Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 6, с. 417 – 422 © 2015 г. 25 сентября

Фотонно-стимулированное прохождение электрона через туннельный точечный контакт в микроволновом поле

Памяти В. Ф. Гантмахера посвящается

О. А. Ткаченко[+1)], *В. А. Ткаченко*[+*], *З. Д. Квон*[+*]

[+]*Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 16 июня 2015 г.
После переработки 28 июля 2015 г.

Численным решением нестационарного уравнения Шредингера показано, что коэффициент прохождения электрона через одномерный плавный барьер в высокочастотном поле может увеличиваться на порядки в туннельном режиме и сильно уменьшаться в открытом режиме. При этом основной вклад вносят переходы с поглощением или испусканием нескольких фотонов. Найденным эффектом можно объяснить недавно обнаруженный сильный рост кондактанса туннельного точечного контакта при облучении структуры микроволнами.

DOI: 10.7868/S0370274X15180113

Влияние высокочастотных (ВЧ) полей терагерцового диапазона на квантование кондактанса микроконтакта экспериментально изучается уже много лет [1–5]. В этих работах оно объяснялось либо выпрямлением ВЧ-поля, либо нагревом. Однако измерения не затрагивали глубокий туннельный режим, когда сужение [6] между двумя резервуарами с двумерным электронным газом (ДЭГ) можно рассматривать как плавный одномерный барьер [7]. Лишь недавно такой эксперимент был проведен. При облучении образца микроволнами обнаружен сильный (до двух порядков) рост кондактанса микроконтакта [8]. При этом специальная антенна для усиления микроволнового поля возле микроконтакта отсутствовала, нагревом ДЭГ можно было пренебречь и сам квантовый точечный контакт был коротким (100 нм) (создавался сплошным узким затвором). В данном случае характерные времена изменения возмущающего ВЧ-потенциала и пересечения барьера электроном соизмеримы. Поэтому для объяснения обнаруженного эффекта необходимо решать нестационарное уравнение Шредингера, т.е. использовать теорию фотонно-стимулированного туннелирования.

Фотонно-стимулированное прохождение/отражение электронов исследовалось теоретически в приложении к разным наносистемам [9–23]. Туннелирование через плавный одномерный барьер в ВЧ-поле было рассмотрено кратко для высоких [17, 23] и более подробно для низких [23] частот. Однако промежуточный случай оказался пропущен. Именно случай соизмеримости обратной частоты ВЧ-поля $1/\omega$ и времени пролета электрона через барьер интересен не только в связи с экспериментом [8], но и как более общая задача о прохождении электрона через одномодовый микроконтакт.

В настоящей работе численно решается задача о фотонно-стимулированном прохождении (ФСП) электрона с исходной энергией E через одномерный барьер $V/\mathrm{ch}^2(ax)$, который хорошо имитирует реальные барьеры, формируемые разными способами в ДЭГ [1–8, 24–26]. Вычисления показывают, что при увеличении амплитуды $\mathcal{E}$ микроволнового поля, сосредоточенного в окрестности барьера, происходит гигантский (на порядки) рост его исходно малой туннельной прозрачности. В то же время в открытом режиме ($E > V$) сильно увеличивается коэффициент отражения. При большой амплитуде ВЧ-поля ($e\mathcal{E}/a > \hbar\omega$) суммарное прохождение/отражение набирается по многим модам $E+n\hbar\omega$. Результаты расчетов сопоставляются с экспериментом [8], в котором обнаружен большой микроволновой фотокондактанс туннельного микроконтакта. Обнаруженный эффект можно объяснить в рамках механизма фотон-ассистированного туннелирования, если учесть многократное усиление ВЧ-поля возле барьера по сравнению со средним в образце.

С помощью общего алгоритма [12, 15] численно решается нестационарное уравнение Шредингера

