Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 9, с. 665 – 669

Оптический параметрический осциллятор на диполяритонах

П. И. Хаджи[+*], *О. Ф. Васильева*[+1)]

[+] *Приднестровский государственный университет им. Шевченко, МД 3300 Тирасполь, Молдова*

[*] *Институт прикладной физики АНМ, МД 2800 Кишинев, Молдова*

Поступила в редакцию 13 августа 2015 г.

Изучена динамика диполяритонных состояний в планарном микрорезонаторе при накачке средней диполяритонной ветви. Показано, что в условиях точного резонанса имеет место апериодический режим превращения диполяритонов накачки в диполяритоны холостых и сигнальных мод.

DOI: 10.7868/S0370274X15210031

Смешанные экситон-фотонные состояния в планарных полупроводниковых микрорезонаторах с квантовыми ямами в активном слое представляют собой новый класс квазидвумерных состояний с уникальными свойствами [1–13]. Такие состояния называют микрорезонаторными экситон-поляритонами. Они возникают благодаря сильной связи экситонов с собственными модами электромагнитного излучения микрорезонатора, в результате чего формируются верхняя и нижняя микрорезонаторные экситон-поляритонные моды. В [14–16] теоретически изучена динамика параметрического экситон-поляритонного осциллятора в микрорезонаторе, которая представляет собой периодические превращения пар поляритонов накачки в поляритоны сигнальной и холостой мод и обратно. Показано, что период и амплитуда колебаний существенно зависят от начальной плотности поляритонов.

Наряду с экситон-поляритонами в [17] впервые наблюдалась новая квазичастица-диполяритон – бозонная частица. Она образуется в связанных двойных квантовых ямах в микрорезонаторе. В отличие от экситон-поляритона диполяритон представляет собой суперпозицию фотона микрорезонатора, прямого и непрямого экситонов. Здесь прямой экситон является связанным состоянием электронно-дырочной пары одной и той же ямы, а непрямой экситон образуется путем связывания электрона и дырки соседних ям. Связанное состояние фотона микрорезонатора с прямым и непрямым экситонами вызывает формирование собственных мод системы с тремя ветвями закона дисперсии: нижней, средней и верхней диполяритонными ветвями [18]. Благодаря большому дипольному моменту диполяритона он был предложен в качестве идеальной квазичастицы для генерации терагерцового излучения [19–24]. Однако несмотря на значительный экспериментальный успех в исследовании диполяритонов, в настоящее время отсутствует строгое теоретическое рассмотрение их физических свойств. Поэтому дальнейшие исследования в данной области являются актуальными.

Цель настоящего сообщения – изучить динамику диполяритонных возбуждений в режиме параметрического осциллятора на временах, меньших времени релаксации возбуждений. Существенный интерес представляет исследование поведения диполяритонов в нестационарном режиме, когда накачка осуществляется фемтосекундным импульсом лазерного излучения. В этом случае можно считать, что ультракороткие импульсы возбуждения служат лишь для создания начальных плотностей диполяритонов. Затем система предоставляется самой себе и эволюционирует во времени. Такая постановка задачи используется и при исследовании явления оптической нутации в пространственно-однородной системе двухуровневых атомов [24] либо экситонов. Мы считаем, что с помощью ультракоротких импульсов резонансного лазерного излучения в микрорезонаторе создается система когерентных диполяритонов. Микрорезонатор обеспечивает пространственное ограничение области существования диполяритонов. Квантовая яма вставляется в брэгговскую структуру, которая характеризуется определенным пропусканием, отражением и потерями [17–25]. Особенности эволюции системы будут проявляться в генерации вторичных субимпульсов излучения.

