Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 11, с. 823 – 829

Плазмоны в планарной сверхрешетке на основе графена

П. В. Ратников[*1)], А. П. Силин[*+]

[*] Физический институт им. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

[+] Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 3 июля 2015 г.
После переработки 16 сентября 2015 г.

Исследованы коллективные возбуждения плазменного типа в планарной сверхрешетке на основе графена с периодическим чередованием областей бесщелевого графена и его щелевой модификации. Найден закон дисперсии плазмонов как в квазиодномерном случае (уровень Ферми находится в минищели), так и в квазидвумерном случае (уровень Ферми попадает в минизону). Рассмотрен вопрос о поглощении модулированного электромагнитного излучения при возбуждении плазмонов в данной системе.

DOI: 10.7868/S0370274X15230046

1. Введение. Графен (двумерный углеродный материал) интенсивно исследуется как теоретически, так и экспериментально уже более десяти лет. В последние годы на первый план вышли наноструктурные системы на основе графена. Использование коллективных возбуждений (плазмонов) в этих системах открывает новые возможности в области перестраиваемого поглощения электромагнитного излучения. Усиление поглощения света на плазмонах в среднем инфракрасном диапазоне наблюдалось в гетероструктуре, состоящей из полосок графена [1].

Плазменные колебания в пространственно-однородных системах носителей заряда различной размерности с линейным законом дисперсии были исследованы в работе [2]. При этом пренебрегалось туннелированием носителей заряда. Такое приближение сходно с приближением сильной связи в теории зонной структуры кристаллов.

В работе [3] были исследованы плазменные колебания безмассовых дираковских электронов в планарной сверхрешетке (СР). Дираковская плазма предполагалась слабо модулированной. Такая картина подобна приближению слабой связи. Методами электродинамики сплошных сред были найдены спектр плазменных колебаний и интенсивность поглощения ими электромагнитных волн.

В настоящей статье проведены теоретические расчеты закона дисперсии плазмонов в планарных СР на основе графена. Рассматриваемые нами СР состоят из чередующихся полосок бесщелевого графена и его щелевых модификаций. Последние можно получать, непосредственно пользуясь основным свойством графена – его двумерностью. Имеются два пути: 1) подбирать материал подложки, на которой располагается графен, 2) наносить на поверхность листа графена атомы или молекулы, например атомы водорода [4] или молекулы CrO_3 [5]. Таким образом сейчас получен ряд щелевых модификаций графена с энергетической щелью от ~ 10 мэВ до ~ 1 эВ.

В рассматриваемой нами СР носители заряда становятся эффективно массивными. Закон дисперсии для них перестает быть линейным. Система становится подобной релятивистской плазме в пространстве пониженной размерности.

Следует также отметить, что в недавно опубликованной работе [6] было выполнено исследование в рамках приближения хаотических фаз (ПХФ) плазменных волн в СР на основе графена в присутствии сильного статического электрического поля. Тремя годами ранее теми же авторами на основе численного анализа был исследован закон дисперсии плазмонов в планарной графеновой СР [7]. В нашей работе получены аналитические результаты для закона дисперсии плазмонов в планарной СР на основе графена.

2. Эффективное модельное описание СР.

2.1. Основы модельного описания СР. Основные представления о планарных СР на основе бесщелевого графена и его щелевых модификаций были заложены в работе [8].

Направим ось x перпендикулярно границам раздела, а ось y – параллельно им (рис. 1). Носители заряда в СР описываются уравнением Дирака:

$$(v_{\mathrm{F}}\boldsymbol{\sigma}\widehat{\mathbf{p}} + \sigma_z\Delta + V)\,\Psi(x,\,y) = E\Psi(x,\,y), \qquad (1)$$

[1)] e-mail: ratnikov@lpi.ru

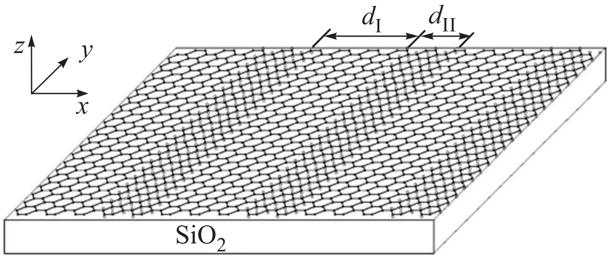

Рис. 1. Пример рассматриваемой системы – лист графена на подложке SiO_2 с периодически нанесенными в виде полосок атомами водорода (графен-графановая СР)

где $v_{\rm F} \approx 10^8$ см/с – скорость Ферми; $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x,\, \sigma_y)$ и σ_z – матрицы Паули; $\widehat{\mathbf{p}} = -i\boldsymbol{\nabla}$ – оператор импульса (используется система единиц с $\hbar = 1$). Полуширина запрещенной зоны Δ и работа выхода V периодически модулированы по оси x:

$$\Delta = \begin{cases} 0, & d(n-1) < x < -d_{\rm II} + dn, \\ \Delta_0, & -d_{\rm II} + dn < x < dn, \end{cases}$$
$$V = \begin{cases} 0, & d(n-1) < x < -d_{\rm II} + dn, \\ V_0, & -d_{\rm II} + dn < x < dn, \end{cases} \tag{2}$$

где n – целое число, нумерующее сверхъячейки СР; $d_{\rm I}$ и $d_{\rm II}$ – ширины полосок бесщелевого графена и щелевой модификации графена соответственно, а $d = d_{\rm I} + d_{\rm II}$ – период СР (см. рис. 1). Потенциальный профиль показан на рис. 2.

