Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 4, стр. 185 — 188 25 августа 1991 г.

НЕПЕРТУРБАТИВНЫЙ ИНФРАКРАСНЫЙ ПРЕДЕЛ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ТЕНЗОРА ГЛЮОНОВ ПРИ $T \neq 0$

О.К.Калашников

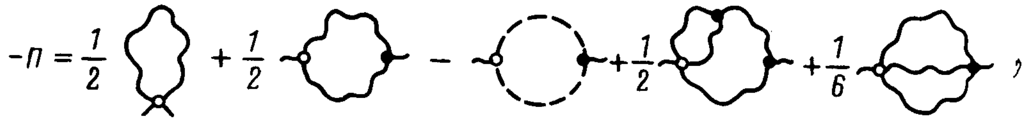
Физический институт им. П.Н.Лебедева АН СССР
117924, Москва

Поступила в редакцию 6 июня 1991 г.

В фейнмановской калибровке вычислен непертурбативный инфракрасный предел следа поперечных компонент поляризационного тензора глюонов при $T \neq 0$ в $SU(N)$-глюодинамике. Результатом вычисления является логарифмическая функция со степенны́м сомножителем, недопускающая разложения в ряд по g^2.

Проблема суммирования инфракрасно расходящихся диаграмм в глюодинамике (неабелевой $SU(3)$ теории Янга - Миллса) находится в последнее время под пристальным вниманием многих авторов и некоторые из этих работ [1-3] особенно важны и актуальны. Задача состоит в том, чтобы создать надежный метод исследования непертурбативных свойств функций Грина (или других объектов калибровочной теории), в частности, в инфракрасной области импульсов, где уже существующие результаты (полученные, в основном, путем суммирования бесконечных рядов теории возмущений) могли бы стать важными ориентирами в его реализации. Первоочередным объектом этих исследований является поляризационный тензор глюонов, инфракрасное поведение которого (найденное на однопетлевом уровне [1,4]) имеет аномальные свойства и ведет к ложному инфракрасному полюсу всех функций Грина, определяющих $SU(N)$-глюодинамику. Однако в инфракрасной области импульсов (где константа связи эффективного взаимодействия весьма велика) однопетлевые вычисления (хотя и сигнализируют о нестандратных свойствах теории) не являются исчерпывающими и надежными. Уже сегодня установлено (см., например, [5]), что учет двухпетлевых поправок качественно меняет (со степенно́го на логарифмический) инфракрасную асимптотику обратного глюонного пропагатора и по-видимому, логарифмическое поведение (см., также [1]) является более адекватным существу дела. Во всяком случае, выполненное в данной работе суммирование главных логарифмических вкладов инфракрасно расходящихся диаграмм подтверждает это предположение. В результате найдено непертурбативное (т.е. неразложимое в ряд по константе связи g) замкнутое выражение для инфракрасной асимптотики поляризационного тензора глюонов, представленное логарифмической функцией со степенны́м сомножителем.

Поляризационный тензор глюонов в релятивистских α-калибровках определяется совокупностью пяти непертурбативных графов



(1)

где волнистые линии представляют точный пропагатор глюонов, прямые линии - пропагатор духовых полей, жирные точки - точные вершинные функции $SU(N)$-глюодинамики. Итерации диаграммного ряда (1), за исключением однопетлевой итерации

$$\Pi_{ij}^{(1)}(k_4 = 0; |\vec{k}|) = -\left(\delta_{ij} - \frac{\vec{k}_i \vec{k}_j}{\vec{k}^2}\right) \frac{g^2 N T |\vec{k}|}{64} (\alpha^2 + 2\alpha + 9), \tag{2}$$

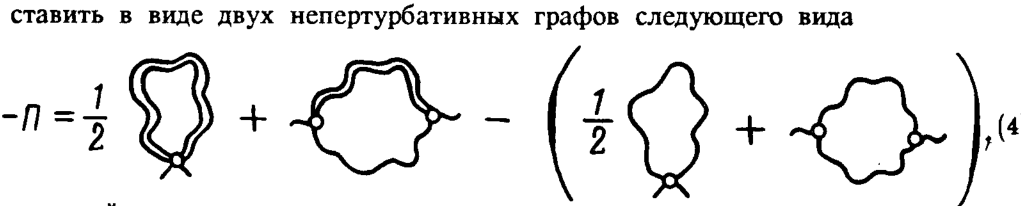
являются инфракрасно расходящимися рядами, причем (и это более важно) меняется при учете высших петель аналитический вид однопетлевого результата. Например, двухпетлевой диаграммный ряд расходится логарифмически

$$\Pi_{ii}^{(2)}(k_4 = 0; |\vec{k}|) = -\frac{g^4 N^2 T^2}{(2\pi)^3} \frac{\pi}{2} \ln\left(\frac{\vec{k}^2}{\mu^2}\right) \tag{3}$$

и необходимо дополнительное введение параметра инфракрасного обрезания μ (порядка $g^2 T$), чтобы сохранить осмысленность пертурбативных вычислений (см., работу [5]).

