Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 12, с. 923 – 926

Генерация звука двумерным газом непрямых дипольных экситонов

М. В. Боев[+], *В. М. Ковалев*[+*1)], *А. В. Чаплик*[+×]

[+]*Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия*

[×]*Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 26 октября 2015 г.

Рассмотрена задача о генерации звуковых волн газом двумерных непрямых дипольных экситонов при облучении электромагнитной волной. Генерация звуковой волны экситонным газом изучается в рамках метода деформационного потенциала. Показано, что звуковая волна, распространяющаяся в глубь изотропной подложки, в общем случае является суперпозицией продольной и поперечной волн. При больших частотах электромагнитного возмущения генерируемая звуковая волна почти полностью вырождается в поперечную. Вычислены амплитуды обеих волн. Определены их частотные зависимости при температурах как выше, так и ниже температуры конденсации экситонного газа.

DOI: 10.7868/S0370274X15240054

Изучение конденсации дипольных экситонов является одним из активных направлений исследований в наноструктурах с широкой одиночной либо двойной квантовыми ямами. При не слишком больших концентрациях частиц экситонный газ представляет собой слабо взаимодействующую систему, достаточно хорошо описываемую в рамках модели слабо неидеального бозе-газа. В рамках такого подхода был изучен ряд интересных эффектов в экситонном конденсате [1–6].

Генерация звуковых волн в твердых телах, обусловленная возбуждением электронных степеней свободы кристалла, неоднократно рассматривалась в литературе. В частности, в работах [7–9] изучался вопрос о генерации гиперзвука плазменными колебаниями двумерного и одномерного электронного газа под действием электромагнитного возмущения.

В настоящем сообщении мы рассмотрим вопрос о генерации звуковых волн экситонным газом под действием внешнего электромагнитного возмущения, промодулированного металлической дифракционной решеткой (grating structure), расположенной над 2D экситонным газом. Основным вопросом здесь является поведение амплитуды колебаний вектора смещения решетки при фазовом переходе экситонного газа в режим бозе-эйнштейновского конденсата. Помимо общефизического интереса, такая задача может иметь и практическое значение как метод экспериментального детектирования указанного перехода.

Изучаемая система схематически изображена на рис. 1. Монохроматическая электромагнитная вол-

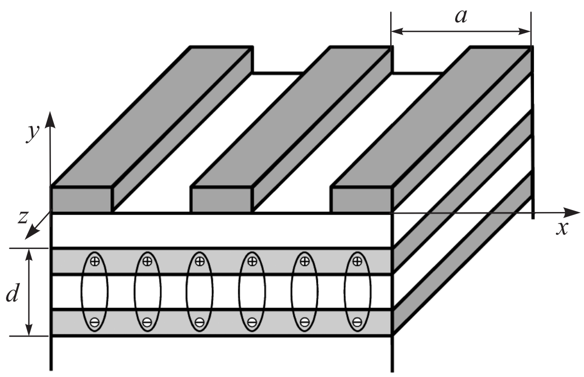

Рис. 1. Экситонный газ в двойной квантовой яме

на, падающая на структуру ортогонально, имеет вид $E_x(x,t) = E_x^0 e^{-iky-i\omega t}$. После прохождения металлической дифракционной решетки в прошедшей волне, кроме E_x-компоненты, появляется и компонента $E_y(x,t)$, направленная ортогонально поверхности 2D экситонного газа, которая возмущает последний. Прошедшее дифракционную решетку электромагнитное поле можно разложить на гармоники. Мы рассмотрим взаимодействие экситонов с одной гармоникой. Энергия взаимодействия дипольного момента экситона, расположенного в плоскости $y = 0$, с электромагнитным полем запишется в виде

$$W(x,t) = pE_y^0 e^{ik_a x - i\omega t}, \tag{1}$$

1) e-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

где $p = ed$ – абсолютное значение дипольного момента экситона, $k_a = 2\pi/a$ – волновой вектор, величина которого определяется периодом дифракционной решетки a. Под действием этого возмущения экситонная плотность N_0 приобретает неравновесную добавку $\delta N(\mathbf{k},\omega)$, величина которой в рамках подхода линейного отклика находится согласно выражению

$$\delta N(\mathbf{k},\omega) = S(\mathbf{k},\omega)W(\mathbf{k},\omega), \tag{2}$$

