\sin[\kappa(T-t)/2]}{\kappa/2}+\gamma\frac{\sin(\kappa T/2)}{\kappa/2}\right\}. \quad (4)$$

Решение системы уравнений (1) удобно искать в виде [6]

$$E_{0,h}(x,z)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}d\kappa\exp(i\kappa x)\hat{E}_{0,h}(\kappa,z), \quad (5)$$

где фурье-образы амплитуд рентгеновских полей запишутся как

$$\hat{E}_{0,h}(\kappa, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp(-i\kappa x) E_{0,h}(x, z). \tag{6}$$

Подставив (5) в (1), для фурье-амплитуд рентгеновских полей получаем

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \hat{E}_0(\kappa, z)}{\partial z} = \\ = i(a_0 - \kappa \mathrm{ctg}\theta_\mathrm{B})\hat{E}_0(\kappa, z) + ia_{-h}\hat{E}_h(\kappa, z), \\ -\dfrac{\partial \hat{E}_h(\kappa, z)}{\partial z} = \\ = i(a_0 + \eta - \kappa \mathrm{ctg}\theta_\mathrm{B})\hat{E}_h(\kappa, z) + ia_h\hat{E}_0(\kappa, z). \end{cases} \tag{7}$$

Таким образом, от системы двумерных уравнений (1) в прямом пространстве мы перешли к одномерной дифракционной задаче, которая имеет аналитическое решение. Для этого уравнения (7) должны быть дополнены граничными условиями. Если на кристалл падает плоская волна, амплитуда которой из-за периодически расположенных на поверхности кристалла поглотителей равна $E_0(x, 0) = f(x)$, то для ее фурье-образа имеем $\hat{E}_0(\kappa, 0) = f(\kappa)$. Для дифракционно отраженной от кристалла толщиной l_z волны выполняется второе граничное условие, $\hat{E}_h(\kappa, l_z) = 0$.

Аналитические решения системы связанных уравнений (7) для амплитуд проходящей и дифракционной волн в объеме кристалла имеют вид

$$\hat{E}_0(\kappa, z) = \frac{\xi_1 \exp(i\xi l_z) - \xi_2 \exp(i\xi z)}{Q} f(\kappa) \exp[i(\sigma_0 + \xi_2)z],$$

$$\hat{E}_h(\kappa, z) = a_h \frac{\exp(i\xi l_z) - \exp(i\xi z)}{Q} f(\kappa) \exp[i(\sigma_0 + \xi_2)z], \tag{8}$$

где $\sigma_0 = a_0 - \kappa \mathrm{ctg}\theta_\mathrm{B}$, $Q = \xi_1 \exp(i\xi l_z) - \xi_2$, $\xi = \sqrt{(\eta + 2a_0 - 2\kappa \mathrm{ctg}\theta_\mathrm{B})^2 - 4a_h a_{-h}}$, $\xi_{1,2} = [-(\eta + 2a_0 - 2\kappa \mathrm{ctg}\theta_\mathrm{B}) \pm \xi]/2$. Подставляя (8) в (5), получаем, в частности, решение для амплитуды дифракционного рентгеновского поля в объеме кристалла:

$$E_h(x, z) = \frac{a_h}{2\pi} \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa \frac{\exp(i\xi l_z) - \exp(i\xi z)}{Q} f(\kappa) \exp\{i[\sigma_0 + \xi_2)z + \kappa x]\}. \tag{9}$$

Используем решение (9) для нахождения амплитудного коэффициента отражения от кристалла с периодически расположенными поверхностными поглотителями. Амплитуда дифракционной волны в плоскости $z = 0$ до встречи с поглотителями равна

$$E_h(x, 0) = \frac{a_h}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa \exp(i\kappa x) \frac{\exp(i\xi l_z) - 1}{Q} f(\kappa). \tag{10}$$

Заметим, что решения (8)–(10) зависят от углового параметра $\eta \propto \omega$ и относятся к двухкристальной геометрии. Для описания дифракционной картины в обратном пространстве в режиме трехосевой дифрактометрии параметр η следует представить в виде $\eta = q_x \mathrm{ctg}\theta_\mathrm{B} - q_z$, где $q_x = k \sin\theta_\mathrm{B}(2\omega - \varepsilon)$ и $q_z = -k \cos\theta_\mathrm{B}\varepsilon$ – проекции вектора $\mathbf{q}$, задающего отклонение вектора дифракции от узла обратной решетки [7, 8], ω и ε – угловые положения образца и анализатора.

