Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 6, с. 399 – 404 © 2015 г. 25 сентября

Сверхпроводящая фаза ансамбля фермионов Хаббарда с киральным $(d + id)$ параметром порядка на треугольной решетке

В. В. Вальков[+1)], *Т. А. Валькова*[*], *В. А. Мицкан*[+×]

[+] *Институт физики им. Киренского СО РАН, 660036 Красноярск, Россия*

[*] *Сибирский федеральный университет, 660041 Красноярск, Россия*

[×] *Сибирский государственный аэрокосмический университет им. Решетнёва, 660014 Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 7 июля 2015 г.
После переработки 5 августа 2015 г.

Методом диаграммной техники для операторов Хаббарда для ансамбля сильно коррелированных фермионов на треугольной решетке в рамках $t{-}J_1{-}J_2{-}V$-модели получено интегральное уравнение, определяющее параметр порядка сверхпроводящей фазы $\Delta(p)$. Показано, что при учете взаимодействий между фермионами Хаббарда в пределах двух координационных сфер точное аналитическое решение этого уравнения для сверхпроводящей фазы с $(d_{x^2-y^2} + id_{xy})$-симметрией $\Delta_2(p)$ записывается в виде суперпозиции двух киральных базисных функций. Это приводит к инициированию новой системы нодальных точек комплексного $\Delta_2(p)$, а при критической концентрации носителей тока x_c дает бесщелевую фазу с шестью дираковскими точками. Прохождение по x через $x = x_c$ сопровождается топологическим квантовым переходом с изменением топологического параметра Q.

DOI: 10.7868/S0370274X15180083

1. Введение. Открытие сверхпроводящего перехода при температуре $T_c = 5\,\mathrm{K}$ в интеркалированном водой кобальтите натрия $\mathrm{Na}_x\mathrm{CoO}_2 \cdot y\mathrm{H}_2\mathrm{O}$ для $x \simeq 0.3$ [1] вызвало значительный интерес к исследованию свойств нового класса слоистых материалов с треугольной решеткой. Прежде всего возник вопрос о природе сверхпроводящего спаривания. Данные по скорости спин-решеточной релаксации при $T = T_c$ свидетельствовали о анизотропном сверхпроводящем параметре порядка (СПП) и нетрадиционной природе сверхпроводящего спаривания [2]. Аналогичные результаты давали мюонный метод исследования [3] и измерения удельной теплоемкости [4]. После этого остро встал вопрос о симметрии СПП. Исследования на высококачественных монокристаллах $\mathrm{Na}_x\mathrm{CoO}_2 \cdot y\mathrm{H}_2\mathrm{O}$ [5] показали падение спинового вклада в сдвиг Найта при понижении температуры ниже T_c и дали основание для утверждения о реализации в них спин-синглетной сверхпроводимости. При этом был сделан дополнительный вывод о присутствии антиферромагнитных корреляций.

Значительный интерес к фермионным системам на треугольной решетке связан еще и с возможностью реализации в них фазы с киральным $(d_{x^2-y^2} + id_{xy})$-типом симметрии СПП. Такое сверхпроводящее состояние с нарушенной по времени симметрией для $t{-}J$-модели рассматривалось ранее в рамках среднеполевого описания состояния резонирующих валентных связей [6, 7], изучалось на основе вариационного подхода для приближения Гутцвиллера [8], а также обсуждалось в рамках слейв-бозонного представления [9]. В этих работах использовалось предположение, согласно которому взаимодействие между фермионами реализуется только в пределах первой координационной сферы. Тогда нодальные точки кирального параметра $\Delta_2(p)$ располагаются только в центре зоны Бриллюэна и на ее границах. Поэтому киральная $d + id$ сверхпроводящая фаза остается щелевой при всех допустимых уровнях допирования. Это не соответствует данным по ЯМР-экспериментам [2].