где $S(\mathbf{k},\omega)$ – функция линейного отклика экситонного газа, $W(\mathbf{k},\omega)$ – фурье-образ возмущения. Вследствие взаимодействия экситонов с кристаллической решеткой подложки колебания экситонной плотности генерируют звуковые колебания, распространяющиеся в глубь подложки. В рамках модели деформационного взаимодействия величину поверхностной плотности силы $\mathbf{f}(\mathbf{r},t)$, действующей со стороны экситонного газа на поверхность подложки $y = 0$, можно записать в виде [9]

$$\mathbf{f}(\mathbf{r},t) = \Lambda\nabla_{\mathbf{r}}\delta N(\mathbf{r},t), \tag{3}$$

где $\Lambda = \Lambda_e + \Lambda_h$ – постоянные деформационного потенциала электрона и дырки, которые мы для простоты будем считать скалярными величинами, не зависящими от квазиимпульсов носителей заряда. Вектор $\mathbf{r}$ является двумерным в плоскости $y = 0$.

Считая материал подложки изотропной средой, будем описывать звуковое поле, распространяющееся в глубь подложки, уравнением движения

$$\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2} = c_t^2\triangle\mathbf{u} + (c_l^2 - c_t^2)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{u}, \tag{4}$$

где $\mathbf{u}$ – вектор смещения среды, $c_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости продольной и поперечной волн, ρ – плотность среды, λ, μ – параметры Ламе. Вектор смещений $\mathbf{u}$ можно представить в виде суммы продольной и поперечной составляющих, $\mathbf{u} = \mathbf{u}_l + \mathbf{u}_t$, удовлетворяющих стандартным условиям:

$$\begin{cases} \mathrm{rot}\,\mathbf{u}_l = 0, \\ \mathrm{div}\,\mathbf{u}_t = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Общее решение уравнения (4) будем искать в виде плоской волны $\mathbf{u}(x,y) \sim e^{ikx - i\omega t}$. С учетом (5) при условии $\omega/c_{l,t} > k$ оно принимает вид

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kD_l e^{-i\chi_l y} + \chi_t D_t e^{-i\chi_t y} \\ -\chi_l D_l e^{-i\chi_l y} + kD_t e^{-i\chi_t y} \end{pmatrix} e^{ikx - i\omega t}, \tag{6}$$

где $\chi_{l,t} = \sqrt{\omega^2/c_{l,t}^2 - k^2}$, $\omega > c_l k > c_t k$. Это решение описывает звуковую двухпарциальную волну, распространяющуюся в глубь подложки. В случае $c_l k > \omega > c_t k$ излучается только поперечная волна, а при еще меньших частотах, $c_l k > c_t k > \omega$, обе волны затухают в глубь подложки и общее решение получается путем замены $\chi_{l,t} \to i\kappa_{l,t} = i\sqrt{k^2 - \omega^2/c_{l,t}^2}$.

Граничное условие на поверхности подложки позволяет выразить неизвестные коэффициенты $D_{l,t}$ через фурье-компоненты амплитуды колебаний возмущающей подложку силы $\mathbf{f}(\mathbf{k},\omega)$:

$$\sigma_{i,k}n_k = f_i, \tag{7}$$

где $\sigma_{i,k}$ – тензор напряжений, $\mathbf{f}(\mathbf{k},\omega) = (f(\mathbf{k},\omega), 0, 0)$, $\mathbf{n} = \{0,1,0\}$ – единичный вектор нормали к подложке. Учитывая стандартную связь тензоров напряжений и деформаций, получаем следующую систему граничных условий на поверхности изотропной подложки:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_x}{\partial y} + \dfrac{\partial u_y}{\partial x} = \dfrac{f}{\rho c_t^2}, \\ c_l^2\dfrac{\partial u_y}{\partial y} + (c_l^2 - 2c_t^2)\dfrac{\partial u_x}{\partial x} = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Эти соотношения позволяют найти неизвестные коэффициенты в решении (6). Тогда акустическая волна, распространяющаяся в глубь подложки (т.е. при условии $\omega/c_{l,t} > k$), запишется в виде (общий множитель $\exp(-i\omega t)$ опускаем)

$$\begin{aligned} u_x(x,y) &= [A_x^l(k,\omega)e^{-i\chi_l y} + A_x^t(k,\omega)e^{-i\chi_t y}]e^{ikx}, \\ u_y(x,y) &= [A_y^l(k,\omega)e^{-i\chi_l y} + A_y^t(k,\omega)e^{-i\chi_t y}]e^{ikx}, \end{aligned} \tag{9}$$