Поскольку $f(x)$ также модулирует выходящую на поверхность кристалла дифракционную волну шириной волнового фронта NT, конечная регистрируемая амплитуда отражения запишется как

$$R_h(q_x, q_z) = \frac{a_h}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(i\xi l_z) - 1}{Q} f(\kappa) f(\kappa - q_x) d\kappa. \tag{11}$$

Распределение в обратном пространстве интенсивности рассеяния от кристалла с поверхностной модуляцией падающей и отраженной волн находится из соотношения

$$I_h(q_x, q_z) = |R_h(q_x, q_z)|^2. \tag{12}$$

3. Инструментальная функция. Строго говоря, вид экспериментальной RSM (Reciprocal Space Map) зависит не только от исследуемого образца, но и от типа монохроматора и анализатора, т.е. от так называемой инструментальной (аппаратной) функции.

Предположим, что вдоль оси q_y интенсивность рассеяния уже проинтегрирована. Кроме того, мы не будем учитывать спектральный разброс по длинам волн падающего излучения, поскольку его влияние существенно меньше функции разрешения монохроматора и анализатора [9]. Рассмотрим угловое распределение интенсивности рассеяния $\bar{I}_h(q_x, q_z)$, которая регистрируется в методе трехосевой дифрактометрии, с учетом инструментальной функции.

Пусть $R^\mathrm{M}(\beta)$ – угловая зависимость отражательной способности монохроматора (M), а $R^\mathrm{A}(\delta)$ – угловая зависимость отражательной способности анализатора (A). Для симметричной дифракции повороты образца (ω) и анализатора (ε) связаны с проекциями $q_{x,z}$ в обратном пространстве соотношениями [10]

$$\omega = \frac{q_x \cos\theta_B - q_z \sin\theta_B}{h\cos\theta_B}, \quad \varepsilon = -\frac{q_z}{k\cos\theta_B}, \qquad (13)$$

где h – величина вектора обратной решетки, $k = 2\pi/\lambda$. В эксперименте угловая отстройка образца ω вызывает угловые отклонения монохроматора $\beta = -\omega$ и анализатора $\delta = \omega - \varepsilon$. Соответствующие отражательные способности будут равны $R^M(-\omega)$ и $R^A(\omega-\varepsilon)$.

Тогда с учетом (13) и соответствующей нормировки влияние инструментальной функции на угловое распределение интенсивности рассеяния будет определяться соотношением

$$\bar{I}_h(q_x,q_z) = \frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dq'_x dq'_z \bar{R}^M(q'_x,q'_z)\bar{R}^A(q'_x,q'_z) I_h(q_x-q'_x, q_z-q'_z)}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dq'_x dq'_z R^M(q'_x,q'_z)R^A(q'_x,q'_z)},$$

где

$$\bar{R}^M(q'_x,q'_z) = R^M\left(-\frac{q'_x\cos\theta_B - q'_z\sin\theta_B}{h\cos\theta_B}\right),$$

$$\bar{R}^A(q'_x,q'_z) = R^A\left(\frac{q'_x\cos\theta_B - q'_z\sin\theta_B}{h\cos\theta_B} + \frac{q'_z}{k\cos\theta_B}\right)$$

есть коэффициенты отражения от монохроматора и анализатора соответственно, $I_h(q_x,q_z)$ – интенсивность рассеяния, вычисленная с использованием (11), (12).

В качестве $R^{M,A}(\omega) = |r(\omega)|^2$ можно брать кривую Дарвина полубесконечного совершенного кристалла с амплитудным коэффициентом отражения [11]:

$$r(\omega) = \begin{cases} \dfrac{a_h^{M,A}}{\xi_1(\omega)} & \text{при } \mathrm{Im}[\xi(\omega)] < 0, \\[2ex] \dfrac{a_h^{M,A}}{\xi_2(\omega)} & \text{при } \mathrm{Im}[\xi(\omega)] > 0, \end{cases}$$