Выход из возникшего противоречия был предложен в работе [10]. В ней отмечалось, что в случае спариваний только таких электронов, которые находятся на узлах, являющихся следующими за ближайшими соседями, нодальные точки комплексного параметра порядка $\Delta_2(p)$ располагаются внутри зоны Бриллюэна. Этот важный результат означал, что при определенной концентрации электронов, когда поверхность Ферми нормального состояния пересекает множество нулей $\Delta_2(p)$, спектр фермиевских возбуждений в сверхпроводящей фазе характеризу-

1) e-mail: vvv@iph.krasn.ru

ется шестью дираковскими точками. При этом сверхпроводящая фаза становится бесщелевой, что согласуется с экспериментальными результатами [2].

Важность вывода о наличии в сверхпроводящей фазе дираковских точек связана также с активизацией исследований по изучению возможности наблюдения майорановских фермионов в спин-синглетных сверхпроводниках с нодальным спектром [11].

В связи с этим следует отметить, что реализация нодальных точек $\Delta_2(p)$ внутри зоны Бриллюэна на основе учета спаривания строго для второй координационной сферы представляется достаточно искусственной. Действительно, маловероятна ситуация, когда реализуется спаривательное взаимодействие только для второй координационной сферы, тогда как аналогичное взаимодействие для ближайших соседей отсутствует. Если же в системе присутствуют взаимодействия и в первой, и во второй координационных сферах, то сверхпроводящая фаза, для которой параметр $\Delta_2(p)$ определяется только на основе базисной функции для второй координационной сферы, не удовлетворяет необходимым условиям самосогласования. В этом заключается основная проблема. В данной работе предлагается ее решение в рамках $t{-}J_1{-}J_2{-}V$-модели для треугольной решетки, учитывающей обменное взаимодействие между соседями в пределах двух координационных сфер, а также зарядовые флуктуации для ближайших ионов.

2. Гамильтониан и функции Грина атомного представления. Будем описывать ансамбль фермионов Хаббарда на основе $t{-}J_1{-}J_2{-}V$-модели:

$$H = \sum_{f\sigma}(\varepsilon-\mu)X_f^{\sigma\sigma} + \sum_f (2\varepsilon+U-2\mu)X_f^{22} + \\ + \sum_{fm\sigma} t_{fm} X_f^{2\bar\sigma} X_m^{\bar\sigma 2} + \sum_{fm\sigma} J_{fm}(X_f^{\uparrow\downarrow}X_m^{\downarrow\uparrow} - X_f^{\uparrow\uparrow}X_m^{\downarrow\downarrow}) + \\ + \frac{1}{2}\sum_{f\delta} V(\hat n_f - \langle \hat n_f\rangle)\cdot(\hat n_{f+\delta} - \langle \hat n_{f+\delta}\rangle). \qquad (1)$$

Слагаемые верхней строки гамильтониана описывают с помощью операторов Хаббарда [12, 13] одно- и двухэлектронные состояния на узлах треугольной решетки в атомном представлении. Здесь ε – энергия одноэлектронного состояния, μ – химпотенциал ансамбля, U – энергия хаббардовского отталкивания. Недиагональные операторы Хаббарда описывают процессы переходов между одноузельными состояниями. При этом третий член гамильтониана соответствует процессу, когда на узле с номером m реализуется переход из состояния с двумя электронами в одноэлектронное состояние с проекцией спина $\bar\sigma$ (уничтожается электрон с проекцией спина σ), а на узле с номером f реализуется обратный процесс рождения электрона с той же проекцией спина, сопровождающийся переходом из одноэлектронного состояния $|\bar\sigma\rangle$ в состояние с двумя электронами $|2\rangle$. Амплитуда вероятности такого перескока электрона определяется параметром t_{fm}. Четвертое слагаемое гамильтониана соответствует обменному взаимодействию $t{-}J$-модели в представлении операторов Хаббарда [14]. Здесь J_{fm} – интеграл обменной связи ионов, находящихся в одноэлектронных состояниях в узлах f и m. Последнее слагаемое гамильтониана отражает наличие в системе зарядовых флуктуаций, обусловленных кулоновским отталкиванием электронов, находящихся на ближайших узлах (δ – вектор ближайших соседей). Здесь V – параметр, отражающий интенсивность таких корреляций. Оператор числа электронов на узле f определяется выражением $\hat n_f = X_f^{\uparrow\uparrow} + X_f^{\downarrow\downarrow} + 2X_f^{22}$.