Рассмотрим ситуацию, когда диполяритоны большой плотности возбуждаются на средней ветви закона дисперсии (рис. 1) мощным импульсом лазерно-

[1)] e-mail: florina_of@mail.ru

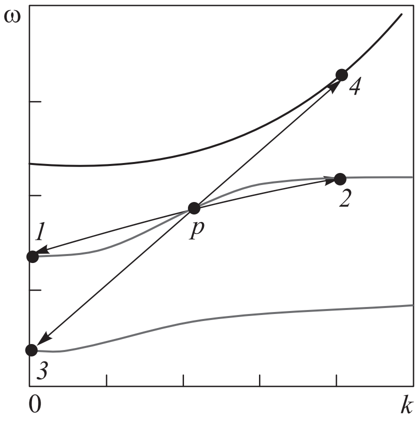

Рис. 1. Энергетическая схема диполяритонов

го излучения (накачка) [18]. В результате возникают параметрическое рассеяние диполяритонов накачки и генерация диполяритонов сигнальной и холостой мод. При этом имеют место два канала рассеяния [18]. Один из них – это рассеяние пары диполяритонов накачки с образованием сигнального диполяритона на нижней ветви и холостого диполяритона на верхней. Другой канал – это рассеяние пары диполяритонов накачки с образованием диполяритонов сигнальной и холостой мод на средней ветви. Оба канала рассеяния удовлетворяют закону сохранения энергии и импульса [18]. Гамильтониан взаимодействия, описывающий процесс параметрического рассеяния pump-диполяритонов в диполяритоны сигнальной и холостой мод, можно записать в виде

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar g_1(\hat{a}_1^+\hat{a}_2^+\hat{a}_p\hat{a}_p + \hat{a}_p^+\hat{a}_p^+\hat{a}_2\hat{a}_1) + \\ + \hbar g_2(\hat{a}_3^+\hat{a}_4^+\hat{a}_p\hat{a}_p + \hat{a}_p^+\hat{a}_p^+\hat{a}_3\hat{a}_4), \qquad (1)$$

где g_1 и g_2 – константы взаимодействия по каждому каналу рассеяния, $\hat{a}_p$ и $\hat{a}_i$ $(i = 1,\ldots,4)$ – операторы уничтожения диполяритонов накачки, а также сигнальной $(i = 1, 3)$ и холостой $(i = 2, 4)$ мод соответственно. Используя (1), легко получить систему гайзенберговских уравнений для операторов $\hat{a}_p$ и $\hat{a}_i$ $(i = 1,\ldots 4)$. Усредняя эту систему и используя приближение среднего поля (mean field approximation), получаем следующую систему эволюционных уравнений для комплексных амплитуд диполяритонов $a_p = \langle\hat{a}_p\rangle$, $a_i = \langle\hat{a}_i\rangle$ $(i = 1,\ldots,4)$:

$$i\dot{a}_p = \omega_p a_p + 2g_1 a_p^* a_1 a_2 + 2g_2 a_p^* a_3 a_4,$$
$$i\dot{a}_1 = \omega_1 a_1 + g_1 a_p^2 a_2^*, \quad i\dot{a}_2 = \omega_2 a_2 + g_1 a_p^2 a_1^*,$$
$$i\dot{a}_3 = \omega_3 a_3 + g_2 a_p^2 a_4^*, \quad i\dot{a}_4 = \omega_4 a_4 + g_2 a_p^2 a_3^*, \qquad (2)$$

где ω_p, ω_i $(i = 1,\ldots,4)$ – собственные частоты диполяритонов. В условиях точного резонанса, когда $2\omega_p = \omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$, ищем решения этих уравнений в виде $a_p = A_p\exp(i\varphi_p)$, $a_i = A_i\exp(i\varphi_i)$ $(i = 1,\ldots,4)$, где A_p, A_i и φ_p, φ_i – действительные амплитуды и фазы. В результате приходим к следующей системе нелинейных эволюционных уравнений:

$$\dot{A}_p = -2g_1 A_p A_1 A_2 \sin\theta_{12} - 2g_2 A_3 A_4 \sin\theta_{34},$$
$$\dot{A}_1 = g_1 A_p^2 A_2 \sin\theta_{12}, \quad \dot{A}_2 = g_1 A_p^2 A_1 \sin\theta_{12},$$
$$\dot{A}_3 = g_2 A_p^2 A_4 \sin\theta_{34}, \quad \dot{A}_4 = g_2 A_p^2 A_3 \sin\theta_{34},$$
$$\dot{\theta}_{12} = g_1\left[\frac{A_p^2(A_1^2 + A_2^2)}{A_1A_2} - 4A_1A_2\right] \times \\ \times \cos\theta_{12} - 4g_2A_3A_4\cos\theta_{34},$$
$$\dot{\theta}_{34} = g_2\left[\frac{A_p^2(A_3^2 + A_4^2)}{A_3A_4} - 4A_3A_4\right] \times \\ \times \cos\theta_{34} - 4g_1A_1A_2\cos\theta_{12}, \qquad (3)$$

где $\theta_{12} = 2\varphi_p - \varphi_1 - \varphi_2$, $\theta_{34} = 2\varphi_p - \varphi_3 - \varphi_4$.

Дополним систему (3) начальными условиями: $A_{p|t=0} = A_{p0}$, $A_{i|t=0} = A_{i0}$, где $i = 1,\ldots,4$. Из (3) видно, что решения для разностей фаз $\theta_{12} = \theta_{34} = \pi/2$ удовлетворяют полученной системе уравнений. В этом случае удается получить еще четыре интеграла движения:

$$A_1^2 - A_{10}^2 = A_2^2 - A_{20}^2, \quad A_3^2 - A_{30}^2 = A_4^2 - A_{40}^2,$$
$$A_p^2 + 2(A_1^2 + A_3^2) = A_{p0}^2 + 2(A_{10}^2 + A_{30}^2),$$
$$A_3 = A_{30}\operatorname{ch} x + A_{40}\operatorname{sh} x,$$
$$x = \frac{g_2}{g_1}\ln\frac{A_1 + \sqrt{A_{20}^2 - A_{10}^2 + A_1^2}}{A_{10}^2 + A_{20}^2}, \qquad (4)$$

и свести систему уравнений (3) к одному нелинейному дифференциальному уравнению для A_1:

$$\frac{dA_1}{dt} = \pm 2g_1\sqrt{A_{20}^2 - A_{10}^2 + A_1^2} \times \\ \times \left(\frac{1}{2}A_{p0}^2 + A_{10}^2 + A_{30}^2 - A_1^2 - A_3^2\right). \qquad (5)$$

Из (3) легко получить следующее решение для плотности поляритонов накачки:

$$A_p(t) = A_{p0}\exp\left[-2g_1\int_0^t A_1(t')A_2(t')dt' - \\ - 2g_2\int_0^t A_3(t')A_4(t')dt'\right]. \qquad (6)$$

Отсюда следует, что если в начальный момент времени диполяритоны накачки на средней ветви отсутствуют ($A_{p0} = 0$), а имеются только диполяритоны сигнальных и холостых мод, то эволюция системы, сопровождающаяся изменением плотностей диполяритонов, невозможна. В этом случае система сохраняет свое начальное состояние, хотя плотности диполяритонов сигнальной и холостой мод не равны нулю.

Решить в общем виде уравнение (5) не представляется возможным. Поэтому рассмотрим некоторые частные случаи, дающие возможность получить точные аналитические решения. Введем в рассмотрение плотности диполяритонов: $A_p^2 = N_p$, $A_i^2 = N_i$ $(i = 1, \ldots, 4)$, $A_{p0}^2 = N_{p0}$, $A_{i0}^2 = N_{i0}$. Тогда уравнение (5) примет вид

$$\frac{dN_1}{dt} = \pm 4g_1\sqrt{N_1}\sqrt{N_{20} - N_{10} + N_1} \times \times \left(\frac{1}{2}N_{p0} + N_{10} + N_{30} - N_1 - N_3\right), \qquad (7)$$

