Письма в ЖЭТФ, том 48, вып. 4, стр. 190–192 *25 августа 1988 г.*

УНИВЕРСАЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДВУМЕРНЫХ ВИХРЕЙ В ПЛАЗМЕ

И.А.Ивонин, Е.Б.Татаринова, В.В.Яньков

Показано, что переход к кинетическому описанию плазмы приводит к раскачке волн отрицательной энергии на границе вихря.

Возможная роль вихрей в перемешивании плазмы вызвала поток работ по теории вихрей. Многие типы вихрей оказались устойчивы в рамках гидродинамического описания, т. е. когда разброс частиц по скоростям не учитывается (см. обзоры [1–3]). Большинство устойчивых вихрей реализует максимум энергии при фиксированных прочих интегралах движения, поэтому высказывались предположения, что учет диссипации может привести к росту вихрей [1]. Однако, учет диссипации приведет прежде всего к раскачке колебаний границы вихря, которые имеют отрицательную энергию (относительно энергии невозмущенного вихря) и при наличии диссипации не затухают, а растут. Кроме столкновительной диссипации к неустойчивости может привести резонансное поглощение энергии горячими частицами, т. е. затухание Ландау. Учет конечного ларморовского радиуса был приведен в [4], однако в таком приближении, в котором это еще не вносит новых эффектов.

В данной работе рассмотрена неустойчивость, вызванная затуханием Ландау. Предполагаются выполненными следующие условия: а) горячих частиц мало, они не влияют на поляризацию и частоту собственных мод колебаний границы вихря; б) при вычислении резонансного поглощения энергии на горячих частицах можно пренебречь неоднородностью плазмы в невозмущенном состоянии.

Схема расчета неустойчивости какой-либо собственной моды следующая. Сначала находится частота ω, энергия W и электрическое поле собственной моды в гидродинамическом приближении. Затем вычисляется скорость резонансного поглощения энергии горячими частицами в найденном поле $\dot{W}$. Инкремент неустойчивости γ равен:

$$\gamma = -\dot{W}/W . \tag{1}$$

Продемонстрируем жизнеспособность этой схемы, вычислив неустойчивость двумерного электронного вихря, в котором завихренность (ротор обобщенного импульса электронов $\mathrm{rot}\,\mathbf{P} = \mathrm{rot}(m\mathbf{v}_e) + e\mathbf{H}/c$) равна $\mathbf{e}_z(\Omega + \delta\Omega)$ внутри и $e_z(\Omega - \delta\Omega)$ вне вихря [3].

В качестве уравнений для холодных частиц используются уравнения идеальной электронной магнитогидродинамики [3]. В интересующем нас двумерном случае завихренность $\Omega = \mathbf{e}_z\,\Omega(x, y)$ и уравнение для Ω имеет вид уравнения вмороженности Ω в электроны:

$$\partial\Omega/\partial t + (\mathbf{v}_e, \nabla)\Omega = 0, \qquad \Omega = \frac{e}{c}H - \lambda^2\frac{e}{c}\Delta H, \tag{2}$$

где $\lambda^2 = c^2/\omega_{pe}^2$.

Ограничимся случаем коротковолновых по сравнению с размером вихря возмущений. Направим ось y вдоль границы вихря, а ось x — перпендикулярно границе. Будем искать собственные моды колебаний в виде синусоидальных смещений границы вихря. Тогда $\Omega(\mathbf{r}, t) = \Omega_0(\mathbf{r}) + 2\Gamma_\kappa\,\delta\Omega\sin(\kappa y - \omega t)$, где κ — волновое число, Γ_κ — амплитуда отклонения границы вихря от равновесного положения, $\Gamma_\kappa\,\kappa \ll 1$. Подставляя $\Omega(\mathbf{r}, t)$ в (2) получаем:

$$\omega = (\delta\Omega/m)\kappa\lambda\left(\frac{1}{\sqrt{1+\kappa^2\lambda^2}} - 1\right). \tag{3}$$