Для описания сверхпроводящей фазы воспользуемся диаграммной техникой для операторов Хаббарда [13]. Введем нормальные и аномальные мацубаровские функции Грина в атомном представлении:

$$D_{\alpha,\beta}(f\tau, m\tau') = -\langle T_\tau X_f^\alpha(\tau) X_m^\beta(\tau')\rangle = \\ = \frac{T}{N}\sum_{p,\omega_n} \exp\{ip(f-m) - i\omega_n(\tau-\tau')\} D_{\alpha,\beta}(p, i\omega_n).$$

Для сокращения записи составим матричную функцию Грина:

$$\hat D(p, i\omega_n) = \begin{pmatrix} D_{\downarrow 2,\downarrow 2}(p,i\omega_n) & D_{\downarrow 2,2\uparrow}(p,i\omega_n) \\ D_{2\uparrow,\downarrow 2}(p,i\omega_n) & D_{2\uparrow,2\uparrow}(p,i\omega_n) \end{pmatrix},$$

и учтем, что эта функция связана с функцией $\hat G(p, i\omega_n)$ и силовым оператором $\hat P(p, i\omega_n)$ соотношением $\hat D(p, i\omega_n) = \hat G(p, \omega_n)\cdot \hat P(p, i\omega_n)$ [13, 15].

Запишем в графической форме уравнение Дайсона для функции $\hat G(p, i\omega_n)$ (рис. 1).

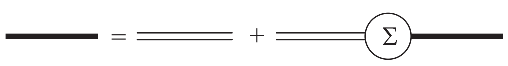

Рис. 1. Графическая форма уравнения Дайсона для фермионов Хаббарда. Двойная линия соответствует коллективизированной функции Грина в атомном представлении

После сопоставления графическим элементам аналитических выражений получим

$$\hat G = \frac{1}{\det(p, i\omega_n)} \begin{pmatrix} i\omega_n + \xi_p + \Sigma & \Delta(p, i\omega_n) \\ \overset{*}{\Delta}(p, i\omega_n) & i\omega_n - \xi_p - \Sigma \end{pmatrix},$$

где

$$\det(p, i\omega_n) = (i\omega_n - \xi_p - \Sigma)(i\omega_n + \xi_p + \Sigma) - |\Delta(p, i\omega_n)|^2.$$

Здесь принято во внимание, что матрица массового оператора определена следующим образом:

$$\hat{\Sigma}(p, i\omega_n) = \begin{pmatrix} \Sigma(p, i\omega_n) & \Delta(p, i\omega_n) \\ \overset{*}{\Delta}(p, i\omega_n) & \Sigma(p, i\omega_n) \end{pmatrix},$$

а две тонкие линии соответствуют коллективной функции фермионов Хаббарда в беспетлевом приближении:

$$\hat{G}^{(0)}(p, i\omega_n) = \begin{pmatrix} 1/(i\omega_n - \xi_p) & 0 \\ 0 & 1/(i\omega_n + \xi_p) \end{pmatrix},$$

где $\xi_p = \varepsilon + N_{2\sigma} t_p - \mu$-спектр хаббардовских фермионов, $N_{2\sigma} = N_2 + N_\sigma$ – хорошо известная перенормировка Хаббарда, N_2 и N_σ числа заполнения одноузельных состояний с двумя и с одним электроном с проекцией спина σ соответственно.

3. Уравнение самосогласования для СПП. Учитывая, что в дальнейшем мы ограничимся изучением свойств сверхпроводящей фазы с $(d + id)$-симметрией СПП, рассмотрим только такие вклады в массовый оператор, которые инициируют эту фазу. Соответственно не будем приводить графики, дающие вклад в аномальные компоненты массового оператора, связанный с кинематическим взаимодействием фермионов Хаббарда [13]. Тогда в среднеполевом приближении аномальные компоненты массового оператора будут определятся тремя графиками. Два верхних графика на рис. 2 задают вклад в аномальный массовый оператор обменного взаимодействия (волнистая линия), а нижний график связан с учетом кулоновского взаимодействия (штриховая линия). Индексы у линий функций Грина задают корневые векторы [12]. Из сопоставления этим рисункам аналитических выражений получим