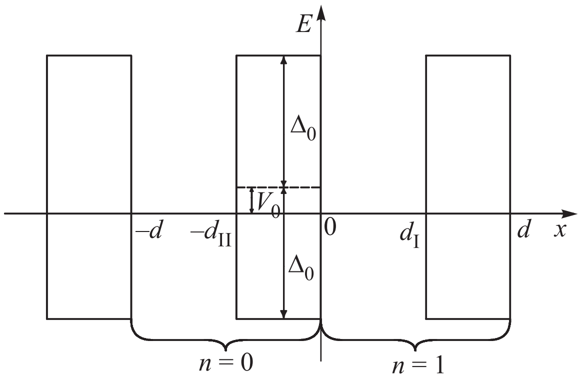

Рис. 2. Модельный одномерный периодический потенциал Кронига–Пенни для рассматриваемой СР

В этой работе мы полагаем значение $v_{\rm F}$ одинаковым во всей СР. Ранее нами была рассмотрена СР нового типа с чередующейся скоростью Ферми [9].

Вдоль оси y движение носителей заряда свободно и волновая функция имеет вид $\Psi(x,\, y) = \psi(x) e^{ik_y y}$.

Дисперсионное соотношение для затухающего решения (1) в области потенциальных барьеров есть [8]

$$\frac{v_{\rm F}^2 k_2^2 - v_{\rm F}^2 k_1^2 + V_0^2 - \Delta_0^2}{2 v_{\rm F}^2 k_1 k_2} \mathrm{sh}(k_2 d_{\rm II}) \sin(k_1 d_{\rm I}) + {} + \mathrm{ch}(k_2 d_{\rm II}) \cos(k_1 d_{\rm I}) = \cos(k_x d), \tag{3}$$

где величины k_1 и k_2 связаны с энергией E соотношениями

$$E = \pm v_{\rm F} \sqrt{k_y^2 + k_1^2}, \qquad E = V_0 \pm \sqrt{\Delta_0^2 + v_{\rm F}^2 k_y^2 - v_{\rm F}^2 k_2^2}. \tag{4}$$

Точный энергетический спектр носителей заряда, получающийся численным решением уравнения (3), затруднительно использовать для дальнейшего анализа. Мы предлагаем использовать эффективный спектр (спектр модельного узкощелевого полупроводника).

2.2. Эффективная теория. Следует различать два случая: 1) уровень Ферми попадает в одну из минищелей, 2) уровень Ферми лежит в одной из минизон.

В первом случае все минизоны, лежащие ниже уровня Ферми, полностью заполнены и колебания электронной (дырочной) плотности в них осуществляются только вдоль направления свободного движения носителей заряда (перпендикулярно направлению приложения потенциала СР). Это квазиодномерное движение.

Во втором случае одна минизона, в которую попадает уровень Ферми, заполнена частично, а все нижележащие зоны (если таковые имеются) полностью заполнены. В частично заполненной минизоне также возможны колебания электронной (дырочной) плотности вдоль направления приложения потенциала СР. В ней осуществляется квазидвумерное движение.

Далее для простоты будем рассматривать вариант с заполнением (полным или частичным) только одной нижней электронной минизоны или верхней дырочной минизоны.

2.2.1. Квазиодномерный случай (полностью заполненная минизона). При достаточно больших Δ_0 и $d_{\rm II}$ минизоны достаточно узки (ниже мы определим это условие). Энергетический спектр носителей заряда в этом случае подобен спектру квазиодномерного узкощелевого полупроводника:

$$E \approx V_{\rm eff} \pm \sqrt{\Delta_{\rm eff}^2 + v_{\rm F}^2 k_y^2}. \tag{5}$$

Величины $\Delta_{\rm eff}$ и $V_{\rm eff}$ играют роль эффективной энергетической щели и эффективной работы выхода. Носители заряда имеют эффективную массу

$$m^* = \frac{\Delta_{\rm eff}}{v_{\rm F}^2}. \tag{6}$$

Из дисперсионного соотношения (3) в предположении $|V_{\rm eff}| < \Delta_{\rm eff} \ll \Delta_0$ нетрудно получить следующие оценки для величин $\Delta_{\rm eff}$ и $V_{\rm eff}$:

$$\Delta_{\rm eff} = \frac{\pi v_{\rm F}}{2d_{\rm I}}\left[1 - \frac{v_{\rm F}}{d_{\rm I}\Delta_0}\right],\qquad V_{\rm eff} = \frac{v_{\rm F}}{d_{\rm I}\Delta_0}V_0. \tag{7}$$

В рассматриваемом нами случае ширина минизон экспоненциально мала в силу экспоненциально малой вероятности туннелирования носителей заряда через барьеры. В этом случае получаем следующую оценку ширины минизоны:

$$\delta E = \frac{4v_{\rm F}}{d_{\rm I}}\exp\left(-\frac{d_{\rm II}}{v_{\rm F}}\Delta_0\right). \tag{8}$$

Тогда условие узких минизон есть $\delta E \ll \Delta_{\rm eff}$. Сравнивая выражение для $\Delta_{\rm eff}$ в (7) с выражением (8), находим условие $\Delta_0 \gtrsim 2v_{\rm F}/d_{\rm II}$.