Было также установлено (в работе [5]), что не все двухпетлевые графы ряда (1) дают вклад в ведущую инфракрасную асимптотику $\Pi_{ij}(k_4 = 0, |\vec{k}|)$ и целую совокупность пертурбативных диаграмм (несущественную с этой точки зрения) можно опустить. В частности, выражение (2) является результатом вычислений только ограниченного подкласса двухпетлевых графов, возникших от итерации глюонных линий непертурбативных однопетлевых диаграмм (первых двух) ряда (1), где все вершинные функции считаются затравочными. Этот факт (т.е. возможность не учитывать при непертурбативном вычислении ведущей инфракрасной асимптотики Π_{ij} совокупность наиболее трудоемких вершинных диаграмм) открывает перспективу просуммировать упрощенный ряд кольцевых диаграмм, и тем самым выяснить "истинное" инфракрасное поведение $\Pi_{ij}(k_4 = 0, |\vec{k}| \to 0)$, а также избавиться от феноменологического параметра в выражении (3) и расширить область его применимости.

Последовательность диаграмм подлежащих суммированию удобно представить в виде двух непертурбативных графов следующего вида



(4)

где двойные линии являются "точными" глюонными пропагаторами, а коэффициенты ряда (4) подобраны так, чтобы правильно перевоспроизвести результаты двухпетлевого счета (3). Нами вычисляется (в главном инфракрасном приближении и ограничившись феймановской калибровкой, где $\alpha = 1$)

функция $\Pi_{ii}(k_4 = 0; |\vec{k}|) = 2A(\vec{k})$, причем на первом этапе вычислений вид глюонного пропагатора не специализируется

$$D_{44}(\vec{k}) = [\vec{k}^2 + \Pi_{44}(\vec{k})]^{-1},$$

$$D_{ij}(\vec{k}) = \frac{1}{\vec{k}^2 + A(\vec{k})}\left(\delta_{ij} - \frac{\vec{k}_i\vec{k}_j}{\vec{k}^2}\right) + \frac{\alpha}{\vec{k}^2}\frac{\vec{k}_i\vec{k}_j}{\vec{k}^2}. \qquad (5)$$

С учетом (5) и обычных выражений для затравочных вершинных функций (см., например, [6]) диаграммы ряда (4) обрабатываются стандартными методами (с использованием несложной алгебры и заменив все суммы одним членом с $k_4 = 0$). Результат вычислений для функции $A(\bar{q})$ приобретает вид интегрального уравнения

$$A(\vec{q}) = -\frac{g^2N}{2\beta}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\left[\frac{4A(\vec{p})}{\vec{p}^2 + A(\vec{p})} + \frac{3\Pi_{44}(\vec{p})}{\vec{p}^2 + \Pi_{44}(\vec{p})}\right]\frac{\vec{p}^2 + 2\overline{\vec{p}\vec{q}} + \vec{q}^2}{\vec{p}^2(\vec{p}+\vec{q})^2} +$$

$$+\frac{g^2N}{2\beta}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\vec{p}^2(\vec{p}+\vec{q})^2}\left[\frac{2\vec{p}+\vec{q})^2\Pi_{44}(\vec{p})}{\vec{p}^2 + \Pi_{44}(\vec{p})} + \right.$$

$$\left. +(5\vec{p}^2 + 2\vec{p}\vec{q} + 2\vec{q}^2)\frac{2A(\vec{p})}{\vec{p}^2 + A(\vec{p})} + 6\left(\vec{q}^2 - \frac{(\vec{q}\vec{p})^2}{\vec{p}^2}\right)\frac{A(\vec{p})}{\vec{p}^2 + A(\vec{p})}\right], \qquad (6)$$

которое нами специально (для идентификации дальнейших приближений) записано подиаграммно и без упрощений. Вне теории возмущений уравнение (6) определено хорошо сходящимися интегралами стандартного вида, но инфракрасные расходимости (обнаруженные в двухпетлевом приближении) возникают при формальном разложении (6) в ряд по g^2, что для "точных" интегралов недопустимо.