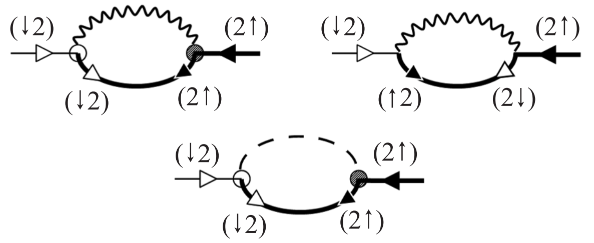

Рис. 2. Однопетлевые диаграммы для массового оператора

$$\Delta(p) = \\ = \frac{T}{N} \sum_{q,\omega_m} \{ J_{p-q} [G_{\uparrow 2, 2\downarrow}(q, i\omega_m) - G_{\downarrow 2, 2\uparrow}(q, i\omega_m)] + \\ + V_{p-q} G_{\downarrow 2, 2\uparrow}(q, i\omega_m) \}. \quad (2)$$

Используя выражение для матричной функции Грина $\hat{G}(p, i\omega_m)$, после проведения суммирования по мацубаровским частотам и учета свойств функций Грина находим уравнение самосогласования для сверхпроводящего параметра порядка:

$$\Delta(p) = \frac{1}{N} \sum_q (J_{p+q} + J_{p-q} - V_{p-q}) \times \\ \times \Delta(q) \frac{\mathrm{th}(E_q/2T)}{2E_q},$$

где $E_q = \sqrt{\xi_q^2 + |\Delta(q)|^2}$ – спектр возбуждений в сверхпроводящей фазе.

4. Киральная $d + id$ сверхпроводящая фаза. Для треугольной решетки слагаемые ядра интегрального уравнения имеют вид

$$J_q = 2J_1 \left[\cos(q_y) + 2\cos\left(\frac{\sqrt{3}q_x}{2}\right)\cos\left(\frac{q_y}{2}\right) \right] + \\ + 2J_2 \left[\cos\left(\sqrt{3}q_x\right) + 2\cos\left(\frac{\sqrt{3}q_x}{2}\right)\cos\left(\frac{3q_y}{2}\right) \right], \quad (3) \\ V_q = 2V \left[\cos(q_y) + 2\cos\left(\frac{\sqrt{3}q_x}{2}\right)\cos\left(\frac{q_y}{2}\right) \right].$$

Нетрудно убедиться в том, что решение уравнения для сверхпроводящей щели с $(d + id)$-типом симметрии (орбитальный момент $l = 2$) может быть записано в виде суперпозиции:

$$\Delta_2(q) = 2\Delta_{21}^0 \varphi_{21}(q) + 2\Delta_{22}^0 \varphi_{22}(q), \quad (4)$$

где киральные базисные функции

$$\varphi_{21}(q) = \cos q_y - \cos\left(\frac{\sqrt{3}q_x}{2}\right)\cos\left(\frac{q_y}{2}\right) + \\ + i\sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}q_x}{2}\right)\sin\left(\frac{q_y}{2}\right), \quad (5) \\ \varphi_{22}(q) = \cos\sqrt{3}q_x - \cos\left(\frac{\sqrt{3}q_x}{2}\right)\cos\left(\frac{3q_y}{2}\right) - \\ - i\sqrt{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}q_x}{2}\right)\sin\left(\frac{3q_y}{2}\right)$$

соответствуют первой и второй координационным сферам [10].

Подстановка (4) в уравнение для сверхпроводящей щели приводит к системе двух алгебраических уравнений для амплитуд:

$$(1 - A_{11})\Delta_{21}^0 - A_{12}\Delta_{22}^0 = 0, \quad (6) \\ -A_{21}\Delta_{21}^0 + (1 - A_{22})\Delta_{22}^0 = 0.$$

