Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 9, с. 660 – 664 

# Существенно неравновесное стационарное состояние атомов в световом поле

*О. Н. Прудников*[+*1)], *А. В. Тайченачев*[+*], *В. И. Юдин*[+*×°]

[+]*Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Институт лазерной физики СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[×]*Новосибирский государственный технический университет, 630092 Новосибирск, Россия*

[°]*Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Россия*

Поступила в редакцию 10 августа 2015 г.

Рассмотрена кинетика атомов в монохроматическом поле стоячей волны с учетом эффектов отдачи, возникающих при взаимодействии атомов с фотонами поля. Показано, что стационарное решение кинетического уравнения для атомной матрицы плотности может иметь значительную асимметрию в фазовом пространстве. Также имеется асимметрия в потоках атомов в основном и возбужденном состояниях преимущественно вблизи узлов светового поля.

DOI: 10.7868/S0370274X1521002X

Задача о взаимодействии атомов со световым полем является фундаментальной в атомной оптике и спектроскопии. Кинетика атомов в световом поле описывается квантовокинетическим уравнением (ККУ) для атомной матрицы плотности:

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H},\hat{\rho}\right] - \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}, \qquad (1)$$

где гамильтониан $\hat{H}$ содержит вклады, определяющие эволюцию внутренних и внешних степеней свободы атома при взаимодействии с фотонами поля, а член $\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}$ описывает процессы спонтанного распада. Решение данного уравнения – достаточно сложная задача, поскольку эволюция атомной матрицы плотности в результате взаимодействия с фотонами поля содержит изменение как внутренних переменных, определяющих населенности энергетических уровней и подуровней атома, а также когерентностей между ними, так и внешних степеней свободы, описывающих распределение атомов в пространстве и когерентности между различными пространственными точками. В настоящее время развиты приближенные подходы, позволяющие решить данную задачу. Формально все развитые подходы можно разделить на два вида. Во-первых, это так называемые квантовые подходы, позволяющие в тех или иных приближениях детально учесть изменение внутренних и внешних степеней свободы атомов при взаимодействии с фотонами поля. И во-вторых, это "квазиклассический" подход [1–5], при котором при наличии ряда условий ККУ может быть редуцировано к уравнению Фоккера–Планка с кинетическими коэффициентами, являющимися силой, действующей на атомы в световом поле, и коэффициентом диффузии атомов в фазовом пространстве. Несмотря на наличие ряда ограничений, необходимых для квазиклассического описания, квазиклассический подход достаточно информативен при описании кинетики атомов, поскольку дает возможность получить аналитические выражения для силы и диффузии. Анализ этих выражений дает возможность понять природу явлений и качественно описать процессы лазерного охлаждения и локализации атомов в световом поле. Он также позволяет качественно оценить температуру лазерного охлаждения, скорость достижения стационарного состояния, степень и области локализации атомов в световых полях и качественно описать зависимость результатов от параметров светового поля. Однако в ряде случаев сверхглубокого лазерного охлаждения квазиклассический подход может давать достаточно узкие пики в импульсном распределении атомов, сравнимые с импульсом отдачи $\hbar k$ в процессах поглощения и излучения фотонов поля. Это приводит к противоречию с условиями применимости квазиклассического приближения. Развитые квантовые подходы также ограничиваются рядом приближений и используют различные численные методы. Широкое развитие получили методы на основе вол-

1)e-mail: oleg.nsu@gmail.com

нового уравнения Шредингера, в котором изменение волновой функции атома при спонтанном излучении фотона численно моделируется стохастическим процессом (так называемые квантовые методы Монте-Карло) [6–8].