Запишем эффективный гамильтониан, соответствующий приближенному закону дисперсии (5), в виде матричного 2×2 гамильтониана Дирака:

$$\widehat{H}^{(1D)}_{\rm eff} = v_{\rm F}\sigma_y\widehat{p}_y - \sigma_z\Delta_{\rm eff} + V_{\rm eff}. \tag{9}$$

Здесь знак “минус” перед вторым членом поставлен из соображений удобства для дальнейших выкладок. Это не окажет влияния на конечные результаты, поскольку в них $\Delta_{\rm eff}$ входит квадратично.

Функция Грина, описывающая свободное распространение носителей заряда вдоль полосок бесщелевого графена, в нулевом приближении по взаимодействию определяется как обратный оператор [10]:

$$\widehat{G}^{(1\rm D)}_0(k_y,\omega) = \left(\omega + \mu - \widehat{H}^{(1\rm D)}_{\rm eff}\right)^{-1}, \tag{10}$$

где μ – химический потенциал (совпадает с энергией Ферми).

Подставляя (9) в оператор (10), можно записать функцию Грина в явном виде с учетом правила обхода полюсов:

$$\widehat{G}^{(1\rm D)}_0(k_y,\omega) = \frac{1}{2\varepsilon_{k_y}}\sum_{s=\pm1} s\frac{\omega + \widetilde{\mu} - \sigma_z\Delta_{\rm eff} + v_{\rm F}\sigma_y k_y}{\omega + \widetilde{\mu} - s\varepsilon_{k_y} - i\delta\,{\rm sign}(\widetilde{\mu} - s\varepsilon_{k_y})}, \tag{11}$$

где $\widetilde{\mu} = \mu - V_{\rm eff}$ и $\varepsilon_{k_y} = \sqrt{\Delta^2_{\rm eff} + v^2_{\rm F}k^2_y}$, $\delta \to +0$.

Величина $\widetilde{\mu}$ связана с импульсом Ферми $p_{\rm F}$ соотношением

$$|\widetilde{\mu}| = \sqrt{\Delta^2_{\rm eff} + v^2_{\rm F}p^2_{\rm F}}. \tag{12}$$

Одномерный импульс Ферми связан с концентрацией носителей заряда $n_{\rm 2D}$:

$$p_{\rm F} = \frac{\pi}{g}n_{\rm 2D}d, \tag{13}$$

где $g = g_s g_v$ – кратность вырождения ($g_s = 2$ – кратность вырождения по спину, $g_v = 2$ – кратность вырождения по долинам).

2.2.2. Квазидвумерный случай (частично заполненная минизона). В квазидвумерном случае, помимо свободного движения вдоль полосок бесщелевого графена, имеется движение носителей заряда поперек потенциальных барьеров. Эти движения осуществляются с разными скоростями: со скоростью $v_\parallel$ для свободного движения и с существенно меньшей скоростью $v_\perp \ll v_\parallel$ для движения поперек полосок (поскольку вероятность туннелирования через потенциальный барьер мала). Это означает, что имеется квазидвумерное анизотропное движение носителей заряда. Соответствующие значения $v_\perp$ и $v_\parallel$ подбираются в согласии с приближенным законом дисперсии:

$$E \approx V_{\rm eff} \pm \sqrt{\Delta^2_{\rm eff} + v^2_\perp k^2_x + v^2_\parallel k^2_y}. \tag{14}$$

Энергетический спектр подобен спектру анизотропного узкощелевого полупроводника с эффективными массами $m^*_\perp = \Delta_{\rm eff}/v^2_\perp \neq m^*_\parallel = \Delta_{\rm eff}/v^2_\parallel$. Температура должна быть достаточно низкой: $T \ll \delta E$.

Эффективный гамильтониан с собственными значениями (14) имеет вид

$$\widehat{H}^{(2\rm D)}_{\rm eff} = v_\perp\sigma_x\widehat{p}_x + v_\parallel\sigma_y\widehat{p}_y - \sigma_z\Delta_{\rm eff} + V_{\rm eff}. \tag{15}$$

Функцию Грина находим как обратный оператор (10) с гамильтонианом $\widehat{H}^{(2\rm D)}_{\rm eff}$:

$$\widehat{G}^{(2D)}_0(\mathbf{k},\omega) = \frac{1}{2\varepsilon_{\mathbf{k}}}\sum_{s=\pm1} s\frac{\omega + \widetilde{\mu} - \sigma_z\Delta_{\rm eff} + v_\perp\sigma_x k_x + v_\parallel\sigma_y k_y}{\omega + \widetilde{\mu} - s\varepsilon_{\mathbf{k}} - i\delta\,{\rm sign}(\widetilde{\mu} - s\varepsilon_{\mathbf{k}})}, \tag{16}$$

где $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \sqrt{\Delta^2_{\rm eff} + v^2_\perp k^2_x + v^2_\parallel k^2_y}$.