Входящие в эти уравнения функции A_{ij} определяются выражениями

$$A_{11} = (2J_1 - V)\frac{1}{N}\sum_q \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q_x + \frac{1}{2}q_y\right) \times$$
$$\times \left[\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q_x + \frac{1}{2}q_y\right) - \cos q_y\right] L_q,$$
$$A_{12} = (2J_1 - V)\frac{1}{N}\sum_q \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q_x + \frac{1}{2}q_y\right) \times$$
$$\times \left[\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q_x - \frac{3}{2}q_y\right) - \cos\sqrt{3}q_x\right] L_q, \qquad (7)$$
$$A_{22} = 2J_2\frac{1}{N}\sum_q \cos\left(\sqrt{3}q_x\right) \times$$
$$\times \left[\cos\left(\sqrt{3}q_x\right) - \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q_x + \frac{3}{2}q_y\right)\right] L_q,$$
$$A_{21} = 2J_2\frac{1}{N}\sum_q \cos\left(\sqrt{3}q_x\right) \times$$
$$\times \left[\cos q_y - \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q_x + \frac{1}{2}q_y\right)\right] L_q,$$

где $L_q = \mathrm{th}\,(E_q/2T)\,/E_q$.

Система (6) описывает температурную зависимость $\Delta_2(q)$. Температура упорядочения T_c определяется из существования при $\Delta_2(q) = 0$ нетривиального решения уравнения

$$(1 - A_{11})\,(1 - A_{22}) - A_{12}A_{21} = 0. \qquad (8)$$

На рис. 3 продемонстрировано влияние кулоновских

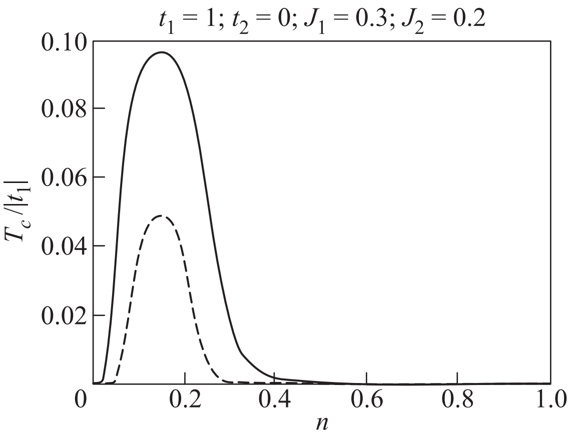

Рис. 3. Зависимости критической температуры перехода в СП-фазу от концентрации электронов. Сплошная линия – $V = 0$, штриховая – $V = 0.3$

корреляций на концентрационную зависимость критической температуры перехода в сверхпроводящую фазу с киральной $(d + id)$-симметрией. Учет кулоновского взаимодействия приводит к относительному возрастанию вклада второй базисной функции. За счет этого переход в сверхпроводящую фазу сохраняется, несмотря на подавление тенденции, к куперовскому спариванию, обусловленной только обменным взаимодействием из первой координационной сферы.

5. Влияние кулоновских корреляций на эволюцию нодальных точек. Важность учета кулоновских корреляций связана, в частности, с дополнительной возможностью индуцирования квантового топологического перехода при нарастании числа носителей тока. Как известно, изменение топологических свойств сверхпроводящей фазы с комплексным параметром порядка $\Delta_2(q) = \mathrm{Re}\Delta_2(q) + i\mathrm{Im}\Delta_2(q)$ происходит в том случае, когда поверхность Ферми пересекает нодальные точки $\Delta_2(q)$. Наличие у $\Delta_2(q)$ реальной и мнимой частей затрудняет выполнение этого условия. Как показано в [10], при наличии только одной базисной функции, соответствующей второй координационной сфере, нули $\Delta_2(q)$ располагаются внутри зоны Бриллюэна.

При учете взаимодействий из двух координационных сфер ситуация может качественно измениться, поскольку при двух базисных функциях положение нулей зависит от отношения амплитуд Δ_{21}^0 и Δ_{22}^0 комплексного параметра $\Delta_2(q) = 2\Delta_{21}^0\phi_{21}(q) + 2\Delta_{22}^0\phi_{22}(q)$. В этом случае могут исчезнуть "старые" нули и появиться новые, положение которых окажется существенно зависящим от параметров системы. Такая ситуация продемонстрирована ниже.