где

$$N_3 = (\sqrt{N_{30}}\operatorname{ch} x + \sqrt{N_{40}}\operatorname{sh} x)^2,$$

$$x = \frac{g_2}{g_1}\ln\frac{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_{20} - N_{10} + N_1}}{\sqrt{N_{10}} + \sqrt{N_{20}}}. \qquad (8)$$

Пусть в начальный момент времени плотности диполяритонов холостых и сигнальных мод одинаковы: $N_{10} = N_{20} = N_{30} = N_{40} \neq 0$, $N_{p0} \neq 0$, и константы взаимодействия также одинаковы: $g_1 = g_2 \equiv g$. В этом случае $N_1 = N_2 = N_3 = N_4$, $x = \ln\sqrt{N_1/N_{10}}$, $N_3 = N_{30}e^{2x} = N_1$. Тогда решение уравнения (7) имеет вид

$$N_1 = \frac{N_{10}(4N_{10} + N_{p0})}{4N_{10} + N_{p0}\exp[\pm 2(4N_{10} + N_{p0})gt]}. \qquad (9)$$

Решения со знаком "плюс" и "минус" в экспоненте соответствуют двум направлениям скорости изменения плотности диполяритонов $N_1(t)$ в начальный момент времени. Из (9) и рис. 2 следует, что плотность диполяритонов сигнальной моды $N_1(t)$ изменяется апериодически. При этом решение со знаком "плюс" монотонно убывает с ростом времени и асимптотически стремится к нулю на больших временах. Это свидетельствует о полном истощении диполяритонов сигнальной моды и преобразовании их в диполяритоны накачки. Решение со знаком "минус" растет со временем, асимптотически стремясь к предельному значению $N_{1c} = N_{10} + N_{p0}/4$. Это свидетельствует о полном истощении диполяритонов накачки и превращении их в диполяритоны холостых и сигнальных мод. Видно также, что если $N_{p0} = 0$, то $N_1(t) = N_{10} = \text{const}$. Скорость изменения плотности диполяритонов $N_1(t)$ тем больше, чем больше начальные плотности N_{10} и N_{p0}.

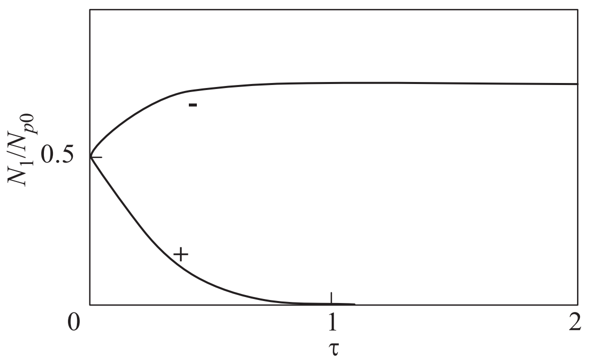

Рис. 2. Временная эволюция нормированной плотности диполяритонов N_1/N_{p0} при фиксированном значении начальной плотности диполяритонов $N_{10}/N_{p0} = 0.5$ $(\tau = gt)$

Что касается плотности диполяритонов накачки, то она монотонно растет со временем, асимптотически стремясь к предельному значению $N_{p0} + 4N_{10}$, в решении со знаком "минус" в экспоненте и монотонно убывает со временем, стремясь к нулю на больших временах, для решения со знаком "плюс".

Таким образом, из представленных решений следует, что если в начальный момент времени хотя бы одна из плотностей N_{i0} $(i = 1, \ldots, 4)$ равна нулю, то эволюция системы состоит в апериодической конверсии диполяритонов накачки в диполяритоны сигнальных и холостых мод. Эволюция с распадом диполяритонов накачки в отсутствие диполяритонов холостых и сигнальных мод оказывается невозможной в силу эффекта квантового стимулирования.