где коэффициенты $\xi(\omega)$ и $\xi_{1,2}(\omega)$ зависят от характеристик рентгеновского излучения и материала монохроматора (M) и анализатора (A): $\xi(\omega) = \sqrt{(2a_0^{M,A}+\bar{\eta})^2 - 4a_h^{M,A}a_{-h}^{M,A}}$, $\xi_{1,2}(\omega) = [-\bar{\eta}\pm\xi(\omega)]/2$, $\bar{\eta} = 2\pi\sin(2\theta_B^{M,A})\omega/(\lambda\gamma_h^{M,A}) = 4\pi\cos(\theta_B^{M,A})\omega/\lambda$. Здесь динамические коэффициенты $a_{0,h,\bar{h}}^{M,A}$ аналогичны коэффициентам $a_{0,h,\bar{h}}$ в уравнениях (1), $\theta_B^{M,A}$ и $\omega = \beta$ ($\omega = \delta$) – угол Брэгга и угловое отклонение монохроматора (анализатора) соответственно.

4. Численное моделирование. Численное моделирование рентгеновской дифракции в кристалле кремния с поглощающей поверхностной решеткой было проведено на основе решений (11) и (12). Использовались табличные данные для симметричного (111)-отражения σ-поляризованного рентгеновского Cu$K_{\alpha1}$- излучения с длиной волны $\lambda = 1.54$ Å (см. [12] и указанный в ней сайт X-Ray Server). Угол Брэгга для выбранного отражения составлял 14.221 угл. град. Межплоскостное расстояние $d_{111} = 3.1355$ Å. Толщина кристалла в расчетах составляла $l_z = 10$ мкм, что при длине первичной экстинкции $l_{\text{ext}} = 1.51$ мкм обеспечивало динамическую дифракцию. Период латеральной модуляции во всех вычислениях составлял $T = 1$ мкм

На рис. 3 показано расчетное распределение дифракционной интенсивности в объеме кристалла

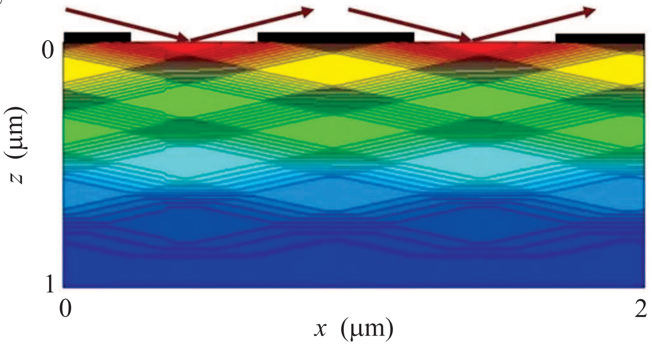

Рис. 3. Расчетное распределение интенсивности дифракционного поля в объеме кристалла с периодическими поверхностными поглотителями (в линейном масштабе). Максимальное значение интенсивности 1.0 (красный цвет), минимальное – 0.26 (синий цвет). Разность интенсивностей соседних линий 0.02

с поверхностными поглотителями при выполнении точного условия Брэгга. Рентгеновское поле представляет собой периодическую ромбоидальную структуру с уменьшающейся в глубь кристалла из-за первичной экстинкции интенсивностью. В рамках феноменологической модели [3] для объяснения экспериментальной дифракционной картины была выдвинута гипотеза о формировании такой сегментальной структуры рентгеновского поля, которая и подтвердилась при точном решении данной задачи.

Для вычисления углового распределения интенсивности дифракционного излучения в обратном пространстве необходимо выбрать оптимальное число когерентно рассеивающих периодов N, обеспе-