3. Плазмоны.

3.1. Кулоновское взаимодействие. В квазиодномерном случае нет движения носителей заряда между полосками бесщелевого графена. Кулоновское взаимодействие аналогично кулоновскому взаимодействию носителей заряда в системе периодически расположенных в одной плоскости параллельных друг другу нитей. В такой системе кулоновское взаимодействие зарядов из двух нитей, разделенных расстоянием nd, есть [11]

$$V(k_y, n) = 2\widetilde{e}^2 K_0\left(d|nk_y|\right), \tag{17}$$

где d – расстояние между полосками бесщелевого графена (совпадает с периодом СР); n – номер полоски (его можно считать совпадающим с номером сверхъячейки СР на рис. 2); $\widetilde{e}^2 = e^2/\varepsilon_{\text{eff}}$, $\varepsilon_{\text{eff}} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$ – эффективная статическая диэлектрическая проницаемость, определяемая статическими диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 сред, окружающих графен (например, вакуум и материал подложки); $K_0(x)$ – функция Макдональда.

Перейдем от дискретной переменной номера полоски n к безразмерному поперечному импульсу $\theta = k_x d$ $(-\pi \le \theta \le \pi)$ так же, как это сделано в статье [11]:

$$V(k_y, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V(k_y, n) e^{in\theta} =$$
$$= 2\widetilde{e}^2 K_0\left(\frac{d_{\text{I}}}{2}|k_y|\right) + 4\widetilde{e}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\theta) K_0\left(nd|k_y|\right). \quad (18)$$

В интересующем нас случае малой ширины барьера выражение (18) упрощается ($d_{\text{II}} \ll d_{\text{I}}$) [11]:

$$V(k_y, \theta) = 2\widetilde{e}^2 \ln\frac{d}{\pi d_{\text{I}}} +$$
$$+ \left[-2C - 2\psi\left(\frac{\theta}{2\pi} + \frac{1}{2}\right) + \pi \mathrm{tg}\frac{\theta}{2}\right]\widetilde{e}^2 + o(k_y d), \quad (19)$$

где $C = 0.577\ldots$ – постоянная Эйлера, $\psi(x)$ – ψ-функция Эйлера. На границах минизоны получаем

$$V(k_y, \pm\pi) = 2\widetilde{e}^2 \ln\frac{d}{\pi d_{\text{I}}} + \frac{2\pi\widetilde{e}^2}{|k_y| d} + o(k_y d). \quad (20)$$

3.2. Поляризационный оператор. При вычислении частот плазмонов с использованием диаграммной техники следует выделять два случая: 1) квазиодномерный изотропный случай (функция Грина найдена в п/п 2.2.1), 2) квазидвумерный анизотропный случай (функция Грина найдена в п/п 2.2.2). Соответственно имеем два выражения для поляризационного оператора, необходимого для нахождения закона дисперсии плазмонов.

3.2.1. Квазиодномерный поляризационный оператор. Поляризационный оператор представляется петлевой диаграммой (рис. 3) и дается выражением

$$\Pi^{(1\text{D})}(k_y, \omega) = -ig \int \frac{dp_y}{2\pi} \times$$
$$\times \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \mathrm{Tr}\left\{\widehat{G}_0^{(1\text{D})}(p_y, \varepsilon) \widehat{G}_0^{(1\text{D})}(p_y + k_y, \varepsilon + \omega)\right\}. \quad (21)$$

Как и в квантовой электродинамике (КЭД), выражение (21) нуждается в перенормировке. Однако проблема многих частиц в твердом теле имеет свои особенности. Хотя затравочный спектр электронов и дырок идентичен спектру электронов и позитронов в КЭД, совокупность величин и законы, по которым эти величины перенормируются, различные [12, 13].

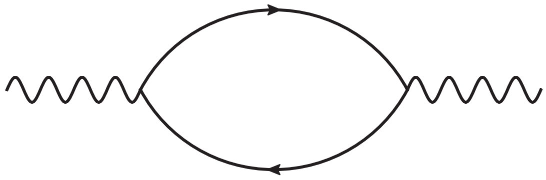

Рис. 3. Петлевая диаграмма

Перенормировка поляризационного оператора сводится к условию [14]

$$\Pi^{(1\text{D})}_{\text{Ren}}(k_y, \omega) = \Pi^{(1\text{D})}(k_y, \omega) - \Pi^{(1\text{D})}(k_y, \omega)\Big|_{n_{2\text{D}} \to 0}. \quad (22)$$

Поскольку нас интересуют плазмоны (длинноволновые коллективные возбуждения), нам достаточно найти поляризационный оператор при малых k_y и ω:

$$|k_y| \ll \frac{\Delta_{\text{eff}}}{v_{\text{F}}}, \; |\omega| \ll \Delta_{\text{eff}}. \quad (23)$$

Как мы увидим, в силу малости k_y частоты плазмонов малы (закон дисперсии плазмонов в системах низкой размерности).