На рис. 4 показано расположение нодальных точек $\Delta_2(q)$ в зоне Бриллюэна и контура Ферми для

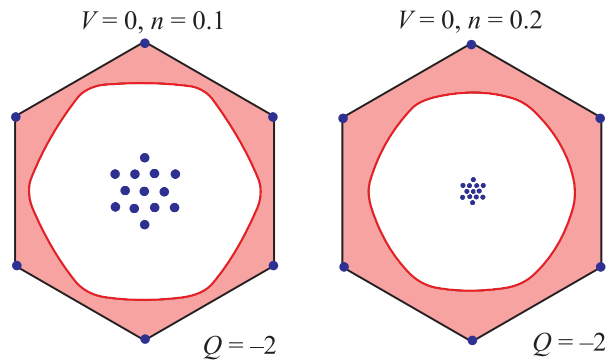

Рис. 4. (Цветной онлайн) Нодальные точки $\Delta_2(q)$ и контур Ферми без учета межузельных корреляций. При увеличении концентрации фермионов Хаббарда система нодальных точек движется быстрее, чем контур Ферми, и квантового топологического перехода не происходит. Параметры (в единицах $|t_1|$): $J_1 = 0.3$, $J_2 = 0.2$, $t_2 = t_3 = 0$

двух значений концентрации электронов n в случае, когда межузельное кулоновское взаимодействие не учитывается. При увеличении n происходит изменение отношения $\Delta_{21}^0/\Delta_{22}^0$. Это вызывает смещение нодальных точек к центру зоны Бриллюэна, более сильное, чем смещение контура Ферми. В результате изменение концентрации фермионов в данном режиме не будет сопровождаться квантовым топологическим переходом. В этом заключается одна из существенных особенностей, связанная с суперпозиционным характером кирального параметра порядка. Напомним, что в случае, когда $\Delta_2(q) = 2\Delta_{22}^0\phi_{22}(q)$, нодальные точки не двигаются и при возрастании n контур Ферми пересекает эти точки, что сопровождается квантовым топологическим переходом.

При учете кулоновских корреляций ситуация может значительно измениться. В частности, существует область параметров ($V \sim J_1$), для которой взаимная динамика нодальных точек и контура Ферми меняется качественно (см. рис. 5). В этом случае нодальные точки смещаются относительно медленно и контур Ферми успевает их "догнать". При критической концентрации система нодальных точек $\Delta_2(q)$ располагается на контуре Ферми. Таким образом, учет кулоновских корреляций между фермионами Хаббарда из первой координационной сферы не просто подавляет тенденцию к спариванию. Модифицируя парциальные амплитуды $\Delta_{21}^0\phi_{21}(q)$ и $\Delta_{22}^0\phi_{22}(q)$, он может существенно повлиять на динамику нодальных точек и тем самым инициировать топологический квантовый переход в сверхпроводящем состоянии.

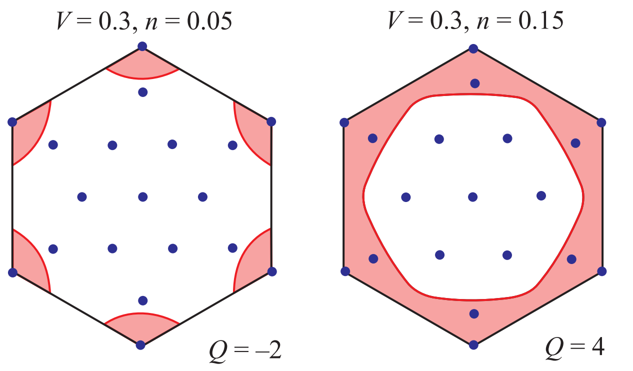

Рис. 5. (Цветной онлайн) Нодальные точки $\Delta_2(q)$ и контур Ферми при учете межузельных корреляций. При изменении концентрации фермионов Хаббарда контур Ферми движется быстрее, чем смещаются нодальные точки. В сверхпроводнике реализуется квантовый топологический переход. Параметры (в единицах $|t_1|$): $J_1 = 0.3$, $J_2 = 0.2$, $t_2 = t_3 = 0$

В том случае, когда $V \gg J_1$, система нодальных точек становится близкой системе, определяемой только второй базисной функцией. При этом концентрационное поведение системы соответствует сценарию, описанному в [10], а увеличение кулоновского взаимодействия проявляется лишь в уменьшении температуры сверхпроводящего спаривания.