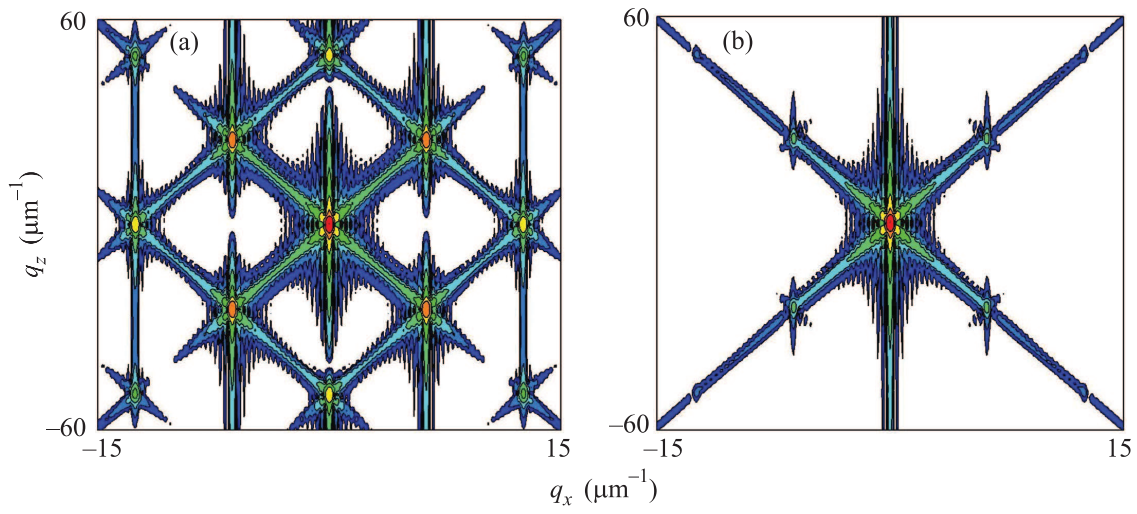

Рис. 4. Расчетные RSM от кристалла с периодическими поверхностными поглотителями для сильной (a, $\gamma = 0.1$) и слабой (b, $\gamma = 0.9$) модуляций падающей и дифракционной волн; $t = 0.45$ мкм. Контуры равной интенсивности представлены в логарифмическом масштабе. Отношение интенсивностей соседних линий 0.237

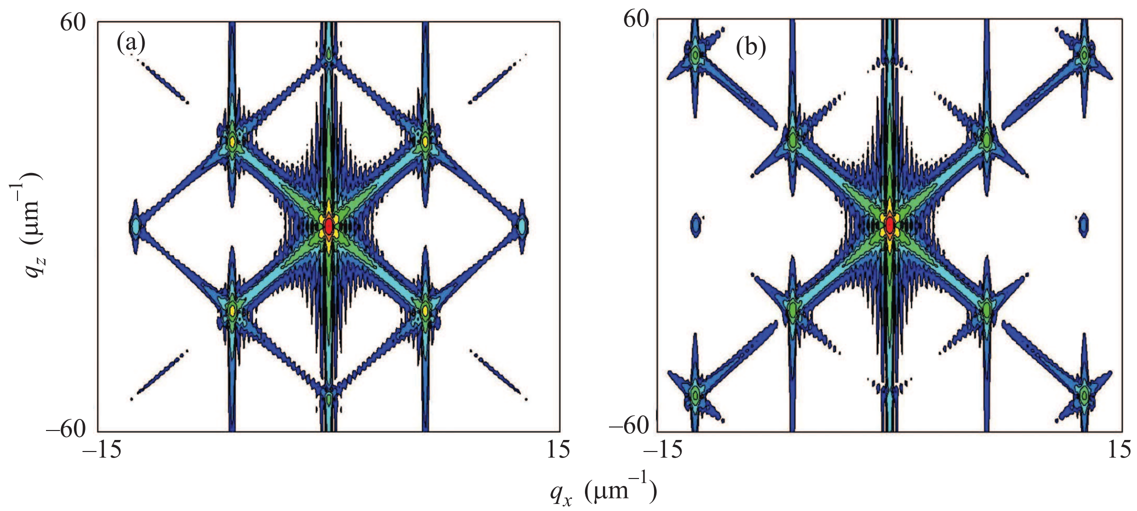

Рис. 5. Расчетные RSM от кристалла с периодическими поверхностными поглотителями разной ширины: $t = 0.5$ мкм (a) и 0.25 мкм (b), $\gamma = 0.6$. Контуры равной интенсивности представлены в логарифмическом масштабе. Отношение интенсивностей соседних линий 0.237

чивающее требуемую визуализацию дифракционных порядков на RSM. С увеличением N дифракционные порядки в латеральном направлении становятся все более узкими, а при $N \to \infty$ превращаются в δ-образные пики. Поэтому в наших вычислениях $N = 20$. Влияние амплитуды модуляции падающего и дифракционного излучения представлено на рис. 4. Здесь и ниже контуры равной интенсивности на RSM представлены в логарифмическом масштабе, отношение интенсивностей между соседними линиями составляет 0.237. При достаточно сильной модуляции ($\gamma = 0.1$) формируются интенсивные дифракционные порядки (рис. 4a), в то время как для слабой модуляции ($\gamma = 0.9$) сателлиты на RSM практически исчезают и остаются лишь первые диагональные максимумы (рис. 4b).