Другой квантовый подход основан на разложении атомных состояний по волновым функциям, отвечающим колебательным состояниям атомов в оптическом потенциале ("band theory") [9–13]. При этом в рамках так называемого секулярного приближения [9] рассматривается лишь динамика населенности колебательных уровней и полностью пренебрегается относительной когерентностью между ними. Такой подход справедлив в условиях, когда расстояние между энергетическими зонами в оптическом потенциале больше их ширины, обусловленной оптической накачкой и туннелированием, а именно при больших значениях отстроек $\delta = \omega - \omega_0$ светового поля $\omega$ от частоты атомного резонанса $\omega_0$. Стоит отметить, что секулярное приближение хорошо выполняется лишь для нижних колебательных уровней оптического потенциала и нарушается для более высоких, где расстояние между колебательными уровнями становится меньшим вследствие эффектов ангармонизма. Также данное приближение неприменимо для атомов, совершающих надбарьерное движение. В большинстве случаев в условиях малой интенсивности светового поля в качестве ККУ для атомной матрицы плотности вместо уравнения (1) используется редуцированное уравнение для матрицы плотности атомов в основном состоянии. Это позволяет значительно сократить объем вычислений, однако приводит к потере некоторых кинетических эффектов. В частности, при использовании редуцированного уравнения будут утеряны эффекты так называемого допплеровского трения, возникающего от дисбаланса сил спонтанного светового давления от встречных волн, создающих поле. Также данное приближение не позволяет учесть эффекты выхода из резонанса в результате отдачи при взаимодействии с фотонами поля [14], которыми, впрочем, можно пренебречь, когда энергия отдачи $E_{\mathrm{rec}} = \hbar^2 k^2/(2M)$ мала, т.е. $\varepsilon_R = E_{\mathrm{rec}}/\hbar\gamma \ll 1$ (здесь $\gamma$ – константа радиационного распада возбужденного уровня). С другой стороны, это условие является одним из условий применимости квазиклассического приближения [1–5].

В работах [15, 14] нами предложен альтернативный метод, позволяющий найти стационарное решение для матрицы плотности атомов с вырожденными по проекции углового момента уровнями в световом поле, образованном встречными волнами произвольной интенсивности и поляризации. Предложенный метод позволяет точно учесть поступательное движение атомов и эффекты отдачи, возникающие в процессах поглощения и излучения фотонов. Поскольку развитый метод позволяет найти точное решение для полной атомной матрицы плотности (с полным учетом внутренних и внешних степеней свободы), представляется интересным проанализировать некоторые эффекты связи внутренних и внешних степеней свободы, возникающих при взаимодействии атомов с полем.

Рассмотрим взаимодействие атомов с одномерным полем стоячей монохроматической волны

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}(z)e^{-i\omega t} + \text{c.c.} \tag{2}$$

Квантовое кинетическое уравнение (1) для атомной матрицы плотности в координатном представлении примет вид

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}\hat{\rho}(z_1,z_2) = \\ &= -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H}(z_1)\hat{\rho}(z_1,z_2) - \hat{\rho}(z_1,z_2)\hat{H}(z_2)\right] - \\ &- \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}(z_1,z_2)\}, \end{aligned} \tag{3}$$

где гамильтониан атома $\hat{H}$ разбивается на сумму слагаемых:

$$\hat{H}(z) = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hat{H}_0 + \hat{V}_{ED}(z). \tag{4}$$

Здесь $\hat{p} = -i\hbar\partial/\partial z$ – оператор импульса в координатном представлении, $\hat{H}_0$ – гамильтониан свободного атома, определяющий энергетические уровни основного и возбужденного состояний. Последнее слагаемое, $\hat{V}_{ED}(z)$, описывает взаимодействие атома с полем (2) в точке $z$ в дипольном приближении (см. более подробное описание в [14]).

В координатном представлении ККУ (1) имеет достаточно простой вид, а матрица $\hat{\rho}(z_1,z_2)$ определяет плотность вероятности $\mathcal{W}(z) = \mathrm{Tr}\{\hat{\rho}(z,q)\}|_{q=0}$ атомов в точке $z$ ($z = (z_1+z_2)/2$, $q = z_1 - z_2$) и пространственную когерентность между точками $z_1$ и $z_2$. Отметим, что наряду с координатным, а также импульсным представлением часто используется вигнеровское представление для матрицы плотности $\hat{\rho}(z,p)$, определяющее функцию распределения атомов в фазовом пространстве, $\mathcal{W}(z,p) = \mathrm{Tr}\{\hat{\rho}(z,p)\}$. Связь вигнеровского и координатного представлений задается преобразованием Фурье по $q$:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(z,p) &= \frac{1}{2\pi\hbar}\int \hat{\rho}(z,q)e^{-ipq/\hbar}dq, \\ \hat{\rho}(z,q) &= \int \hat{\rho}(z,p)e^{ipq/\hbar}dp. \end{aligned} \tag{5}$$