[1)]e-mail: otkach@isp.nsc.ru

с потенциалом $U(x) + V_\omega(x)\cos(\omega t)$. В задаче многоканального когерентного рассеяния учитываются все существенные каналы прохождения с поглощением/испусканием $n\hbar\omega$. В данном расчете число учитываемых каналов достигает 25. Плавные зависимости $U(x) = V/\mathrm{ch}^2(ax)$ и $V_\omega(x)$ аппроксимируются кусочно-постоянными функциями с малым шагом по x: $\Delta x = 10$ нм. Ранее в [15–18] проверено, что по точности и универсальности данный алгоритм аналогичен простому методу решения стационарного уравнения Шредингера с произвольным кусочно-постоянным $U(x)$ [26, 27]. Заметим, что точный вид $V_\omega(x)$ неизвестен и зависит от многих условий. По аналогии с [17, 18] рассматриваются два предельно разных варианта $V_\omega(x)$: плавная ступень и плавный барьер, которые отвечают либо наличию ВЧ-напряжения между двумя резервуарами ДЭГ в ситуации формирования микроконтакта расщепленным затвором, либо наличию ВЧ-напряжения между ДЭГ и тонким сплошным затвором, использованным в [8]. В первом варианте ДЭГ имеет низкую концентрацию, а во втором – высокую, так что высота статического барьера V различается в несколько раз. В работе рассмотрены оба эти случая. Основной результат оказывается качественно одинаковым.

Сначала расчеты выполняются для параметров, типичных для микроконтактов в высокоподвижном ДЭГ гетероструктур GaAs/AlGaAs. Например, $1/a = 100$ нм, $V = 7$ мэВ, что дает квант, характеризующий параболическую вершину барьера $\hbar\omega_x \approx \approx 1.25$ мэВ. Энергия баллистических электронов бралась в интервале 5–10 мэВ, что отвечает плотностям высокоподвижного ДЭГ $(1.4{-}2.8)\cdot 10^{11}$ см$^{-2}$. Подразумевается типичный случай формирования микроконтакта расщепленным затвором [1–7]. Поэтому для поперечного кванта энергии в седловой точке потенциала с большим запасом выполнены неравенства $\hbar\omega_y > \hbar\omega_x > \hbar\omega$, если энергия фотона $\hbar\omega \approx 0.5$ мэВ. При этих условиях микроконтакт в широкой области по E, включая открытый режим в нижней подзоне, описывается одномерной моделью, и для ФСП важна лишь компонента ВЧ-поля вдоль x. Кроме того, в данном случае $1/\omega \approx 10^{-12}$ с совпадает с характерным временем пролета электрона через отрезок $1/a$ и $\hbar\omega > k_{\mathrm{B}}T$ при типичных температурах в экспериментах ~ 1 К. В расчете для простоты предполагается, что напряженность ВЧ-поля $\mathcal{E}$ не зависит от x в небольшой окрестности барьера и равна нулю вне ее. Применительно к микроконтакту это означает, что облучение образца микроволнами индуцирует ВЧ-напряжение между половинами ДЭГ, которые разделены сужением с туннельным барьером. Сужение представляет собой два встречных выступа в ДЭГ и действует как приемная антенна, которая усиливает внешний ВЧ-сигнал. Для усиления иногда применяется металлическая антенна той же ориентации и топологии [4, 5]. В расчетах максимальная напряженность ВЧ-поля $\mathcal{E}_{\max} \sim 100$ В/см предполагается по порядку величины такой же, как и в моделях ФСП через многомодовый микроконтакт [19, 20].

Пример вычисленных зависимостей для $\hbar\omega = = 0.5$ мэВ, $V_\omega(x) = e\mathcal{E}x$ при $|ax| < 2$ и $V_\omega(x) = \pm 2e\mathcal{E}/a$ при $|ax| > 2$. Приведен на рис. 1 и 2. Хорошо прослеживается основной эффект: с ростом $\mathcal{E}$ коэффициент прохождения D увеличивается на порядки в глубоком туннельном режиме, при $V - E > \hbar\omega_x$ (рис. 1a и b), а коэффициент отражения $R = 1 - D$ не менее сильно увеличивается в открытом режиме, при $E - V > \hbar\omega_x$ (рис. 1c). В отсутствие ВЧ-поля для состояния $E = V$ эффект торможения электрона на зависимости $D(E)$ не выделен ничем, кроме значения $D = 0.5$ [28]. С ростом ВЧ-поля на зависимости $D(E)$ в этом месте возникает и затем слегка понижается плато, на котором появляются дополнительные плечеподобные особенности (рис. 1c). Дистанция по E между особенностями на рис. 1c зависит от параметра $\mathcal{E} > 100$ В/см, т.е. она не измеряет квант $\hbar\omega$, в отличие от многофотонных особенностей в туннельном переходе через тонкий изолятор между сверхпроводниками [9, 10]. Заметим, что эффективные однофотонные и многофотонные переходы ранее предсказывались для систем с резонансными состояниями [13–17] либо для динамических барьеров и ступеней из-за расходимости плотности состояний возле дна 1D-континуума [18]. В случае же ФСП через барьер с плавной вершиной нет столь резко выраженных по энергии переходов, поскольку в системе отсутствуют резонансные состояния.