6. Квантовый топологический переход в сверхпроводящей фазе с суперпозиционным киральным $d + id$ параметром порядка. Комплексный характер кирального $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ СПП $\Delta_2(q)$ проявляется в топологических особенностях сверхпроводящей фазы. Введение единичного вектора $\mathbf{m} = \{m_x, m_y, m_z\}$ [16] с компонентами

$$m_x = \frac{\mathrm{Re}\Delta_2(q)}{E_q}, \quad m_y = \frac{-\mathrm{Im}\Delta_2(q)}{E_q}, \quad m_z = \frac{\xi_q}{E_q}$$

позволяет установить соответствие между точками зоны Бриллюэна и точками единичной сферы. Тогда движению по зоне Бриллюэна сопоставляется движение по точкам единичной сферы. Для идентификации различных классов таких траекторий вводится топологический индекс [10]

$$Q = \frac{1}{8\pi}\sum_{\Delta}\mathbf{m}_1 \cdot [\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3],$$

где суммирование проводится по всем треугольным плакетам, а вектора $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$, $\mathbf{m}_3$ вычисляются в вершинах таких плакетов. Значение Q отражает топологическую структуру сверхпроводящей фазы. Оно связано с расположением нодальных точек $\Delta_2(q)$. Если при изменении концентрации происходит пересечение контуром Ферми нормальной фазы нодальных точек, то реализуется топологический квантовый переход. В нашем случае, когда $\Delta_2(q) = 2\Delta_{21}^0\phi_{21}(q)+2\Delta_{22}^0\phi_{22}(q)$, кулоновское взаимодействие может инициировать такой переход. Из рис. 4 видно, что без учета кулоновского взаимодействия увеличение концентрации носителей тока не сопровождается изменением топологического параметра $Q = -2$. Если же кулоновское взаимодействие учтено, то (как видно из рис. 5) при критической концентрации происходит пересечение контуром Ферми нормальной фазы системы нодальных точек $\Delta_2(q)$ и топологический квантовый переход имеет место. При критической концентрации топологический параметр меняет свое значение от $Q = -2$ до $+4$.

7. Заключение. Основные результаты работы сводятся к следующему.

1. Методом диаграммной техники для операторов Хаббарда при учете взаимодействий электронов в пределах двух координационных сфер треугольной

решетки получено интегральное уравнение для параметра порядка сверхпроводящей фазы.

2. Показано, что точное решение этого уравнения в $(d+id)$-канале определяется линейной суперпозицией двух киральных базисных функций, $\varphi_{21}(q)$ и $\varphi_{22}(q)$: $\Delta_2(q) = 2\Delta_{21}^{(0)}\varphi_{21}(q) + 2\Delta_{22}^{(0)}\varphi_{22}(q)$.

3. Для системы фермионов Хаббарда, взаимодействующих на ближайших и следующих за ближайшими узлах, возникновение системы нодальных точек кирального параметра порядка $\Delta_2(q)$ может осуществляться по двум качественно различным сценариям.

В первом варианте система нодальных точек $\{q_\alpha\}$ определяется только первой (второй) киральной базисной функцией и лишь незначительно смещается за счет подключения второй (первой) базисной функции. Так, например, происходит, если при заданном взаимодействии для вторых соседей начинает учитываться взаимодействие между ближайшими фермионами. Если спаривательный характер такого взаимодействия значительно ослаблен кулоновским отталкиванием электронов из ближайшей сферы, то амплитуда $\Delta_{21}^{(0)}$ может оказаться малой величиной и нодальные точки параметра порядка $\Delta_2(q)$ будут близки к нодальным точкам базисной функции $\varphi_{22}(q)$. Именно этот случай был отмечен в работе [10].