Для поиска стационарного решения уравнения (1) воспользуемся развитым нами в работах [15, 14] методом. В качестве реального примера рассмотрим атомы $^7$Li в поле стоячей волны круговой поляризации, резонансной оптическому переходу $F_g = 1 \to F_e = 2$ ($\lambda = 671$ нм). Для данного оптического перехода параметр квазиклассичности $\varepsilon_R = \hbar k^2/(2M\gamma) = 0.011$.

Несмотря на вырожденность атомных уровней по проекции углового момента, формально задача сводится к двухуровневой модели атомов, поскольку в поле круговой поляризации в результате оптической накачки с полем взаимодействуют лишь крайние подуровни основного, $|g\rangle = |J_g = 1, \mu_g = 1\rangle$, и возбужденного, $|e\rangle = |J_e = 2, \mu_e = 2\rangle$ состояний.

На рис. 1 приведено стационарное распределение атомов в фазовом пространстве $\mathcal{W}(z,p) = \mathrm{Tr}\{\hat{\rho}(z,p)\}$. Можно заметить значительную асимметрию в импульсном распределении, характерно выраженную вблизи узлов интенсивности светового поля (т.е. $z = \lambda/4 + \lambda/2N$, $N = 0, \pm 1, ...$). В целом асимметрия отражает наличие потоков частиц. Неоднородность потоков частиц может приводить к изменению локальной плотности атомов, что противоречит условию стационарности $\partial/\partial t\, \hat{\rho}(z,p) = 0$. Рассмотрим природу данной асимметрии подробнее.

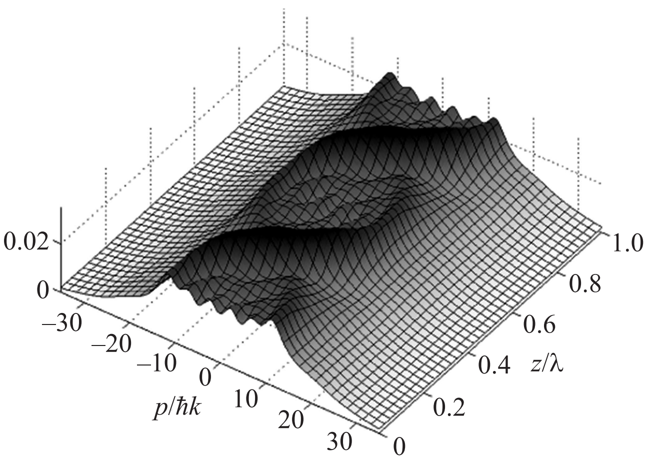


Рис. 1. Стационарное распределение атомов в фазовом пространстве. Частота Раби на одну волну $\Omega = \gamma$, отстройка светового поля $\delta = -\gamma/2$, $\varepsilon_R = 0.011$

Во-первых, отметим, что матрица плотности атомов $\hat{\rho}$ – эрмитова, что в координатном представлении можно записать как

$$\hat{\rho}(z,q) = \hat{\rho}^{\dagger}(z,-q)\,. \tag{6}$$

Таким образом, реальные части диагональных элементов матрицы плотности $\hat{\rho}(z,q)$ являются симметричными функциями по переменной $q$, а мнимые – асимметричными. Гипотетическое требование симметрии функции распределения атомов по импульсам, $\mathcal{W}(z,p) = \mathcal{W}(z,-p)$, наряду с условием эрмитовости должно приводить к условию

$$\mathrm{Tr}\{\mathrm{Im}\{\hat{\rho}(z,q)\}\} = 0\,.$$

Однако в нашем примере это условие не выполняется (см. рис. 2).