Вещественная часть перенормированного поляризационного оператора при малых квазиимпульсах (разложение ведется до членов $\sim k_y^2$) и частотах (23) в квазиодномерном случае дается выражением

$$\mathrm{Re}\Pi^{(1\text{D})}_{\text{Ren}}(k_y, \omega) =$$
$$= \frac{g}{2\pi}\left\{-\Lambda_1 + \frac{|k_y|}{|\widetilde{\mu}|} + \frac{2v_{\text{F}}^2 p_{\text{F}} k_y^2}{|\widetilde{\mu}|\omega^2} + \frac{v_{\text{F}}^4 p_{\text{F}}^3 k_y^2}{3|\widetilde{\mu}|^3 \Delta_{\text{eff}}^2}\right\}, \quad (24)$$

где введена величина

$$\Lambda_1 = \frac{1}{v_{\text{F}}} \ln\frac{|\widetilde{\mu}| + v_{\text{F}} p_{\text{F}}}{|\widetilde{\mu}| - v_{\text{F}} p_{\text{F}}}. \quad (25)$$

Отметим, что величина Λ_1 положительна и входит в (24) со знаком "минус". Она не зависит ни от k_y, ни от ω. Легко убедиться в том, что ее появление в (24) приводит к большой (фоновой) экранировке. Величину Λ_1 следует опустить. К тому же в пределе $\Delta_{\text{eff}} \to 0$ она дает логарифмическую расходимость.

Линейный по $|k_y|$ член оказывается на самом деле малым по сравнению с третьим членом, который формально $\sim k_y^2$. В знаменателе третьего члена стоит ω^2, причем $\omega \gtrsim v_{\text{F}}|k_y|$, но все-таки того же порядка, что и $v_{\text{F}}|k_y|$. Поэтому несмотря на формальное старшинство третьего члена по степени k_y, он оказывается бо́льшим, чем второй.

По поводу последнего слагаемого в (24) также следует сделать замечание. Формула (24) была получена в предположении $v_{\rm F}|k_y| \lesssim |\omega| \ll \Delta_{\rm eff}$. При этом считается, что $v_{\rm F}p_{\rm F} \ll \Delta_{\rm eff}$ (случай малых концентраций носителей заряда) или, по крайней мере, $v_{\rm F}p_{\rm F} \lesssim \Delta_{\rm eff}$ (случай умеренных концентраций носителей заряда). Поэтому последнее слагаемое в (24) в отличие от третьего слагаемого меньше или порядка $\omega^2/\Delta_{\rm eff}^2$ в случае умеренных концентраций носителей заряда и более высокого порядка малости в случае малых концентраций носителей заряда. Следовательно, последним слагаемым в (24) можно пренебречь.

Окончательно находим

$$\mathrm{Re}\Pi^{(1\mathrm{D})}_{\mathrm{Ren}}(k_y,\,\omega) = \frac{g v_{\rm F}^2 p_{\rm F} k_y^2}{\pi|\widetilde{\mu}|\omega^2}. \tag{26}$$

Мнимая часть $\Pi^{(1\mathrm{D})}_{\mathrm{Ren}}(k_y,\,\omega)$ равна нулю в области

$$v_{\rm F}|k_y| < |\omega| < \sqrt{4\Delta_{\rm eff}^2 + v_{\rm F}^2 k_y^2}, \tag{27}$$

что согласуется с известным результатом для релятивистской плазмы [15].

3.2.2. Квазидвумерный поляризационный оператор. В квазидвумерном анизотропном случае поляризационный оператор выражается аналогично (21):

$$\Pi^{(2\mathrm{D})}(\mathbf{k},\,\omega) = -igd\int\frac{d^2p}{(2\pi)^2}\times$$
$$\times\int\frac{d\varepsilon}{2\pi}\mathrm{Tr}\left\{\widehat{G}_0^{(2\mathrm{D})}(\mathbf{p},\,\varepsilon)\widehat{G}_0^{(2\mathrm{D})}(\mathbf{p}+\mathbf{k},\,\varepsilon+\omega)\right\}. \tag{28}$$

На поляризационный оператор (28) также следует наложить условие перенормировки в виде (22). При малых квазиимпульсах (удерживались члены $\sim k_x^2$ и $\sim k_y^2$) и частотах (23) вещественная часть перенормированного поляризационного оператора

$$\mathrm{Re}\Pi^{(2\mathrm{D})}_{\mathrm{Ren}}(\mathbf{k},\,\omega) = \frac{gd}{2\pi}\left\{-\Lambda_2 + \frac{v_\perp^2 k_x^2 + v_\parallel^2 k_y^2}{v_\perp v_\parallel}\times\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{\widetilde{\mu}^2-\Delta_{\rm eff}^2}{2|\widetilde{\mu}|\omega^2} + \frac{1}{6\Delta_{\rm eff}}\left(1-\frac{3\Delta_{\rm eff}}{2|\widetilde{\mu}|}+\frac{\Delta_{\rm eff}^3}{2|\widetilde{\mu}|^3}\right)\right]\right\}, \tag{29}$$

где также возникает положительная величина

$$\Lambda_2 = \frac{|\widetilde{\mu}|-\Delta_{\rm eff}}{v_\perp v_\parallel}. \tag{30}$$