При непертурбативном решении уравнения (6) мы используем для функции $A(\vec{p})$ и $\Pi_{44}(\vec{p})$ их однопетлевые значения

$$A(\vec{p}) = -\frac{3g^2N|\vec{p}|}{16\beta};\quad \Pi_{44}(\vec{p}) = \frac{g^2N}{3\beta^2} - \frac{g^2N|\vec{p}|}{4\beta}, \qquad (7)$$

и точно (без разложения в ряд по g^2) вычисляем соответствующие интегралы. Однако (ввиду того, что поведение функций $A(\vec{p})$ и $\Pi_{44}(\vec{p})$ качественно разное) не все члены уравнения (6) одинаково важны при вычислении ведущей инфракрасной асимптотики $A(\vec{q})$. В частности, все интегралы в (6) содержащие функцию $\Pi_{44}(\vec{p})$ могут быть опущены, а также нами не рассматриваются подчеркнутые в (6) члены, как воспроизводящие "неведущую" асимптотику функции $A(\vec{q})$. Все другие слагаемые в (6) вычислялись с помощью вспомогательного интеграла, который при $|\vec{q}| \to 0$ аппроксимируется выражением следующего вида

$$\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{\vec{p}_i\vec{p}_j}{(\vec{p}+\vec{q})^2(|\vec{p}| - a)\vec{p}^4} = -\frac{\vec{q}_i\vec{q}_j}{32a|\vec{q}|^3} + \delta_{ij}\left[\frac{1}{6\pi^2a^2}\ln\left|\frac{\vec{q}}{a}\right| - \frac{1}{32a|\vec{q}|}\right], \qquad (8)$$

причем в (8) представлены только (наиболее существенные) сингулярные по $|\vec{q}|$ члены. Часть из этих членов исправляет однопетлевую асимптотику $A(\bar{q})$, но более важна в (8) логарифмическая функция, определяющая поведение $A(\bar{q})$ в инфракрасной области импульсов

$$A(\bar{q}) = -\frac{16}{3\pi^2}\vec{q}^{\,2} \ln\left|\frac{\vec{q}}{a}\right|. \tag{9}$$

В (9) параметр $a(= 3g^2N/16\beta)$ играет роль магнитной массы глюона и представленное нами выражение (в отличие от двухпетлевого результата [5]) справедливо при $|\vec{q}| \lesssim a$.

Сравнивая результат непертурбативного счета (9) с пертурбативным выражением (3), отметим две качественные особенности: во-первых, хотя логарифмическое поведение инфракрасного предела $\Pi_{ij}(k_4 = 0; |\vec{k}| \to 0)$ и перевоспроизводится, но функция стала более сложной со степенным сомножителем; во-вторых, определился параметр инфракрасного обрезания (параметр a в (9)) и область применимости непертурбативного выражения другая чем в (3), в частности распространяется на малые $|\vec{q}| \lesssim a$). В некотором смысле выражение (3) (справедливое при $|\vec{q}| \gtrsim \mu$) и (9) дополняют друг друга, но "истинное" инфракрасное поведение поляризационного тензора, вероятно, определяется еще более сложным непертурбативным выражением, которое конечно в ряд по g^2 не разлагается), но перевоспроизводит (9) вблизи $|\vec{q}| < a$. Например, можно ожидать, что обратный глюонный пропагатор в инфракрасной области импульсов имеет неканоническое поведение

$$D^{-1}(q_4 = 0; |\vec{q}| \to 0) \sim \vec{q}^{\,2} \exp\left[-\gamma \ln\left|\frac{\vec{q}}{a}\right|\right] = \vec{q}^{\,2}\left|\frac{\vec{q}}{a}\right|^{-\gamma}, \tag{10}$$

а члены пропорциональные $|\vec{q}|$ также суммируются в более сложную фукцию. В целом тенденция такова, что однопетлевые вычисления не исчерпывают существа дела и ложный инфракрасный полюс, по-видимому, является не дефектом теории, а результатом некорректности простейшего приближения. В (10) $\gamma = 16/3\pi^2$.

1. Jackiw R., Templeton S. Phys. Rev. D, 1981, 23, 2291.
2. Braaten E., Pisarski R. Phys. Rev. Lett., 1990, 64, 1338; Nucl. Phus. B, 1990, 337, 569; 1990, 3[illegible], 310.
3. Kobes R., Kunstaller G., Rebhan A. Preprint CERN-TH. 5937/90.
4. Калашников О.В., Климов В.В. ЯФ, 1981, 33, 848.
5. Калашников О.К., Скалозуб В.В., Чуб И.В. ЯФ, 1991 (в печати).
6. Kalashnikov O.K. Fortschr. Phys., 1984, 32, 525.