Действительно, согласно условию эрмитовости (6) вещественная часть матрицы плотности симметрична по $q$, а мнимая – асимметрична. Поток частиц $j(z) = \mathrm{Tr}\left\{\int \hat{\rho}(z,p)p/M dp\right\}$, проходящих через точку $z$, в координатном представлении задается производной матрицы плотности по $q$ в точке $q = 0$:

$$j(z) = -\mathrm{Tr}\left\{\frac{i\hbar}{M}\frac{\partial}{\partial q}\hat{\rho}(z,q)\mid_{q=0}\right\}. \tag{7}$$

Таким образом, возникают разнонаправленные потоки частиц в основном, $j_g(z) \neq 0$, и возбужденном, $j_e(z) \neq 0$, состояниях атома. Однако в сумме они компенсируют друг друга: $j(z) = j_g(z) + j_e(z) = 0$ (рис. 3), поскольку $\partial/\partial q \mathrm{Tr}\{\hat{\rho}\} = 0$ в точке $q = 0$ (рис. 2). Так, атомы в возбужденном состоянии движутся преимущественно в направлении узлов светового поля, а в основном состоянии – в противоположном направлении. Имеющаяся асимметрия в импульсном распределении не противоречит условию стационарности.

Асимметрия полной функции распределения в фазовом пространстве имеет квазиклассическую природу. Асимметричный по скоростям и координатам пик в области максимума оптического потенциала связан с резкой зависимостью коэффициента трения от координаты в этой области и ярко выражен при малых отстройках ($|\delta| < \gamma$) и достаточно больших частотах Раби $\Omega$ (т.е. при параметрах, при которых параметр насыщения $S = |\Omega|^2/(\delta^2 + 1/2) \simeq 1$).

Для того чтобы выделить эффекты, связанные с модуляцией диссипативной силы трения, в явном виде, рассмотрим в квазиклассическом приближении (на основе уравнения Фоккера–Планка), простую модельную задачу, пренебрегая оптическим потенциалом, а также пространственной зависимостью коэффициента диффузии. Рассмотрим модель с $F(z,v) = \xi(z)\,v$ и не зависящим от пространственной координаты коэффициентом диффузии $D$, в качестве которого возьмем усредненное по пространству значение $D(z,v) = \langle D(z,v=0)\rangle$. Для коэффициентов трения и диффузии будем использовать выражения, полученные в рамках двухуровневой модели. Решение