Поэтому обсудим качественно поведение решения уравнения (7) при $s = g_2/g_1 \neq 1$. Если хотя бы одна из начальных плотностей холостых и сигнальных мод равна нулю, то, очевидно, эволюция системы возможна только с распадом диполяритонов накачки, т.е. с увеличением функции $N_1(t)$. Пусть для простоты в начальный момент времени обе холостые моды не заселены ($N_{20} = N_{40} = 0$), а населенность обеих сигнальных мод отлична от нуля ($N_{10} \neq 0$, $N_{30} \neq 0$). В этом случае уравнение (7) при $s = g_2/g_1 \neq 1$ приводится к виду

$$\frac{dN_1}{dt} = \pm 4g_1\sqrt{N_1(N_1 - N_{10}} \times \times \left[\frac{1}{2}N_{p0} + N_{10} - N_1 - N_{30} \times \times \operatorname{sh}^2\left(\frac{g_2}{g_1}\ln\frac{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_1 - N_{10}}}{\sqrt{N_{10}}}\right)\right]. \qquad (10)$$

Анализ данного уравнения показывает, что эволюция системы по-прежнему является апериодической, причем плотность диполяритонов N_1 изменяется в пределах $N_{10} \leq N_1 \leq N_{1c}$, где асимптотическое значение плотности N_{1c} определяется как наименьший положительный корень уравнения

$$\frac{1}{2}N_{p0} + N_{10} - N_{1c} - N_{30} \times$$
$$\times\, \mathrm{sh}^2\left(\frac{g_2}{g_1}\ln\frac{\sqrt{N_{1c}}+\sqrt{N_{1c}-N_{10}}}{\sqrt{N_{10}}}\right) = 0. \qquad (11)$$

При этом решение уравнения (10) монотонно растет со временем от значения $N_1 = N_{10}$, асимптотически приближаясь к предельному значению $N_1 = N_{1c}$, чем эволюция и завершается (рис. 3). На рис. 4 представлены значения предельной плотности N_{1c}. Видно, что N_{1c} монотонно растет с ростом N_{p0} и убывает с ростом параметра $s = g_2/g_1$.

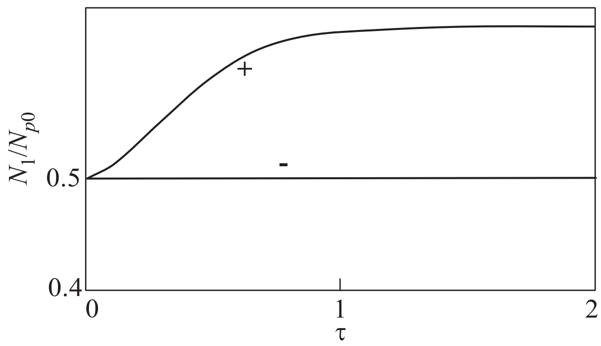

Рис. 3. Временная эволюция плотности диполяритонов N_1/N_{p0} при $N_{10}/N_{p0} = 0.5$, $N_{30}/N_{p0} = 0.3$, $s = 2$ ($\tau = gt$)

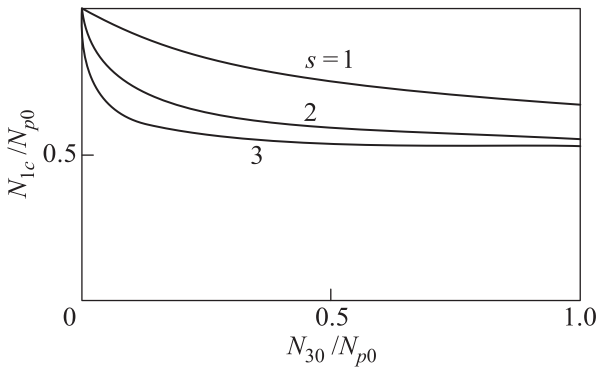

Рис. 4. Зависимости предельной плотности N_{1c} от начальной плотности N_{30} диполяритонов при $N_{10}/N_{p0} = 0.5$ и различных значениях параметра s

