Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 4, стр. 205 — 207 25 августа 1991 г.

КОНЕЧНОСТЬ $2d$ ИНДУЦИРОВАННОЙ ГРАВИТАЦИИ ПО ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

С.Д.Одинцов, И.Л.Шапиро

Томский государственный педагогический институт им.Ленинского комсомола 634041, Томск

Поступила в редакцию 25 июня 1991 г.

Исследована структура расходимостей локальной $2d$ индуцированной гравитации в общековариантной линейной калибровке достаточно общего вида. Показано, что для частного выбора такой калибровки эффективное действие конечно, что полностью согласуется с тем, что в калибровке светового конуса теория точно решаема.

В недавних работах [1] была открыта $SL(2,R)$ Каца - Муди симметрия в $2d$ индуцированной гравитации в калибровке светового конуса. Теория была точно решена на основе этой симметрии, что можно сформулировать в виде следующего утверждения: эффективное действие теории конечно и имеет ту же форму, что и классическое действие за исключением конечной перенормировки константы связи и гравитационного поля $g_{\mu\nu}$ (используется нелокальная модель [1])

$$\Gamma = \frac{\gamma}{96\pi}\int R\Box^{-1}R, \quad g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + Zh_{\mu\nu}, \tag{1}$$

$$Z = 1 + \frac{12}{\gamma}, \quad \gamma = \frac{1}{2}[c - 37 \pm \sqrt{(c-25)(c-1)}],$$

исходная константа связи $\frac{a}{16\pi} \equiv \frac{c}{96\pi}$, c - центральный заряд. Тот же результат (1) был получен и в конформной калибровке [2], где реализуется алгебра Вирасоро в качестве симметрии. Поскольку результаты [1,2] являются непертурбативными и были получены в нековариантных калибровках, чрезвычайно важно осознать, как проявляется результат (1) в обычном пертурбативном подходе и в какой степени он зависит от выбора калибровки [3].

Мы будем исходить из локальной модели индуцированной гравитации (которая рассматривалась в [2])

$$S = \int d^2x\sqrt{g}\left\{\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi + c_1\phi R\right\}. \tag{2}$$

При выборе $c_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{a-1/6}{2\pi}\right)^{1/2}$ теория эквивалентна нелокальной модели [3]. На наш взгляд, локальная форма (2) более удобна для исследования по теории возмущений, поскольку при этом можно использовать стандартный аппарат локальной квантовой теории поля.

Поскольку $[\phi] = 0$, то несмотря на перенормируемость по индексу теории (2), она не является априори мультипликативно-перенормируемой. Действительно, соображения размерности и ковариантности показывают, что возникают контрчлены σ - модельного типа

$$\Delta S = \int d^2x\sqrt{g}\{\frac{1}{2}g^{\mu\nu}Z_1(\phi)\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi + c_1 Z_2(\phi)R\phi\}. \tag{3}$$

Как будет показано ниже, они отсутствуют при специальном выборе калибровки.

При вычислении контрчленов мы будем использовать метод фонового поля и стандартный алгоритм выделения расходимостей. В соответствии с методом фонового поля $g_{\mu\nu} \to g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\phi \to \phi + \varphi$, где $h_{\mu\nu}$, φ - квантовые поля.

Действие, фиксирующее общекоординатную инвариантность выберем в форме

$$S_{GF} = -\frac{c_1}{2\alpha}\int d^2x\sqrt{g}\chi_\mu \phi \chi^\mu, \tag{4}$$

где линейная калибровка χ_μ есть

$$\chi_\mu = \nabla_\lambda h^\lambda_\nu - \frac{1}{2}\beta \nabla_\mu h - \frac{\gamma}{\phi}\nabla_\mu \varphi + \varphi X_\mu(\phi) + h_{\rho\sigma}Y^{\rho\sigma}_\mu, \tag{5}$$

α, β, γ - параметры калибровки, фоновые размерности функций X_μ, $Y^{\rho\sigma}_\mu$ равны единице, т.е.

$$X_\mu = X(\phi)\partial_\mu \phi,$$

$$Y^{\rho\sigma}_\mu(\phi) = Y_1(\phi)(\delta^\rho_\mu \nabla^\sigma + \delta^\sigma_\mu \nabla^\rho)\phi + Y_2(\phi)g^{\rho\sigma}\partial_\mu\phi, \tag{6}$$

$X(\phi)$, $Y_{1,2}(\phi)$ - безразмерные произвольные функции ϕ.

При $\alpha = \beta = 1$, $X = Y = 0$ однопетлевые контрчлены в теории (2) были найдены в [3] (подробное рассмотрение для нелокальной модели проделано в [4]), причем [3]

$$Z_1(\phi) = \frac{1}{\epsilon}\left(\frac{3}{c_1\phi} - \frac{1}{\phi^2}\right), \quad Z_2 = \frac{2}{\epsilon c_1^2}. \tag{7}$$

Данные контрчлены устраняются локальной неполиномиальной перепараметризацией поля $g_{\mu\nu}$ и мультипликативной перенормировкой параметра c_1 (или поля ϕ, вследствие чего β-функция β_{c_1} оказывается произвольной) [3].