Рис. 5 демонстрирует влияние ширины поглотителя t на распределение интенсивности рассеяния в обратном пространстве. При $t = 0.5$ мкм, что составляет полпериода модуляции, наблюдается исчезновение вторых диагональных дифракционных порядков на RSM (рис. 5a). Отметим, что затухание четных сателлитов действительно имеет место при рассеянии волн на периодических структурах, когда ширина штриха составляет полпериода дифракционной решетки. Иное распределение интенсивности рассе-

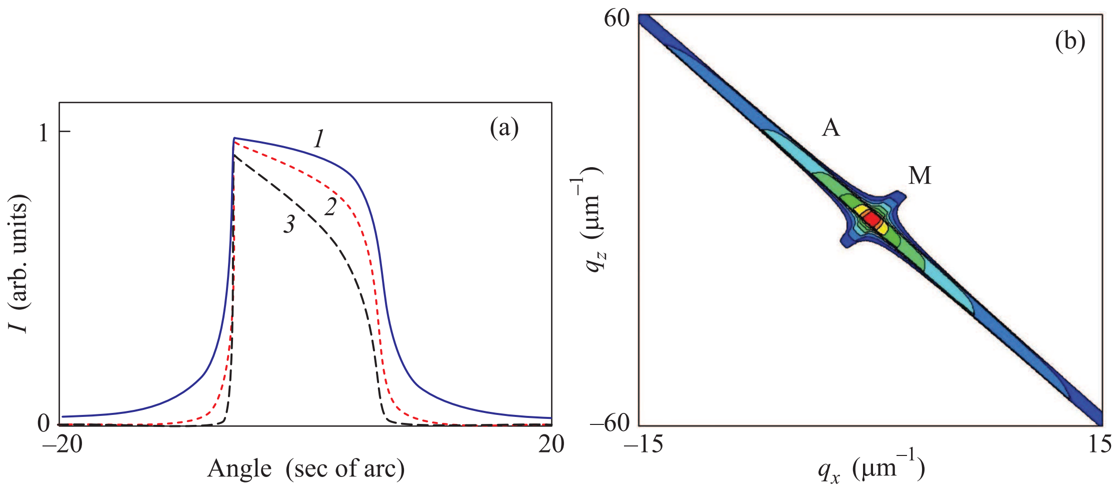

Рис. 6. (a) – Расчетные дифракционные кривые от кристалла Ge(220) для однократного (*1*), двукратного (*2*) и четырехкратного (*3*) отражений. (b) – Расчетная RSM инструментальной функции: M – псевдопик монохроматора с четырехкратным отражением от кристаллов Ge(220), A – псевдопик анализатора с двукратным отражением от кристаллов Ge(220). Контуры равной интенсивности представлены в логарифмическом масштабе. Отношение интенсивностей соседних линий 0.075

яния формируется для $t = 0.25$ мкм (рис. 5b). Если ширина поглотителя составляет четверть периода модуляции, диагональные сателлиты, запрещенные для $t = T/2$, имеют достаточно высокие пиковые значения, однако другие дифракционные порядки, например первые сателлиты в латеральном направлении, теряют в интенсивности (рис. 5b).

В современных экспериментальных установках трехосевой дифрактометрии чаще всего используют монохроматоры с четырехкратным отражением от кристаллов Ge(220) (4-M) [4, 7] и анализаторы с двукратным (2-A) [4] или трехкратным (3-A) [7] отражением от Ge(220). В расчетах RSM с учетом инструментальной функции выбрана комбинация монохроматора (4-M) и анализатора (2-A).

На рис. 6a представлены расчетные дифракционные кривые в случаях однократного, двукратного и четырехкратного отражения от кристалла Ge(220). С увеличением количества отражений наблюдается сужение профиля дифракционных кривых, более резкий спад их “хвостов” и уменьшение пикового значения интенсивности.

Расчетная RSM инструментальной функции показана на рис. 6b. Из-за резкого спада “хвостов” интенсивности рассеяния контуры равной интенсивности представлены в логарифмическом масштабе. Отношение интенсивностей между соседними линиями составляет 0.075. Полоса псевдопика монохроматора (4-M) из-за большего числа отражений существенно короче полосы псевдопика анализатора (2-A).