Используя уравнения электронной магнитогидродинамики, найдем электрическое поле собственной моды. Предположим, для простоты, что $\delta\Omega \ll \Omega$. Тогда вихревая часть поля много меньше потенциальной и потенциал электрического поля равен:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \Gamma_\kappa \lambda \frac{\delta\Omega\,\Omega \exp(-|x|\sqrt{\kappa^2 + \lambda^{-2}})}{m\, e\sqrt{1+\kappa^2\lambda^2}} e^{i\kappa y - i\omega t}. \qquad (4)$$

Как нетрудно показать, энергия электрического поля колебаний мала, по сравнению с энергией магнитного поля и кинетической энергией электронов. Сумма последних выражается через вмороженную величину $\Omega(\mathbf{r}, t)$:

$$W = c^2/(8\pi e^2)\int \Omega(\mathbf{r}, t)\,\Omega(\mathbf{r}', t)K_0(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/\lambda)d^2\mathbf{r}'d^3\mathbf{r}, \qquad (5)$$

где K_0 – функция Макдональда. Подставляя сюда $\Omega(\mathbf{r}, t)$, найдем энергию собственной моды колебания плоского вихря:

$$W = \frac{1}{8} S\,\Gamma^2_\kappa\, n\lambda \frac{(\delta\Omega)^2}{m}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\kappa^2\lambda^2}} - 1\right). \qquad (6)$$

Здесь S – площадь поверхности границы раздела областей с разной завихренностью.

Найдем теперь, используя вычисленный ранее потенциал, мощность, поглощаемую резонансными частицами. Влиянием магнитного поля на горячие частицы можно пренебречь при условии $r_H\kappa \gg 1$. Если, согласно условию; б) пренебречь неоднородностью распределения горячих частиц в невозмущенном вихре, то (см., например, [5]):

$$\dot{W} = -\frac{2}{(2\pi)^4}\,\omega\int k^2\,|\varphi(\mathbf{k})|^2\,\epsilon''(\omega, \mathbf{k})d^3\mathbf{k}, \qquad (7)$$

где $\varphi(\mathbf{k}) = \int \varphi(\mathbf{r}, t)e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}d^3\mathbf{r}$, $\epsilon''(\omega, \mathbf{k})$ – мнимая часть диэлектрической проницаемости плазмы. Если горячие частицы изотропны (имеются в виду частицы, на которых происходит резонансное поглощение энергии, это могут быть электроны или ионы) то, используя (1), (5), (7) получим:

$$\gamma = \int F'(v)\gamma(v)dv, \qquad (8)$$

$$\gamma(v) = \frac{1}{4\pi^2}\frac{\Omega^2}{m^2}\frac{\omega_p^2}{\omega_{pe}^2}\frac{\sqrt{1+\kappa^2\lambda^2}\,(\sqrt{1+\kappa^2\lambda^2}-1)^{-1}}{(1+v^2/(\lambda^2\omega^2))^2\sqrt{\kappa^2\lambda^2+\omega^2\lambda^2/v^2}}, \qquad (9)$$

где ω_p – плазменная частота горячих частиц, $F(v)$ – их функция распределения в проекции на произвольную ось.

Термином "универсальная неустойчивость" мы хотели подчеркнуть близость найденной неустойчивости к дрейфовой неустойчивости [6]. В обоих случаях источником энергии служит неоднородность (у нас – вызванная вихрем), приводящая к существованию волн отрицательной энергии, а необходимую для раскачки диссипацию можно найти почти всегда.

Литература

1. *Петвиашвили В.И., Похотелов О.А.* Физика плазмы, 1986, **12**, 1127.
2. *Hasegawa A.*, Adv. in Phys., 1985, **34**, 1.
3. *Кингсеп А.С., Чукбар К.В., Яньков В.В.* Вопросы теории плазмы, вып. 16, М.: Энергоатомиздат, 1987, с. 209.

4. *Ступаков Г.В.* ЖЭТФ, 1984, 87, 811.
5. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика, М.: Наука, 1979.
6. *Рудаков Л.И., Сагдеев Р.З.* ДАН СССР, 1961, 138, 581.

Поступила в редакцию
24 июня 1988 г.