Пусть теперь в калибровочном условии $X(\phi) \neq 0$, $\alpha = \gamma$, $\beta = 1$, $Y_{1,2}(\phi) = 0$. В этом случае квадратичная часть действия (2) с учетом (4) может быть представлена в форме ($h_{\mu\nu}$ разбито на бесследовую часть $\bar{h}_{\mu\nu}$ и след h)

$$\hat{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} c_1\phi & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \hat{H} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{c_1\alpha}{\phi} & -\frac{2}{c_1} \\ 0 & -\frac{2}{c_1} & 0 \end{pmatrix}^{-1} (\hat{K}^{\mu\nu}\nabla_\mu \nabla_\nu)^{-1}, \tag{8}$$

где $\hat{K}^{\mu\nu} \equiv \hat{K}^{\mu\nu}(g_{\alpha\beta})$, а оператор $\hat{H}$ имеет следующую структуру

$$\hat{H} = \hat{1}\Box^2 + \hat{\Omega}^{\mu\nu\lambda}\nabla_\mu\nabla_\nu\nabla_\lambda + \hat{V}^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu + \hat{N}^\mu\nabla_\mu + \hat{U}. \tag{9}$$

Из четырех сомножителей (8) только оператор $\hat{H}$ может дать вклад в расходимости выражения $\mathrm{Tr}\ln\hat{\mathcal{H}}$ (возможный вклад от $\hat{K}^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu$ пропорционален числу Эйлера).

Стандартным образом, можно получить однопетлевые контрчлены в размерной регуляризации

$$\Delta S = \frac{1}{\epsilon}\int d^2x\sqrt{g}\,\mathrm{tr}\left\{-\frac{3}{32}\hat{\Omega}^{\mu\nu}_\nu\hat{\Omega}^\lambda_{\mu\lambda} - \frac{1}{16}\hat{\Omega}_{\mu\nu\lambda}\hat{\Omega}^{\mu\nu\lambda} + \frac{1}{2}\hat{V}^\mu_\mu\right\} + \Delta S_{ghost}. \tag{10}$$

Анализ выражения (10) и ΔS_{ghost}, которое мы не выписываем, показывает[1]), что возникающие контрчлены имеют структуру (3), причем Z_2 от ϕ не зависит, а Z_1 есть линейная комбинация калибровочной функции $X(\phi)$. Тогда, специальным образом выбирая $X(\phi)$ и α легко показать, что однопетлевые контрчлены зануляются.

С помощью обычной рекуррентной процедуры (разлагая $X(\phi)$ в ряд по параметру числа петель) можно показать, что и в высших порядках контрчлены устраняются с помощью калибровочного условия (4). Если в высших порядках появляется зависимость Z_2 от ϕ, то можно привести аргументы, что подбирая функции $Y_{1,2}(\phi)$, эту зависимость удается устранить.

Итак, мы привели аргументы в пользу того, что существует ковариантная калибровка, в которой эффективное действие и S-матрица конечны, что полностью согласуется с [1,2]. К сожалению, в данном подходе мы не воспроизводим константы конечной перенормировки эффективного действия, так как мы следили только за расходимостями.

Поскольку существует выделенная калибровка типа (4), в которой эффективное действие конечно, то естественно предположить, что существует и некоторая новая симметрия действия (2), типа $SL(2, R)$-токовой алгебры. Было бы интересно найти эту симметрию явно.

Результат (1) оказывается справедливым и для двумерных супергравитаций в калибровке светового конуса [5]. Тогда, очевидно, для $2d$ супергравитации также возможно построить калибровку типа (4), в которой S-матрица и эффективное действие конечны.

Мы чрезвычайно признательны Бухбиндеру И.Л., Воронову Б.Л. и Тютину И.В. за полезные обсуждения результатов.

1. Polyakov A.M. Mod. Phys. Lett., 1987, A2, 893; V.G.Knizhnik, A.M. Polyakov, A.B.Zamolodchikov. Mod. Phys. Lett., 1988, A3, 819.
2. Distler J., Kawai H. Nucl. Phys., 1989, B322, 509.
3. Odintsov S.D., Shapiro I.L. Class. Quant. Grav., 1991, N3; ЯФ, 1991, N8; Phys. Lett. B, in press.
4. Ichinose S. Preprint KEK-TH-248, 1990.
5. Polyakov A.M., Zamolodchikov A.B. Mod. Phys. Lett., 1988, A3, 1213.

1)Детали приведенных ниже чрезвычайно громоздких расчетов, требующих привлечения ЭВМ, будут опубликованы в отдельной работе.