где амплитуды имеют вид

$$\begin{gathered} \begin{pmatrix} A_x^l(k,\omega) & A_x^t(k,\omega) \\ A_y^l(k,\omega) & A_y^t(k,\omega) \end{pmatrix} = \\ = \frac{if(\mathbf{k},\omega)}{\Delta(k,\omega)\varrho c_t^2}\begin{pmatrix} 2k^2\chi_t & \chi_t(\chi_t^2 - k^2) \\ -2k\chi_t\chi_l & k(\chi_t^2 - k^2) \end{pmatrix}, \\ \Delta(k,\omega) = 4k^2\chi_l\chi_t + (\chi_t^2 - k^2)^2. \end{gathered} \tag{10}$$

Поскольку фурье-образ силы связан с внешним возмущением соотношением $f(\mathbf{k},\omega) = ik\Lambda S(\mathbf{k},\omega)W(\mathbf{k},\omega)$ при $|\mathbf{k}| = k_a$, частотное поведение амплитуд генерируемого звука определяется поведением функции отклика $S(\mathbf{k},\omega)$ выше и ниже температуры конденсации экситонного газа. Рассмотрим обе эти ситуации по отдельности.

Высокие температуры. При температурах выше температуры конденсации экситонного газа T_c при учете взаимодействия экситонов друг с другом в рамках метода среднего поля функция отклика дается выражением

$$S(\mathbf{k},\omega) \equiv \frac{\Pi(\mathbf{k},\omega)}{1-g\Pi(\mathbf{k},\omega)}, \quad (11)$$

$$\Pi(\mathbf{k},\omega) = \sum_{\mathbf{p}} \frac{f_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - f_{\mathbf{p}}}{\omega + E_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - E_{\mathbf{p}} + i\delta}, \quad (12)$$

где $f_{\mathbf{p}} = [\exp(E_{\mathbf{p}}/T - \mu/T) - 1]^{-1}$ – распределение Бозе–Эйнштейна, $E_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2M$ – энергия (центра масс) экситона, $M = m_e + m_h$ – его масса. Постоянная $g \approx 2\pi e^2 d/\varepsilon$ описывает величину экситон-экситонного взаимодействия в контактном приближении. Интегрирование в общем виде в (12) затруднительно. Однако если волновой вектор возмущающего систему электромагнитного поля k_a удовлетворяет неравенству $k_a \ll Mv_T = M\sqrt{2T/M}$, то (12) можно упростить, считая, что $\mathbf{k} \ll \mathbf{p}$. Раскладывая все выражения по малому $\mathbf{k}$, получаем [10]

$$\mathrm{Re}\,\Pi(\mathbf{k},\omega) = \frac{M}{2\pi}\int_0^\infty dx \left[1 - \frac{|\eta|\theta(\eta^2 - x)}{\sqrt{\eta^2 - x}}\right] f'(x), \quad (13)$$
$$\mathrm{Im}\,\Pi(\mathbf{k},\omega) = \frac{M}{2\pi}\int_{\eta^2}^\infty dx \frac{\eta}{\sqrt{x-\eta^2}} f'(x),$$

где $f(x) = [\exp(x - \mu/T) - 1]^{-1}$, $\eta = \omega/v_T k$, а штрих означает дифференцирование по x.

Решение (9), описывающее излучаемые в подложку звуковые волны, ограничено неравенствами $\omega > c_l k$, $\omega > c_t k$, где $k = k_a$. В этой ситуации все четыре амплитуды в (10) одного порядка величины и излучаемая в объем подложки волна представляет собой линейную комбинацию поперечной и продольной волн. При больших частотах, $\omega \gg \max[c_{l,t}]k_a$, величина $\chi_{l,t} \approx \omega/c_{l,t} \gg k_a$ становится большой и, как видно из (10), амплитуда $A_x^t(k,\omega) \sim \chi_t^3$ оказывается значительно больше всех остальных, т.е. излучаемая волна становится почти полностью поперечной, распространяясь под малым углом $\alpha \approx k_a c_t/\omega \ll 1$ к нормали структуры. Подчеркнем здесь следующее обстоятельство. В рамках модели деформационного потенциала возможно взаимодействие экситонов лишь с продольными звуковыми колебаниями (взаимодействие $\sim \mathrm{div}\,\mathbf{u}$). Наличие поверхности и граничных условий на ней приводит одновременно и к генерации поперечной волны. При больших частотах, $\omega/c_{l,t} \gg k_a$, именно поперечная волна дает наибольший вклад в излучение звука, поскольку внешняя сила, действующая со стороны экситонного газа на поверхность подложки, имеет лишь x-компоненту (см. текст после выражения (7)). Рассмотрим эту ситуацию подробнее. При $\omega/c_{l,t} \gg k_a$ выражение для амплитуды $A_x^t(k,\omega)$ принимает вид

$$A_x^t(k_a,\omega) \approx -\Lambda \frac{k_a(pE_y^0)}{\omega\rho c_t} S(k_a,\omega). \quad (14)$$