Обычные интерпретации результатов экспериментов по изучению влияния ВЧ-поля на микроконтакт сводят феноменологически весь эффект к уменьшению высоты эффективного барьера либо к нагреву ДЭГ [4, 5]. На рис. 1a и b показан результат моделирования первого эффекта и проведено сравнение его с ФСП. В случае статического барьера $V/\mathrm{ch}^2(ax)$ коэффициент прохождения D подчиняется хорошо известной простой формуле [28]. Результаты расчета по этой формуле приведены на рис. 1a и b штриховыми линиями. Иллюстрацией точности замены потенциала $V/\mathrm{ch}^2(ax)$ кусочно-постоянной функцией при $|ax| < 2$ и нулем при $|ax| > 2$ служат слабые различия штриховой и сплошной кривых при любых E при $\mathcal{E} = 0$ (рис. 1a). Из рассмотрения случаев $\mathcal{E} \neq 0$ видно, что чисто внешне в глубоком тун-

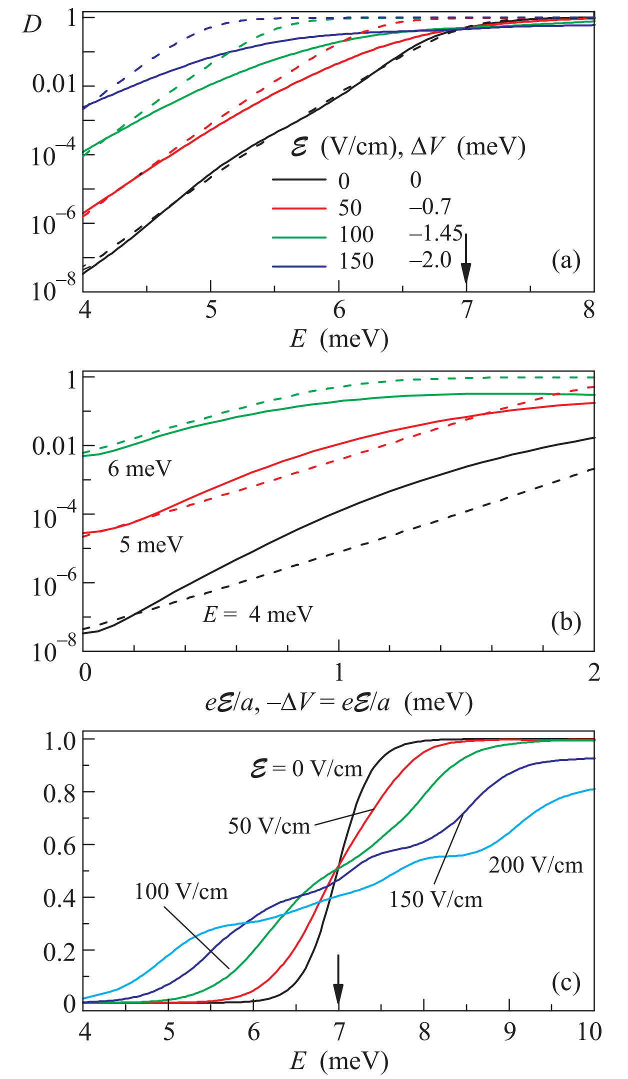

Рис. 1. (Цветной онлайн) Коэффициент прохождения электрона через одномерный барьер в зависимости от энергии электрона (a, c) и напряженности ВЧ-поля в барьере (b) (сплошные линии). Расчет фотонно-стимулированного прохождения при $\hbar\omega = 0.5$ мэВ, $V = 7$ мэВ (указано стрелкой). Штриховыми линиями на панелях a и b приведен результат имитации этих зависимостей прохождением электрона через статический барьер при указанной связи между $\mathcal{E}$ и уменьшением его высоты ΔV