Эта величина должна быть отброшена по тем же соображениям, что и величина Λ_1 в (24). Рассмотрим слагаемые в квадратных скобках. Второе из них мало по сравнению с первым по параметру $\omega^2/(\widetilde{\mu}^2-\Delta_{\rm eff}^2)$. Поэтому данное слагаемое мы также откинем. Таким образом, получаем

$$\mathrm{Re}\Pi^{(2\mathrm{D})}_{Ren}(\mathbf{k},\,\omega) = \frac{gd}{4\pi}\frac{v_\perp^2 k_x^2 + v_\parallel^2 k_y^2}{v_\perp v_\parallel}\frac{\widetilde{\mu}^2-\Delta_{\rm eff}^2}{|\widetilde{\mu}|\omega^2}. \tag{31}$$

Мнимая часть $\Pi^{(2\mathrm{D})}_{\mathrm{Ren}}(k,\,\omega)$ равна нулю в области

$$\sqrt{v_\perp^2 k_x^2 + v_\parallel^2 k_y^2} < |\omega| < \sqrt{4\Delta_{\rm eff}^2 + v_\perp^2 k_x^2 + v_\parallel^2 k_y^2}. \tag{32}$$

3.3. Закон дисперсии плазмонов. Дисперсия плазмонов в рамках ПХФ определяется уравнением

$$1 - V(\mathbf{k})\Pi(\mathbf{k},\,\omega) = 0. \tag{33}$$

В случае, когда уровень Ферми попадает в минищель, в уравнение (33) следует подставить в качестве поляризационного оператора $\Pi(\mathbf{k},\,\omega)$ выражение (26) и соответствующее выражение для кулоновского взаимодействия (18). В случае, когда уровень Ферми попадает в минизону, вместо $\Pi(\mathbf{k},\,\omega)$ следует подставить выражение (31) и выражение для кулоновского взаимодействия (18) с $\theta = k_x d$. В первом случае получаем

$$\omega_{pl}^{(1\mathrm{D})}(k_y,\,\theta) = v_{\rm F}|k_y|\sqrt{\frac{gp_{\rm F}}{\pi|\widetilde{\mu}|}V(k_y,\,\theta)}. \tag{34}$$

Во втором случае

$$\omega_{pl}^{(2\mathrm{D})}(\mathbf{k}) = \sqrt{v_\perp^2 k_x^2 + v_\parallel^2 k_y^2}\sqrt{\frac{gd}{4\pi}\frac{\widetilde{\mu}^2-\Delta_{\rm eff}^2}{v_\perp v_\parallel|\widetilde{\mu}|}V(\mathbf{k})}. \tag{35}$$

На границе плазменной зоны в случае близко расположенных полосок бесщелевого графена из выражения (34) следует характерный для двумерных систем корневой закон дисперсии плазмонов:

$$\omega_{pl}^{(1\mathrm{D})}(k_y) = v_{\rm F}\sqrt{\frac{2\pi n_{2\mathrm{D}}\widetilde{e}^2}{|\widetilde{\mu}|}|k_y|}. \tag{36}$$

При малых k_y в выражении (20) для кулоновского взаимодействия мы оставили только второй член.

Однако в этом же случае из формулы (34) также следует, что практически для всей плазменной зоны (почти для всех θ) закон дисперсии плазмона остается акустическим:

$$\omega_{pl}^{(1\mathrm{D})}(k_y,\,\theta) = v_{\rm F}|k_y|\sqrt{\frac{2g\widetilde{e}^2 p_{\rm F}}{\pi|\widetilde{\mu}|}f(\theta)}, \tag{37}$$

где введена функция

$$f(\theta) = \ln\frac{d}{\pi d_{\rm I}} - C - \psi\left(\frac{\theta}{2\pi}+\frac{1}{2}\right) + \frac{\pi}{2}\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} \tag{38}$$

согласно выражению для кулоновского взаимодействия (19).

В случае линейной зависимости химического потенциала от импульса Ферми из формулы (36) получаем известный результат для закона дисперсии плазмона в бесщелевом графене [10]:

$$\omega_{pl}(k_y) = \sqrt{\frac{g}{2}|\widetilde{\mu}|\widetilde{e}^2|k_y|}. \qquad (39)$$

Здесь плазмон распространяется вдоль оси y.

Закон дисперсии двумерного плазмона в бесщелевом графене также получается из формулы (35), если перейти к изотропному случаю, когда $v_\perp = v_\| = v_\mathrm{F}$ и $\widetilde{\mu}^2 - \Delta_\mathrm{eff}^2 = v_\mathrm{F}^2 p_\mathrm{F}^2$. При этом в квазидвумерном случае следует учесть соотношение

$$p_\mathrm{F}^2 = \frac{4\pi}{g} n_\mathrm{2D}. \qquad (40)$$

Из формул (34) и (35) получаются известные выражения для нерелятивистских носителей заряда [11]. Например, при больших расстояниях между полосками бесщелевого графена ($d_\mathrm{II} \gg d_\mathrm{I}$) система подобна набору полосок. Кулоновское взаимодействие между носителями заряда в одной такой полоске дается первым слагаемым в правой части (18). В нерелятивистском пределе, когда $v_\mathrm{F} p_\mathrm{F} \ll \Delta_\mathrm{eff}$ и $|\widetilde{\mu}| \approx \Delta_\mathrm{eff}$, из формулы (34) находим

$$\omega_{pl}^{(1\mathrm{D})}(k_y) = |k_y|\sqrt{\frac{2g\widetilde{e}^2 p_\mathrm{F}}{\pi m^*}\ln\frac{4}{|k_y|d_\mathrm{I}}}. \qquad (41)$$