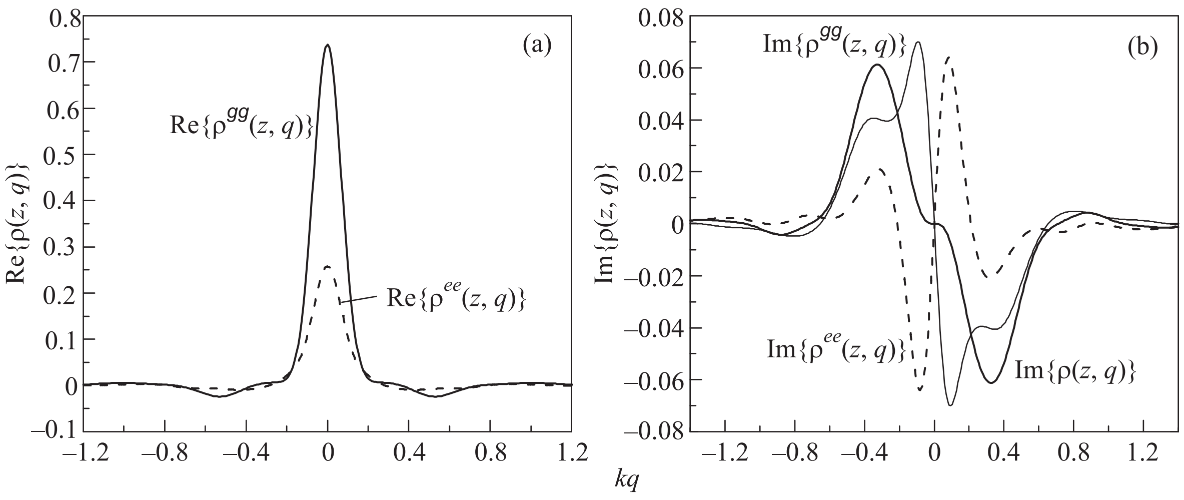


Рис. 2. Зависимости диагональных элементов матрицы плотности основного, $\mathrm{Tr}\{\hat{\rho}^{gg}(z,q)\}$, и возбужденного, $\mathrm{Tr}\{\hat{\rho}^{ee}(z,q)\}$, состояний от параметра $q$ вблизи области максимума интенсивности светового поля $z = 0.2\lambda$. Параметры светового поля соответствуют параметрам рис. 1

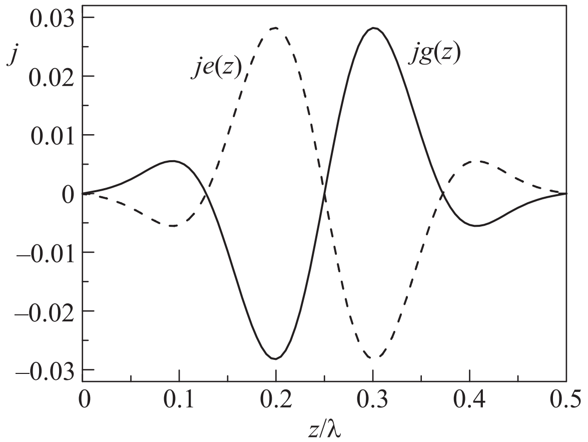


Рис. 3. Потоки через точку $z$ атомов в основном состоянии (сплошная линия) и в возбужденном состоянии (штриховая линия) (в единицах $N_a\gamma$, где $N_a$ – число атомов на единицу длины волны). Параметры светового поля соответствуют параметрам рис. 1

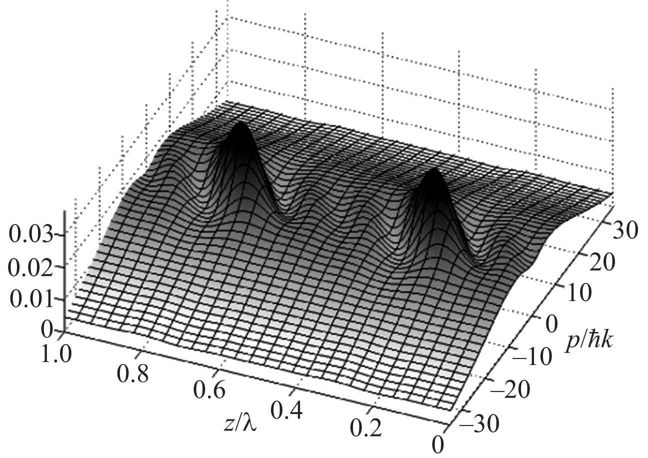


Рис. 4. Стационарное распределение атомов в фазовом пространстве в квазиклассическом приближение для модели $F(z,v) = \xi(z)\,v$, $D(z,v) = \langle D(z, v = 0)\rangle$. Параметры светового поля соответствуют параметрам рис. 1

данной кинетической задачи приводит к тому, что функция распределения атомов в фазовом пространстве также имеет характерное асимметричное поведение (рис. 4) вблизи области минимума интенсивности оптического поля при указанных параметрах светового поля. Анализ выражения (4) для коэффициента трения $\xi(z)$ показывает, что сила трения мала и имеет положительные значения (приводящие к ускорению) практически во всей области пространства, кроме области, где интенсивность оптического поля минимальна. В последней области сила трения резко возрастает, что приводит к резкому замедлению и полной остановке атомов с малыми скоростями. При этом медленные атомы, движущиеся направо, останавливаются правее данной области, а атомы, движущиеся налево, – левее (рис. 5), что соответствует асимметричному “холму” у функции распределения.