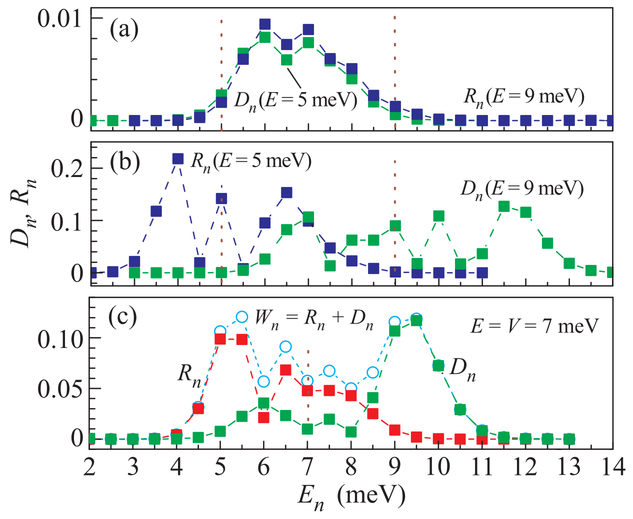

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости от $E_n = E + n\hbar\omega$ вкладов D_n и R_n в суммарное прохождение/отражение при $\hbar\omega = 0.5$ мэВ, $\mathcal{E} = 100$ В/см, $V = 7$ мэВ и исходной энергии электрона E, указанной вертикальными пунктирными линиями: 5, 9 мэВ (a, b) и 7 мэВ (c)

нельном режиме эффект ФСП не очень отличается от влияния высоты статического барьера на коэффициент прохождения, если искусственно согласовать амплитуду ВЧ поля с изменением высоты барьера либо энергии: $-\Delta V \approx \Delta E \approx e\mathcal{E}/a$. Однако по мере приближения к открытому режиму их расхождения становятся сильными (рис. 1a и b).

Сопоставление ФСП и феноменологического статического механизма действия ВЧ-поля позволяет выбрать правильную интерпретацию экспериментальных данных. Например, при действии на микроконтакт ВЧ-полей с $\hbar\omega \sim 1$ мэВ [1, 2] на первых нескольких ступенях квантования кондактанса иногда наблюдается знакопеременное поведение фотоотклика: кондактанс растет в туннельном режиме для одномерной подзоны с номером n $(2e^2n/h < G < 2e^2(1/2+n)/h)$ и падает при $2e^2(1/2+n)/h < G < 2e^2(1+n)/h$. В [1] такое поведение объяснялось нагревом ДЭГ. Однако измерения осцилляций Шубникова–де Гааза показывают [2, 4], что температура ДЭГ при облучении образцов ВЧ-полем повышается незначительно ($\Delta T \sim 0.1$ K). Наше моделирование (рис. 1c) показывает, что эффект ФСП через плавный одномерный барьер дает качественно такое же знакопеременное поведение $D(E)$ при небольших ВЧ-полях, $\mathcal{E} = (50-100)$ В/см, причем в симметричном барьере и без какого-либо учета тепловых эффектов. Более того, в фотоотклике из [1] есть короткое плато кондактанса в точке $G_{\text{exp}} = e^2/h$, а на рис. 1c аналогичное плато появляется в $D(E)$ при $\mathcal{E} = (100-150)$ В/см.

Многофотонный характер найденного эффекта ФСП иллюстрирует рис. 2: в туннельном и в открытом режимах одномодового микроконтакта прохождение обеспечивается когерентной суперпозицией многих каналов с энергиями $E_n = E + n\hbar\omega$. Оптические переходы с поглощением $(n > 0)$ и испусканием $(n < 0)$ нескольких фотонов ведут к появлению вкладов D_n и R_n в суммарные коэффициенты прохождения/отражения. В данном случае $\mathcal{E} = 100$ В/см и в выбранном окне по E_n из 25 гармоник несколько крайних гармоник неважны. Из рис. 2a видно, что зависимости $R_n(E_n)$ при $E = V + 2$ мэВ и $D_n(E_n)$ при $E = V - 2$ мэВ являются почти одинаковыми широкими пиками. Основной вклад в R (либо в D) дают переходы с испусканием (либо с поглощением) 1–7 фотонов, и эти R и D на два порядка выше, чем при $\mathcal{E} = 0$ (см. рис. 1a). Качественно иначе (несколькими пиками и в обе стороны от E) сильно рассредоточены $R_n(E_n)$ в туннельном режиме и $D_n(E_n)$ в хорошо открытом режиме (рис. 2b). Любопытно, что при $E = V$ электрон в основном отражается из-за испускания фотонов, а проходит из-за поглощения фотонов. Заметная асимметрия $R_n(E_n)$ и $D_n(E_n)$ относительно точки $E = V$ только возрастает с ростом $\mathcal{E}$, что и дает интересные особенности $D(E)$ возле этой точки на рис. 1c для $\mathcal{E} > 100$ В/см. Судя по расчетам, вероятность ухода электронов в обе стороны от барьера $W_n = D_n + R_n$ во всех этих случаях такова, что средняя уносимая энергия мало отличается от энергии падающих электронов: $\langle E_n \rangle - E < \hbar\omega$.