Для определения $S(k_a,\omega)$ заметим, что выражение для поляризационного оператора содержит параметр скорости – характерную тепловую скорость экситонов $v_T = \sqrt{2T/M}$. Взяв для оценки значения $T = 10\,\mathrm{K}$, $M = 0.1m_0$, получаем $v_T \sim 5\cdot 10^6$ см/с. Поскольку характерные скорости $c_l \sim c_t \sim 5\cdot 10^5$ см/с, можно считать, что $v_T \gg c_{l,t}$. Учитывая это неравенство, получаем для $S(k_a,\omega)$ две типичные области частот: $v_T k_a \gg \omega \gg \max[c_{l,t}]k_a$ и $\omega \gg v_T k_a \gg \max[c_{l,t}]k_a$.

В первом случае в выражении для поляризационного оператора (13) можно положить $\omega = 0$. При этом мнимая часть поляризационного оператора обращается в нуль, а в реальной остается лишь первое слагаемое в квадратных скобках. Вычисляя оставшийся интеграл по x, получаем

$$S(k_a,0) = \frac{\mathrm{Re}\,\Pi(k_a,0)}{1 - g\mathrm{Re}\,\Pi(k_a,0)} = \quad (15)$$
$$= -\frac{M}{2\pi}\frac{1 - e^{2\pi N_0/MT}}{1 + \frac{2d}{a_B}\left(e^{2\pi N_0/MT} - 1\right)}.$$

Поскольку это выражение не зависит от частоты, из (14) имеем частотное поведение амплитуды: $A_x^t(k_a,\omega) \sim 1/\omega$.

В другой области частот, $\omega \gg v_T k_a$, раскладываем подынтегральные выражения в ряд по малому параметру $1/\eta$ и вычисляем получающиеся интегралы. В результате приходим к выражению

$$S(k_a,\omega) = \frac{N_0}{M}\frac{k_a^2}{\omega^2 - v^2 k_a^2 + i\omega^2\gamma(k_a,\omega)}, \quad (16)$$

где $v^2 = gN_0/M$ – фазовая скорость собственных мод колебаний плотности экситонного газа, а величина

$$\omega^2\gamma(k_a,\omega) = \frac{2\sqrt{\pi}d}{a_B}\left(1 - e^{-2\pi N_0/MT}\right) \times$$
$$\times e^{-(\omega/v_T k_a)^2}\frac{\omega^3}{v_T k_a} \quad (17)$$

определяет их затухание. Видно, что выражение (16) имеет резонансную структуру: если $v > c_t, c_l$, то при $\omega \approx vk_a$ амплитуда волны может значительно увеличиться по сравнению с выражением (15). Нетрудно заметить, что если $vk_a \gg \omega \gg c_{l,t}k_a$, то $A_x^t(k_a,\omega) \sim 1/\omega$, если же $\omega \gg vk_a$, то $A_x^t(k_a,\omega) \sim 1/\omega^3$.

Нулевая температура. При нулевой температуре экситонный газ находится в состоянии бозе-конденсата. Большинство экситонов занимает основное состояние с нулевым импульсом. При наличии экситон-экситонного взаимодействия имеются и надконденсатные экситоны с ненулевым импульсом. Функция отклика такой системы имеет два вклада: конденсатный и надконденсатный. Соответствующие вычисления функции $S(k,\omega)$ в рамках боголюбовской модели слабо неидеального газа были выполнены в наших работах [5, 10]. Приведем здесь их результат:

$$S(\mathbf{k},\omega) \equiv P^c(\mathbf{k},\omega) + P^n(\mathbf{k},\omega), \tag{18}$$

где первое слагаемое обусловлено вкладом конденсатных частиц:

$$P^c(\mathbf{k},\omega) = \frac{n_c k^2}{M}\left[\frac{1}{\omega^2 - s^2k^2} - i\pi\delta(\omega^2 - s^2k^2)\right], \tag{19}$$