Формула (35) в нерелятивистском пределе в изотропном по скоростям случае дает

$$\omega_{pl}^{(2\mathrm{D})}(\mathbf{k}) = \Omega_p\sqrt{|\mathbf{k}|d}, \qquad (42)$$

где введена величина

$$\Omega_p = \left(\frac{2\pi\widetilde{e}^2 n_\mathrm{2D}}{dm^*}\right)^{1/2}. \qquad (43)$$

3.4. Зонный характер плазменных возбуждений. Вследствие периодичности рассматриваемой системы не только спектр одночастичных возбуждений "разбивается" на минизоны. Это касается также и спектра плазменных возбуждений: он является многозонным. Границы плазменных зон в импульсном пространстве совпадают с границами соответствующих минизон носителей заряда. Последнее следует из условия Брэгга–Вульфа: $2\mathbf{k}\mathbf{g}_j = \mathbf{g}_j^2$, $j = \pm 1, \pm 2, \ldots$, где $\mathbf{g}_j = (2\pi/d, 0)$ – вектор обратной решетки, связанный с наличием потенциала СР. Отсюда находим $k_{xj} = \pi j/d$.

На границах плазменных зон в спектре плазмонов возникает разрыв. Аналогично работе [3] можно найти граничные значения частот плазмонов.

Значения частот плазмонов в центре плазменной зоны $\omega_{pl}(0)$ в вышележащих минизонах совпадают со значениями минимума энергии носителей заряда в этих минизонах. Получим оценки этих значений. Приближенно разрешая дисперсионное соотношение (3) относительно энергии в точке $k_x = k_y = 0$, находим оценку энергии носителей заряда в n-й минизоне ($n = 0, 1, 2, \ldots$):

$$E_n^{e,h} = \frac{v_\mathrm{F}}{d_\mathrm{I}}\left[\pm\left(\frac{\pi}{2}+\pi n\right)\left(1-\frac{v_\mathrm{F}}{d_\mathrm{I}\Delta_0}\right)+\frac{V_0}{\Delta_0}\right], \qquad (44)$$

где верхний знак – для электронов, нижний – для дырок. В частности, для $n = 0$ (нижняя электронная или верхняя дырочная минизона) оценка (44) дает $E_0^{e,h} = \pm\Delta_\mathrm{eff} + V_\mathrm{eff}$ с величинами Δ_eff и V_eff, полученными по формулам (7). Возьмем характерное значение $d_\mathrm{I} \simeq 10$ нм, $\Delta_0 \simeq 1$ эВ и для простоты оценок $V_0 = 0$. Тогда $E_0^e \simeq 80$ мэВ и $E_1^e \simeq 240$ мэВ. Видно, что расстояние между соседними минизонами значительно превышает комнатную температуру. Следовательно, заселением высших минизон за счет теплового возбуждения можно пренебречь.

Оценим, сколько нужно дополнительно "залить" электронов, чтобы полностью заполнилась нижняя электронная минизона и начала заполняться следующая электронная минизона. Импульс Ферми p_F должен быть таков, чтобы химический потенциал $\widetilde{\mu}$ сравнялся с E_1^e. По соотношению (12) находим $v_\mathrm{F} p_\mathrm{F} = \sqrt{E_1^{e2} - E_0^{e2}}$ (вследствие условия $V_0 = 0$ величина E_0^e совпадает с Δ_eff). Отсюда по формуле (13) можно связать найденное значение p_F с двумерной концентрацией электронов: $n_\mathrm{2D} = g\sqrt{E_1^{e2} - E_0^{e2}}/(\pi v_\mathrm{F} d) \simeq 5\cdot 10^{12}$ см$^{-2}$. Последнее является достаточно большой величиной в сравнении с экспериментальными данными для бесщелевого графена [10].

3.5. Интенсивность поглощения модулированного электромагнитного излучения. Интенсивность поглощения электромагнитных волн, промодулированных с периодом, равным длине плазменной волны, дается известной формулой:

$$Q = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\sigma\widetilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}\boldsymbol{\mathcal{E}}^*\right), \qquad (45)$$

где σ – проводимость системы, $\widetilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}$ – электрическое поле плазменной волны, $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ – электрическое поле электромагнитной волны, меняющееся с частотой ω.