Если же в начальный момент времени плотности диполяритонов обеих сигнальных и холостых мод отличны от нуля ($N_{i0} \neq 0$, $i = 1, \ldots, 4$), то в зависимости от знака "плюс" либо "минус" в уравнении (7) эволюция может быть двоякой. При знаке "плюс" плотность диполяритонов $N_1(t)$ монотонно растет от N_{10} до $N_1 = N_{1c}$ с ростом времени, где N_{1c} ($> N_{10}$) является наименьшим положительным корнем уравнения

$$\frac{1}{2}N_{p0}+N_{10}+N_{30}-N_{1c}-(\sqrt{N_{30}}\,\mathrm{ch}\,x_c+\sqrt{N_{40}}\,\mathrm{sh}\,x_c)^2 = 0, \qquad (12)$$

$$x = \frac{g_2}{g_2}\ln\frac{\sqrt{N_{1c}}+\sqrt{N_{20}-N_{10}+N_{1c}}}{\sqrt{N_{10}}+\sqrt{N_{20}}}. \qquad (13)$$

При знаке "минус" в (7) эволюция существенно определяется соотношением между N_{10} и N_{20}. Если $N_{10} > N_{20}$, то плотность диполяритонов сигнальной моды $N_1(t)$ сначала медленно убывает до значения $N_{10} - N_{20}$, а затем снова начинает расти, асимптотически приближаясь к тому же значению N_{1c}, что и в случае знака "плюс" (рис. 5a). В конечном счете эволюция системы сводится к тому, что плотность диполяритонов сигнальной моды при больших временах стремится к одному и тому же предельному значению N_{1c}. Момент времени, при котором плотность диполяритонов $N_1(t)$ достигает минимума, тем больше, чем больше разность $N_{10} - N_{20}$. Если $N_{10} = N_{20}$, то положение минимума смещается в бесконечность. Поэтому в таком случае при $t \to \infty$ плотность диполяритонов $N_1(t)$ стремится к нулю (рис. 5b). Если же $N_{20} > N_{10}$, то при знаке "плюс" эволюция системы сводится к монотонному росту плотности диполяритонов, асимптотически приближающейся к значению $N_1 = N_{1c}$ (рис. 5c). При знаке "минус" плотность диполяритонов $N_1(t)$ сначала убывает, достигая в некоторый момент времени нуля, а затем снова начинает расти, асимптотически приближаясь снизу к значению $N_1 = N_{1c}$ при больших t. Следовательно, эволюция системы является апериодической и необратимой.

Таким образом, из представленных результатов следует, что при накачке средней ветви закона дисперсии диполяритонов в условиях точного резонанса имеет место только апериодический режим необратимого полного превращения диполяритонов накачки в диполяритоны холостых и сигнальных мод.

1. A. V. Kavokin and G. Malpuech, *Thin Films, Nanostructures: Cavity Polaritons*, ed. by V. M. Agranovich and D. Taylor, Amsterdam, Elsevier (2003).
2. H. Deng, H. Haug, and Y. Yamamoto, Rev. Mod. Phys. **82**, 1489 (2010).

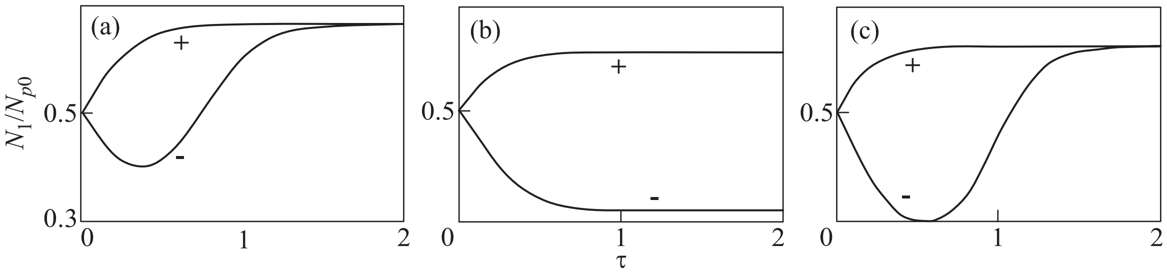

Рис. 5. Временная эволюция нормированной плотности диполяритонов N_1/N_{p0} при $s = 2$, $N_{10}/N_{p0} = 0.5$, $N_{30}/N_{p0} = 0.3$, $N_{40}/N_{p0} = 0.3$ и различных значениях N_{20}/N_{p0}: 0.1 (a), 0.5 (b), 0.9 (c) ($\tau = gt$)