Далее мы переходим к моделированию эксперимента из работы [8]. В данном случае ДЭГ является высокоподвижным и имеет большую концентрацию электронов, $n = 7 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$, благодаря использованию такой же гетероструктуры, как и в [29–31]. Это позволяет с помощью электронной литографии формировать высококачественные малые баллистические наносистемы в ДЭГ, расположенном на значительной глубине (≈ 100 нм) под поверхностью гетероструктуры [30, 31]. Микроконтакт в ДЭГ был создан отрицательным напряжением V_g на сплошном металлическом затворе, имеющем сужение размером приблизительно 100 нм вдоль канала. При такой геометрии затвора условие появления ступеней квантования кондактанса $\hbar\omega_y/\hbar\omega_x > 1.2$ [7] не выполняется. Поэтому в измерениях они не наблюдались. В эксперименте электромагнитная волна от источника микроволн облучала весь макроскопический образец. Отклик образца на облучение изучался в основном на частотах $f = \omega/2\pi = 145$ и 170 ГГц ($hf = 0.6$ и 0.7 мэВ). Влияние облучения на ДЭГ даже при максимальной использованной мощности источника было слабым. Однако измеренный кондактанс туннельного микроконтакта демонстрировал сильный рост с увеличением мощности источника излучения P при фиксированных затворных напряжениях (рис. 3). Мы пытаемся совместить эти факты, оставаясь в рамках простых предположений. Несмотря на некоторую асимметрию в геометрии затвора, статический потенциал по-прежнему задается

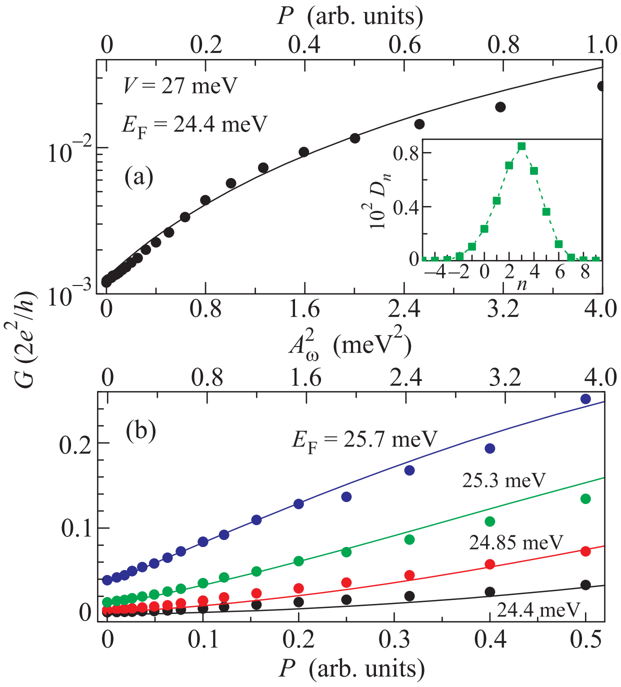

Рис. 3. (Цветной онлайн) Сравнение измеренного в [8] кондактанса микроконтакта (точки) и расчетов фотонно-стимулированного туннелирования (линии) для случаев $hf = 0.6$ мэВ (a) и 0.7 мэВ (b). На вставке к панели a приведен вклад $D_n(n)$ каналов $E_n = E_{\mathrm{F}} + nhf$ в коэффициент прохождения для $A_\omega = 2$ мэВ