Качественно иной сценарий возникновения нодальных точек $\{q_\alpha\}$ кирального параметра порядка $\Delta_2(q)$ реализуется в случае, когда в точках $\{q_\alpha\}$ базисные функции $\varphi_{21}(q_\alpha)$ и $\varphi_{22}(q_\alpha)$ не обращаются в нуль, а имеют значение порядка единицы. При этом новая система нодальных точек возникает как результат суперпозиции: $\Delta_2(q) = 2\Delta_{21}^{(0)}\varphi_{21}(q) + {} + 2\Delta_{22}^{(0)}\varphi_{22}(q)$, когда ненулевое значение $\Delta_{21}^{(0)}\varphi_{21}(q_\alpha)$ компенсируется ненулевым значением $\Delta_{22}^{(0)}\varphi_{22}(q_\alpha)$. Существенно, что получаемая таким образом система нодальных точек $\{q_\alpha\}$ сильно зависит от отношения амплитуд $\Delta_{21}^{(0)}$ и $\Delta_{22}^{(0)}$. Поскольку эти величины находятся из решения уравнений самосогласования, расположение $\{q_\alpha\}$ в зоне Бриллюэна будет сильно модифицироваться при изменении параметров взаимодействия, концентрации фермионов Хаббарда, а также, в общем случае, и температуры. Из сказанного следует, что новая система нодальных точек $\{q_\alpha\}$ будет проявлять сильную динамику (в первом сценарии нодальные точки практически неподвижны) при изменении, например, концентрации фермионов Хаббарда. Такое поведение продемонстрировано представленными выше рисунками, которые иллюстрируют отмеченную динамическую особенность.

4. При изменении концентрации в точке $x = x_c$, когда контур Ферми пересекает новую систему нодальных точек $\{q_\alpha\}$, в сверхпроводнике реализуется топологический квантовый переход с изменением топологического параметра Q от -2 до $+4$.

5. Установленные особенности концентрационной зависимости новой системы нодальных точек являются существенными при нахождении условий реализации майорановских фермионов. Расположение при некоторой критической концентрации x_c нодальных точек кирального параметра порядка на поверхности Ферми нормальной фазы приводит к бесщелевой сверхпроводящей фазе. При этом спектр фермиевских возбуждений имеет шесть дираковских точек, наличие которых, как известно, служит исходным пунктом при нахождении фермионов Майораны [11].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты # 13-02-00523 и 14-02-31237).

1. K. Takada, H. Sakurai, E. Takayama-Muromachi, F. Izumi, R. A. Dilanian, and T. Sasaki, Nature **422**, 53 (2003).
2. G.-Q. Zheng, K. Matano, R. L. Meng, J. Cmaidalka, and C. W. Chu, J. Phys. Cond. Mat. **18**, L63 (2006).
3. A. Kanigel, A. Keren, L. Patlagan, K. B. Chshka, and P. King, Phys. Rev. Lett. **92**, 257007 (2004).
4. H. D. Yang, J.-Y. Lin, C. P. Sun, Y. C. Kang, C. L. Huang, K. Takada, T. Sasaki, H. Sakurai, and E. Takayama-Muromachi, Phys. Rev. B **71**, 020504R (2005).
5. G.-Q. Zheng, K. Matano, D. P. Chen, and C. T. Lin, Phys. Rev. B **73**, 180503R (2006).
6. G. Baskaran, Phys. Rev. Lett. **91**, 097003 (2003).
7. B. Kumar and B. S. Shastry, Phys. Rev. B **68**, 104508 (2005).
8. M. Ogata, J. Phys. Soc. Jpn. **72**, 1839 (2003).
9. Q.-H. Wang, D.-H. Lee, and P. A. Lee, Phys. Rev. B **69**, 092504 (2004).
10. S. Zhou and Z. Wang, Phys. Rev. Lett. **100**, 217002 (2008).
11. Y.-M. Lu and Z. Wang, Phys. Rev. Lett. **110**, 096403 (2013).
12. Р. О. Зайцев, ЖЭТФ **68**, 207 (1975); **70**, 1100 (1976).
13. Р. О. Зайцев, *Диаграммные методы в теории сверхпроводимости и ферромагнетизма*, УРСС, М. (2004).
14. N. M. Plakida, *High-temperature superconductivity*, Springer, Berlin (1995).
15. В. В. Вальков, А. А. Головня, ЖЭТФ **134**, 1167 (2008).
16. P. W. Anderson, Phys. Rev. **110**, 827 (1958); **112**, 1900 (1958).