При малых параметрах насыщения, $S \ll 1$ (т.е. малых $\Omega$ либо больших отстройках $\delta$), коэффициент трения $\xi(z) \simeq \hbar k^2\delta|\Omega|^2\sin^2(kz)/[\gamma(\delta^2+\gamma^2/4)^2]$ (см., например, [1]) лишается вкладов, приводящих к резкой зависимости от координат, и функция распределение холодных атомов принимает более симметричный вид.

Таким образом, в поле стоячей волны стационарное состояние атомов имеет существенно неравно-

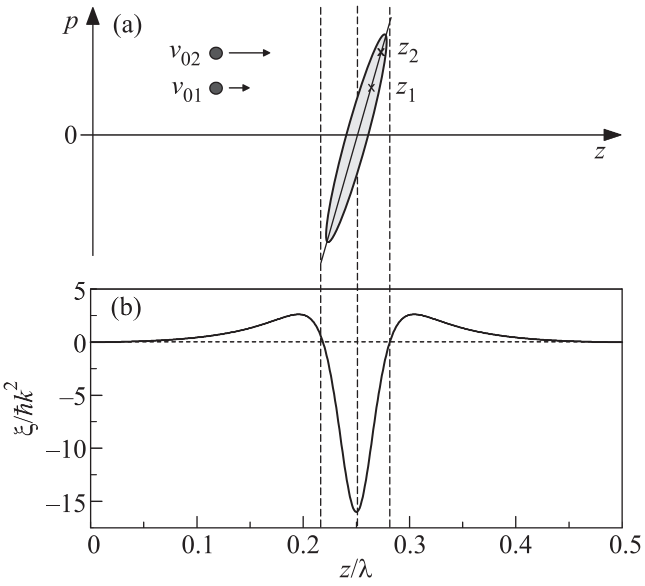


Рис. 5. Схематическая интерпретация асимметричного вклада функции распределения (a) и пространственная зависимость коэффициента трения (b). Параметры светового поля соответствуют параметрам рис. 1

весный характер, что связано с локальными разнонаправленными потоками атомов в основном и возбужденном состояниях. Атомы в возбужденном состоянии движутся преимущественно в направлении узлов светового поля, а в основном – в противоположном направлении. Также показано, что стационарное решение кинетического уравнения для атомной матрицы плотности может иметь значительную асимметрию в фазовом пространстве.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (государственное задание # 2014/139 проект # 825), Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 14-02-00806, 14-02-00712, 14-02-00939, 15-02-08377, 15-32-20330) и грантов Президента РФ (МК-4680.2014.2 и НШ-4096.2014.2).

1. A. P. Kazantsev, G. I. Surdutovich, and V. P. Yakovlev, *Mechanical Action of Light on Atoms*, World Scientific, Singapore (1990).
2. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. B: At. Mol. Phys. **18**, 1661 (1985).
3. J. Javanainen, Phys. Rev. A **44**, 5857 (1991).
4. S. M. Yoo and J. Javanainen, Phys. Rev. A **45**, 3071 (1992).
5. О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, ЖЭТФ **125,** 499 (2004).
6. R. Dum, P. Zoller, and H. Ritsch, Phys. Rev. A **45,** 4879 (1992).
7. J. Dalibard, Y. Castin, and K. Molmer, Phys. Rev. Lett. **65**, 580 (1992).
8. K. Molmer, Y. Castin, and J. Dalibard, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 524 (1992).
9. Y. Castin and J. Dalibard, Europhys. Lett. **14,** 761 (1991).
10. J. Guo and P. Berman, Phys. Rew. A **48,** 3225 (1993).
11. I. H. Deutsch, J. Grondalski, and P. M. Alsing, Phys. Rew. A **56**, R1705 (1997).
12. K. Berg-Sorensen, Y. Castin, K. Molmer, and J. Dalibard, Europhys. Lett. **22,** 663 (1993).
13. Y. Castin, K. Berg-Sorensen, J. Dalibard, and K. Molmer, Phys. Rev. A **50**, 5092 (1994).
14. О. Н. Прудников, Р. Я. Ильенков, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, ЖЭТФ **139**, 1074 (2011).
15. О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, ЖЭТФ **131,** 963 (2007).