Проводимость системы легко находится из кинетического уравнения в τ-приближении. В квазиодномерном случае она равна

$$\sigma^{(1D)} = \frac{ige^2 v_F^2 p_F}{\pi|\widetilde{\mu}|(\omega + i\nu)}. \qquad (46)$$

Здесь и ниже $\nu = 1/\tau$. В квазидвумерном случае проводимость является тензором с диагональными элементами

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(2D)} &= \frac{ige^2}{4\pi(\omega + i\nu)} \frac{\widetilde{\mu}^2 - \Delta_{\text{eff}}^2}{|\widetilde{\mu}|} \frac{v_\perp}{v_\parallel}, \\ \sigma_{yy}^{(2D)} &= \frac{ige^2}{4\pi(\omega + i\nu)} \frac{\widetilde{\mu}^2 - \Delta_{\text{eff}}^2}{|\widetilde{\mu}|} \frac{v_\parallel}{v_\perp}. \end{aligned} \qquad (47)$$

Интенсивность поглощения в квазиодномерном случае равна

$$Q^{(1D)} \simeq \sigma_0^{(1D)} \mathcal{E}_0^2 \frac{\omega^2 \nu^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \nu^2}, \qquad (48)$$

где $\sigma_0^{(1D)}$ – значение проводимости (46) в статическом пределе; $\omega_0 = \omega_{pl}^{(1D)}(k_0)$ – частота плазмона с волновым вектором $\mathbf{k}_0 = (0,\, k_0)$; $\mathcal{E}_0$ – амплитуда электрического поля.

Для квазидвумерного случая вследствие анизотропии проводимости системы поглощение будет зависеть от ориентации плоскости поляризации падающей электромагнитной волны. Пусть ее плоскость поляризации составляет угол φ с осью x. Тогда интенсивность поглощения равна

$$Q^{(2D)} = Q_\perp^{(2D)} \cos^2\varphi + Q_\parallel^{(2D)} \sin^2\varphi. \qquad (49)$$

Входящие сюда величины выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_\perp^{(2D)} &\simeq \sigma_{xx0}^{(2D)} \mathcal{E}_0^2 \frac{\omega^2 \nu^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \nu^2}, \\ Q_\parallel^{(2D)} &\simeq \sigma_{yy0}^{(2D)} \mathcal{E}_0^2 \frac{\omega^2 \nu^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \nu^2}, \end{aligned} \qquad (50)$$

где $\sigma_{xx0}^{(2D)}$ и $\sigma_{yy0}^{(2D)}$ – выражения диагональных элементов тензора проводимости (47) в статическом пределе; $\omega_0 = \omega_{pl}^{(2D)}(\mathbf{k}_0)$ – частота плазмона с волновым вектором $\mathbf{k}_0 = (k_0 \cos\varphi,\, k_0 \sin\varphi)$.

Из формулы (50) следует, что спектр поглощения электромагнитных волн плазмонами должен быть сильно анизотропным: соответствующее отношение интенсивностей $Q_\perp^{(2D)}/Q_\parallel^{(2D)} = (v_\perp/v_\parallel)^2$. Такую сильную анизотропию можно легко обнаружить в эксперименте.

4. Выводы. В настоящей работе аналитически получен закон дисперсии плазмонов в планарной СР на основе графена. Показано, что спектр поглощения линейно поляризованных электромагнитных волн, промодулированных с периодом, равным длине плазменной волны, должен обладать существенной анизотропией. В случае, когда уровень Ферми попадает в минищель, эта анизотропия обусловлена запретом на осцилляции плотности носителей заряда поперек потенциала СР. В случае, когда уровень Ферми попадает в минизону, она обусловлена значительным подавлением по скоростям ($\sim (v_\perp/v_\parallel)^2$).

Авторы благодарят Д.Н. Собьянина за плодотворные дискуссии и ценные замечания.

1. M. Freitag, T. Low, W. Zhu, H. Yan, F. Xia, and P. Avouris, Nat. Comms. **4**, 1951 (2013).
2. S. Das Sarma and E. H. Hwang, Phys. Rev. Lett. **102**, 206412 (2009).
3. А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **100**, 288 (2014).
4. D. C. Elias, R. R. Nair, T. M. G. Mohiuddin, S. V. Morozov, P. Blake, M. P. Halsall, A. C. Ferrari, D. W. Boukhvalov, M. I. Katsnelson, A. K. Geim, and K. S. Novoselov, Science **323**, 610 (2009).
5. I. Zanella, S. Guerini, S. B. Fagan, J. M. Filho, and G. S. Filho, Phys. Rev. B **77**, 073404 (2008).
6. С. Ю. Глазов, А. А. Ковалев, Н. Е. Мещерякова, ФТП **49**, 515 (2015).
7. С. Ю. Глазов, А. А. Ковалев, Н. Е. Мещерякова, Изв. РАН. Сер. физ. **76**, 1323 (2012).
8. П. В. Ратников, Письма в ЖЭТФ **90**, 515 (2009).
9. П. В. Ратников, А. П. Силин, Письма в ЖЭТФ **100**, 349 (2014).
10. V. N. Kotov, B. Uchoa, V. M. Pereira, F. Guinea, and A. H. Castro Neto, Rev. Mod. Phys. **84**, 1067 (2012).
11. Е. А. Андрюшин, А. П. Силин, ФТТ **35**, 324 (1993).
12. W. Zawadzki, Adv. Phys. **23**, 435 (1974).
13. Б. Л. Гельмонт, М. В. Кисин, ФТП **17**, 1251 (1983); **17**, 1493 (1983); **18**, 812 (1984).
14. N. V. Markova and A. P. Silin, J. Moscow Phys. Soc. **4**, 311 (1994).
15. В. Н. Цытович, ЖЭТФ **40**, 1775 (1961).