Влияние инструментальной функции на угловое распределение интенсивности рассеяния от кристалла с периодическими поверхностными поглотителями продемонстрировано на рис. 7. Вычисленные с учетом инструментальной функции RSM (рис. 7b), а также кривые латерального (рис. 7c) и вертикального (рис. 7d) сечений карты существенно сглажены по сравнению с данными расчетов без учета аппаратных искажений (рис. 7a и c). Мелкомасштабные осцилляции интенсивности на RSM и q_x-сечении (рис. 7a и c), которые были вычислены по формулам (11), (12), связаны с ограниченной шириной падающего и отраженного пучков. Полосы псевдопиков монохроматора и анализатора на RSM не проявляются (рис.7b), поскольку их направления совпадают с направлениями расположения диагональных сателлитов, что согласуется с экспериментальными данными [4].

5. Заключение. В процессе численного моделирования в рамках рассмотренной модели проявляются не все дифракционные порядки, которые наблюдаются на экспериментальных RSM [3, 4]. Это связано с тем, что при создании металлической решетки в приповерхностной области кристалла из-за молекулярного взаимодействия образуется периодическое поле упругих напряжений [13], которое ответственно за возникновение дополнительных дифракционных сателлитов. В этом случае вместо (1) необходимо использовать уравнения Такаги для кристалла с периодически распределенными упругими деформациями [5]. Данная проблема является весьма сложной и