формулой $V/\mathrm{ch}^2(ax)$ и считается, что $1/a = 100$ нм. Высота барьера фиксируется ($V = 27$ мэВ, т.е. $\hbar\omega_x \approx \approx 2.5$ мэВ), а значение энергии Ферми подбирается по величине темнового кондактанса. В отличие от случая на рис. 1 и 2, комбинированный потенциал дается формулой $[V + A_\omega \cos(\omega t)]/\mathrm{ch}^2(ax)$, где A_ω – амплитуда ВЧ-осцилляций потенциала в барьере. Это означает, что механизм формирования статического и высокочастотного потенциалов в ДЭГ в данном эксперименте одинаков: они определяются положением затвора относительно ДЭГ. Статическое затворное напряжение считается заданным и нечувствительным к облучению. При этом к нему добавляется ВЧ-напряжение между ДЭГ и сплошным металлическим затвором. Можно считать, что коэффициент пропорциональности между P и A_ω^2 учитывает усиление ВЧ-поля возле барьера по сравнению со средним в ДЭГ и не зависит от T и E_{F}, но может зависеть от f из-за резонансов в прохождении микроволн от источника к образцу. Эти предположения были проверены вычислением зависимости кондактанса $G(A_\omega^2)$ в рамках механизма фотонно-стимулированного туннелирования для нулевой температуры и $hf = 0.6$ и 0.7 мэВ и сравнением их с измеренными $G(P)$ при $T = 4.2$ и 1.5 К [8]. В соответствии с [19–22] кондактанс определялся по формуле Ландауэра: $G = (2e^2/h)D$, где D – полный коэффициент многоканального прохождения. В случае микроконтакта не нарушены условия применимости этой формулы: действие на электрон лишь указанного выше эффективного потенциала и наличие релаксации только в резервуарах ДЭГ. Из сравнения рассчитанных кривых с измеренной зависимостью $G(P)$ (рис. 3) видно, что экспериментальные данные хорошо следуют механизму фотонно-стимулированного туннелирования, но коэффициент пропорциональности между A_ω^2 и P для случаев $hf = 0.6$ и 0.7 мэВ различается в два раза. Величине $A_\omega = 2$ мэВ соответствуют максимальные значения напряженности ВЧ-поля на склонах барьера $\mathcal{E} = 150$ В/см, которые в десятки раз выше, чем в среднем в ДЭГ. При этом $A_\omega/\hbar\omega \approx 3$ и $A_\omega \approx V - E_{\rm F}$, что дает ярко выраженный многофотонный эффект.

Отметим, что похожий, но однофотонный эффект мог бы наблюдаться для плавного барьера при увеличении частоты на порядок в случае $A_\omega \sim \hbar\omega \approx \approx V - E_{\rm F}$ [17, 23]. Однако в экспериментах он пока не обнаружен, видимо по причине недостаточного усиления ВЧ-поля в этом диапазоне частот. Рассмотренный в данной работе диапазон частот 0.5–0.7 мэВ оказался удобным для изучения эффектов ФСП, поскольку в эксперименте [8] достигается необходимая для регистрации многофотонного эффекта интенсивность микроволнового поля.

В [8] была предложена другая интерпретация эксперимента. Она основана на решении уравнения Больцмана в бесстолкновительном приближении без учета координатных зависимостей ВЧ-поля, что является сильным упрощением реальной ситуации. Результаты измерений объяснялись прохождением электронов с энергией $E - E_{\rm F} \gg k_{\rm B}T$ через статический барьер. Нам это объяснение кажется недостаточно убедительным по двум причинам: 1) в реальности на барьер налетают электроны в основном с энергией $E \leq E_{\rm F}$ из-за низкой температуры в и быстрой релаксации в ДЭГ уходящих от барьера электронов; 2) поскольку $1/\omega$ совпадает с характерным временем пересечения барьера электроном, барьер нельзя считать стационарным и коэффициент прохождения должен определяться решением нестационарного уравнения Шредингера.

Таким образом, в данной работе теоретически исследован многофотонный эффект стимулированного микроволнами прохождения электрона через барьер с плавной вершиной. Гигантский рост коэффициента прохождения в туннельном режиме под действием микроволн может объяснить обнаруженное недавно [8] сильное увеличение кондактанса туннельного точечного контакта в двумерном электронном газе. Из сравнения эксперимента с теорией ФСП найден коэффициент усиления ВЧ-поля в окрестности микроконтакта. Предсказан эффект фотонно-стимулированного отражения электрона от плавного барьера в открытом режиме одномодового точечного контакта.

Работа выполнена при поддержке РНФ (грант # 14-22-00143). Авторы благодарят Д.Г. Бакшеева за помощь при расчетах и Г.М. Гусева за представленную возможность использования экспериментальных данных.