а второе соответствует надконденсатным частицам:

$$P^n(\mathbf{k},\omega) = -\frac{g^2n_c^2}{4s^2}\left[\frac{\theta(s^2k^2-\omega^2)}{\sqrt{s^2k^2-\omega^2}} + i\frac{\theta(\omega^2-s^2k^2)}{\sqrt{\omega^2-s^2k^2}}\right]. \tag{20}$$

В этих выражениях n_c – плотность частиц в конденсате, $s^2 = gn_c/M$ – фазовая скорость боголюбовского звука. Как и выше, в зависимости от соотношения между величиной скорости s и скоростями звука c_l, c_t можно различать две ситуации. Будем по-прежнему полагать, что $\omega \gg c_{l,t}k_a$. Тогда выражение (14) снова имеет место и звуковая волна почти полностью поперечна. Если при этом $\omega \gg \max(s, c_{l,t})k_a$, то из (19) и (20) получаем

$$S(k_a,\omega) \approx \frac{n_c k_a^2}{M\omega^2} - i\frac{(Ms)^2}{4\omega}, \tag{21}$$

где первое слагаемое дает вклад конденсата, а второе – надконденсатных частиц. Из этого выражения видно, что при больших частотах вклад в амплитуду поперечных колебаний определяется надконденсатными частицами. В области малых частот, $sk_a \gg \omega \gg c_{l,t}k_a$, функция $S(k_a,\omega)$ не зависит от частоты и $A_x^t(k_a,\omega) \sim 1/\omega$ с иной величиной постоянного множителя, чем в случае высоких температур.

Расходимости в (19) и (20) в резонансе ($\omega = sk_a$) устраняются при учете затухания боголюбовского звука [11].

Итак, мы показали, что экситонный газ, выведенный из равновесия внешним электромагнитным возмущением, может излучать звуковые волны внутрь образца, на котором он находится, как при высоких температурах, так и в режиме бозе-конденсата. В рамках модели деформационного потенциала излучаемая волна, вообще говоря, является суперпозицией продольной и поперечной волн, при высоких частотах электромагнитного возмущения почти полностью вырождаясь в поперечную.

При переходе через точку конденсации амплитуда звуковой волны определяется функцией отклика (18), содержащей два слагаемых, отвечающих, соответственно, за вклады в процесс генерации конденсатных и надконденсатных экситонов. При высоких частотах основной вклад дают надконденсатные экситоны, меняя частотную зависимость амплитуды акустической волны с ω^{-2} при $T > T_c$ на ω^{-1} при нулевой температуре. Кроме того, комплексность функций отклика (16) и (18) означает появление в излучаемой звуковой волне фазы φ, величина которой определяется соотношением

$$\tan\varphi = \frac{\operatorname{Im} S(k_a,\omega)}{\operatorname{Re} S(k_a,\omega)}. \tag{22}$$

Несложный анализ показывает, что для больших частот, $\omega \gg \upsilon k_a$, при $T > T_c$ величина фазы пренебрежимо мала вследствие экспоненциальной малости величины $\gamma(k_a,\omega)$. Напротив, в режиме конденсата (при $\omega \gg sk_a$), используя (21), имеем

$$-\tan\varphi = \frac{(Ms)^3}{n_c k_a}\frac{\omega}{sk_a} \gg 1, \tag{23}$$

что означает $\varphi \to -\pi/2$.

Работа поддержана грантом РФФИ #14-02-00135, фондом “Династия” и программами РАН.

1. Ю. Е. Лозовик, М. В. Никитков, ЖЭТФ **111**, 1107 (1997).
2. Ю. Е. Лозовик, М. В. Никитков, ЖЭТФ **116**, 1440 (1999).
3. I. A. Shelykh, T. Taylor, and A. Kavokin, Phys. Rev. Lett. **105**, 140402 (2010).
4. F. P. Laussy, A. Kavokin, and I. A. Shelykh, Phys. Rev. Lett. **104**, 106402 (2010).
5. Э. Г. Батыев, В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **99**, 623 (2014).
6. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **101**, 194 (2015).
7. М. В. Крашенинников, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **76**, 1812 (1979).
8. М. В. Крашенинников, А. В. Чаплик, ФТТ **21**, 2502 (1979).
9. М. В. Крашенинников, М. Б. Султанов, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **77**, 1636 (1979).
10. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **196**, 865 (2012).
11. M. Chung and A. Bhattacherjee, New J. Phys. **11**, 123012 (2009).