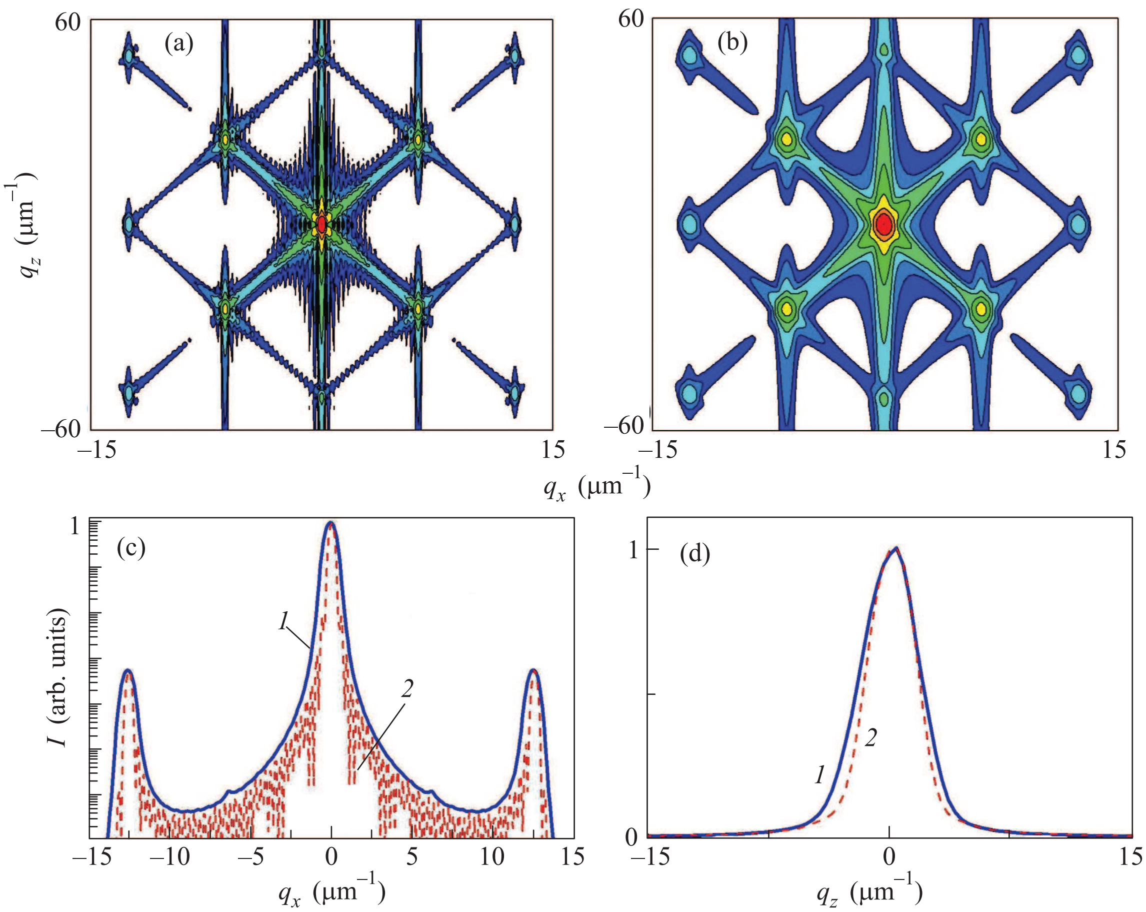

Рис. 7. Влияние инструментальной функции (см. рис. 6) на угловое распределение интенсивности рассеяния от кристалла с периодическими поверхностными поглотителями. Расчетные RSM без учета (a) и с учетом (b) инструментальной функции; $t = 0.45$ мкм, $\gamma = 0.6$. Контуры равной интенсивности представлены в логарифмическом масштабе. Отношение интенсивностей соседних линий 0.237. Центральные q_x-сечения (c) и q_z-сечения (d) RSM с учетом (*1*) и без учета (*2*) инструментальной функции

в отличие от рассмотренной задачи не имеет строгого аналитического решения. Здесь возможен подход, реализованный в [6] для описания рентгеновской дифракции в кристалле, промодулированном поверхностной акустической волной.

Принципиальной особенностью разработанного метода является возможность рассмотрения задач динамической дифракции с пространственно ограниченными пучками как падающей, так и отраженной рентгеновских волн. Это весьма важный аспект, поскольку в реальном эксперименте все пучки пространственно ограничены. Следовательно, изложенный в статье метод дает возможность правильнее интерпретировать угловое распределение интенсивности рассеяния в обратном пространстве. Такой подход будет весьма полезен не только в задачах рентгеновской [1, 11] или нейтронной [14] оптики, но и в оптике фотонных [15] и жидких [16] кристаллов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект # 13-02-00272-а).

1. А.В. Виноградов, И.А. Брытов, А.Я. Грудский, М.Т. Коган, И.В. Кожевников, В.А. Слемзин, *Зеркальная рентгеновская оптика*, Машиностроение, Л. (1989), 464 с.
2. S.K. Lynch, C. Liu, N.Y. Morgan, X. Xiao, A.A. Gomella, D. Mazilu, E.E. Bennett, L. Assoufid, F. de Carlo, and H. Wen, J. Micromech. Microeng. **22**, 105007 (2012).
3. V.I. Punegov, D.V. Irzhak, and D.V. Roshchupkin, in *Book of Abstracts "11th Biennial Conference on High Resolution X-Ray Diffraction and Imaging"*, S.Petersburg (2012), p. 323.
4. D.V. Roshchupkin, D.V. Irzhak, S.L. Shabel?nikova, and A.A. Firsov, J. Surf. Invest. X-ray Synchrotron Neutron Tech. **7**, 663 (2013).

5. S. Takagi, Acta Cryst. **15**, 1311 (1962).
6. V. I. Punegov, Ya. I. Nesterets, and D. V. Roshchupkin, J. Appl. Cryst. **43**, 520 (2010).
7. В. И. Пунегов, УФН **185**, 449 (2015).
8. В. И. Пунегов, Н. Н. Фалеев, Письма в ЖЭТФ **92**, 483 (2010) [V. I. Punegov and N. N. Faleev, JETP Lett. **92**, 437 (2010)].
9. A. Mikhalychev, A. Benediktovitch, T. Ulyanenkova, and A. Ulyanenkov, J. Appl. Cryst. **48**, 679 (2015).
10. Ya. I. Nesterets and V. I. Punegov, Acta Cryst. A **56**, 540 (2000).
11. A. Authier, *Dynamical Theory of X-Ray Diffraction*, Oxford University Press., N.Y. (2001).
12. S. Stepanov and R. Forrest, J. Appl. Cryst. **41**, 958 (2008).
13. I. De Wolf, M. Ignat, G. Pozza, L. Maniguet, and H. E. Maes, J. Appl. Phys. **85**, 6477 (1999).
14. В. К. Игнатович, *Нейтронная оптика*, Физматлит, М. (2006), 336 с.
15. Б. И. Манцызов, *Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов*, Физматлит, М. (2009), 208 с.
16. В. А. Беляков, А. С. Сонин, *Оптика холестерических жидких кристаллов*, Наука, М. (1982), 360 с.