3. A. Kavokin, Appl. Phys. A **89**, 241. (2007).
4. M. M. Glazov and K. V. Kavokin, Phys. Rev. B **73**, 245317 (2006).
5. I. A. Shelykh, R. Johne, D. D. Solnyshkov, A. V. Kavokin, N. A. Gippius, and G. Malpuech, Phys. Rev. B **76**, 155308 (2007).
6. D. M. Whittaker, Phys. Rev. B **63**, 193305 (2001).
7. C. Ciuti, P. Schwendimann, B. Deveaud, and A. Quattropani, Phys. Rev. B **62**, R 4825 (2000).
8. P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, R. M. Stevenson, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, and J. S. Roberts, Phys. Rev. Lett. **84**, 1547 (2000).
9. J. J. Baumberg, P. G. Savvidis, R. M. Stevenson, A. I. Tartakovskii, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, and J. S. Roberts, Phys. Rev. B **62**, R 16247 (2000).
10. C. Ciuti, Phys. Rev. B **69**, 245304 (2004).
11. P. Schwendimann, C. Ciuti, and A. Quattropani, Phys. Rev. B **68**, 165324 (2003).
12. P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, D. Porras, D. M. Whittaker, M. S. Skolnick, and J. S. Roberts, Phys. Rev. B **65**, 073309 (2002).
13. I. A. Shelykh, A. V. Kavokin, and G. Malpuech, Phys. Stat. Sol. B **242**, 2271 (2005).
14. П. И. Хаджи, О. Ф. Васильева, Опт. и спектр. **111**, 831 (2011); ФТТ **53**, 1216 (2011).
15. О. Ф. Васильева, П. И. Хаджи, Опт. и спектр. **115**, 922 (2013).
16. P. I. Khadzhi, O. F. Vasilieva, J. Nanophotonics **6**, 061805 (2012); J. Nanoelectron. Opt.**9**, 1 (2014).
17. P. Cristofolini, G. Christmann, S. I. Tsintzos, G. Deligeorgis, G. Konstantinidis, Z. Hatzopoulos, P. G. Savvidis, and J. J. Baumberg, Science **336**, 704 (2012).
18. A. V. Nalitov, D. D. Solnyshkov, N. A. Gippius, and G. Malpuech, arXiv: 1410.2812 (2014).
19. O. Kyriienko, A. V. Kavokin, and I. A. Shelykh, arXiv: 1211.0688 (2012); Phys. Rev. Lett **111**, 176401 (2013).
20. K. Kristinsson, O. Kyriienko, T. C. H. Liew, and I. A. Shelykh, arXiv: 1304.1316 (2013); Phys. Rev. B **88**, 245303 (2013).
21. K. Kristinsson, O. Kyriienko, and I. A. Shelykh, arXiv: 1310.7414 (2013); Phys. Rev. A **89**, 023836 (2014).
22. O. Kyriienko, I. A. Shelykh, and T. C. H. Liew, arXiv: 1403.7441 (2014); Phys. Rev. A **90**, 033807 (2014).
23. I. A. Shelykh, O. Kyriienko, K. Kristinsson, and T. C. H. Liew, *Proc. Intern. Const. Nanomaterials: Applications and Properties 3*, 02NAESF03 (2014).
24. J.-Y. Li, S.-Q. Duan, and W. Zhang, EPL **108**, 67010 (2014).
25. T. Byrnes, G. V. Kolmakov, R. Y. Kezerashvili, and Y. Yamamoto, arXiv: 1404.5353 (2014).