1. R. A. Wyss, C. C. Eugster, J. A. del Alamo, and Q. Hu, Appl. Phys. Lett. **63**, 1522 (1993).
2. T. J. B. M. Janssen, J. C. Maant, J. Singleton, N. K. Patel, M. Pepper, J. E. F. Frost, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, J. Phys.: Cond. Mat. **6** L163 (1994).
3. R. A. Wyss, C. C. Eugster, J. A. del Alamo, M. J. Rooks, and M. R. Melloch, Appl. Phys. Lett. **66**, 1144 (1995).
4. J. W. Song, N. A. Kabir, Y. Kawano, K. Ishibashi, G. R. Aizin, L. Mourokh, J. L. Reno, A. G. Markelz, and J. P. Bird, Appl. Phys. Lett. **92**, 223115 (2008).
5. J. W. Song, G. R. Aizin, J. Mikalopas, Y. Kawano, K. Ishibashi, N. Aoki, J. L. Reno, Y. Ochiai, and J. P. Bird, Appl. Phys. Lett. **97**, 083109 (2010).
6. B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988); D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, J. Phys. C **21**, L209 (1988).
7. M. Büttiker, Phys. Rev. B **41**, 7906 (1990).
8. A. D. Levin, G. M. Gusev, Z. D. Kvon, A. K. Bakarov, N. A. Savostianova, S. A. Mikhailov, E. E. Rodyakina, and A. V. Latyshev (to be published).
9. A. H. Dayem and R. J. Martin, Phys. Rev. Lett. **8**, 246 (1962).
10. P. K. Tien and J. P. Gordon, Phys. Rev. **129**, 647 (1963).
11. M. Büttiker and R. Landauer, Phys. Rev. Lett. **49**, 1739 (1982).
12. D. D. Coon and H. C. Liu, J. Appl. Phys. **58**, 6 (1985).
13. D. Sokolovski, Phys. Rev. B **37**, 4201 (1988).
14. М. Ю. Сумецкий, М. Л. Фельштын, Письма в ЖЭТФ **53**, 24 (1991).
15. D. G. Baksheyev, O. A. Tkachenko, and V. A. Tkachenko, in *Physics, Chemistry and Application of Nanostructures*, ed. by V. E. Borisenko, Belarus, Minsk (1995), p. 268.

16. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, and A. S. Jaroshevich, in *Compound Semiconductors-95*, IOP, London (1996), p. 1193; O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, and D. G. Baksheyev, J. Appl. Phys. **81**, 1771 (1997).
17. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, and H. Nejoh, in *Quantum coherence and decoherence*, ed. by K. Fujikawa and Y. A. Ono, Elsevier Science B.V. (1996), p. 207.
18. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, and D. G. Baksheyev, Phys. Rev. B **53**, 4672 (1996); O. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, and V. A. Tkachenko, Phys. Rev. B **54**, 13452 (1996).
19. F. A. Maaø and L. Y. Gorelik, Phys. Rev. B **53**, 15885 (1996).
20. C. S. Tang and C. S. Chu, Phys. Rev. B **60**, 1830 (1999).
21. G. Platero and R. Aguado, Phys. Rep. **395**, 1 (2004).
22. J. K. Viljas and J. C. Cuevas, Phys. Rev. B **75**, 075406 (2007).
23. K. Takahashi and K. S. Ikeda, Phys. Rev. E **86**, 056206 (2012).
24. A. J. Peck, S. J. Bending, K. von Klitzing, and K. Ploog, Appl. Phys. Lett. **62**, 1544 (1993); A. J. Peck, S. J. Bending, J. Weis, R. J. Haug, K. von Klitzing, and K. Ploog, Phys. Rev. B **51**, 4711 (1995).
25. C.-T. Liang, O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie, and M. Pepper, Phys. Rev. B **70**, 195324 (2004).
26. О. А. Ткаченко, В. А. Ткаченко, Письма в ЖЭТФ **96**, 804 (2012).
27. V. A. Tkachenko, O. A. Tkachenko, G. L. Kotkin, and V. G. Tupitsin, Physica B **175**, 75 (1991).
28. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, М. (1974).
29. K.-J. Friedland, R. Hey, H. Kostial, R. Klann, and K. Ploog, Phys. Rev. Lett. **77**, 4616 (1996).
30. А. А. Быков, А. К. Бакаров, Л. В. Литвин, А. И. Торопов, Письма в ЖЭТФ **72**, 300 (2000).
31. З. Д. Квон, Г. М. Гусев, А. Д. Левин, Д. А. Козлов, Е. Е. Родякина, А. В. Латышев, Письма в ЖЭТФ **98**, 806 (2013).