Письма в ЖЭТФ, том 103, вып. 7, с. 557 – 560 

# Изотермический разлет в вакуум сферического слоя шара с заданной поверхностной плотностью

*С. Ю. Гуськов*[1)]

*Физический институт им. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия*

*Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", 115409 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 2 февраля 2016 г.

Получено аналитическое решение для сферического изотермического разлета в вакуум внешнего слоя шара, масса которого увеличивается при неизменной поверхностной плотности нагретого слоя, остающейся равной произведению начальных значений глубины прогрева и плотности слоя в течение всего времени разлета. Оно отличается от известного решения для изотермического сферического разлета заданной массы вещества более медленным законом уменьшения со временем плотности и, как следствие, давления разлетающегося вещества. В частности, оно описывает разлет приграничного слоя шара, нагреваемого потоком быстрых электронов, применительно к задаче о зажигании мишени инерциального термоядерного синтеза ударной волной, инициируемой в результате нагрева мишени потоком лазерно-ускоренных быстрых электронов (*shock ignition*).

DOI: 10.7868/S0370274X16070134

**1.** В изотермическом приближении исследуется сферический разлет в вакуум внешнего слоя шара произвольного радиуса при постоянной, не меняющейся со временем поверхностной плотности слоя, нагреваемого при постоянной мощности источника энергии. Условие постоянства поверхностной плотности нагретого слоя означает увеличение со временем массы вещества, вовлеченной в сферический разлет. Это является главным отличием данной постановки задачи от известного решения [1] об изотермическом сферическом разлете заданной массы вещества. Такая постановка задачи отвечает, в частности, разлету приграничного слоя шара, нагреваемого потоком высокоэнергетичных заряженных частиц, скорость которых в течение всего времени нагрева превышает скорость электронов нагреваемого вещества. В этом случае массовый пробег греющих частиц не зависит от температуры нагреваемого вещества и определяется только их начальной энергией. Решение задачи о разлете слоя шара с заданной поверхностной плотностью изложено во втором пункте работы.

Практическое использование полученного решения относится к двум задачам инерциального термоядерного синтеза (ИТС): 1) зажиганию предварительно сжатой мишени ИТС ударной волной, генерацию которой должен обеспечить нагрев мишени потоком быстрых электронов, ускоряемых в поле лазерного излучения (*shock ignition*) [2, 3]; 2) сжатию сферической мишени тяжелоионного синтеза (см., например, [4]) при ее облучении потоком высокоэнергетичных ионов. Третий пункт работы посвящен практическому приложению полученного решения к первой из указанных выше задач как относящейся к одному из наиболее перспективных методов термоядерного зажигания в концепции ИТС. В аналитической форме получен временной закон изменения давления ударной волны в течение всего процесса нагрева сферической мишени потоком лазерно-ускоренных быстрых электронов (на стадиях плоского и сферического разлета нагреваемого слоя). Ранее обоснование возможности генерации зажигающей ударной волны при нагреве мишени быстрыми электронами было получено в приближении плоского разлета [5–7].

**2.** Будем полагать, что внешний сферический слой однородного шара, заполненного несжимаемым веществом с начальной плотностью $\rho_0$ и имеющего в начальный момент радиус $R_0$, нагревается внешним источником энергии с постоянной мощностью $W$. Нагрев происходит таким образом, что поверхностная плотность нагретого слоя $\mu$ остается постоянной, равной произведению начальной глубины нагрева $\Delta_0$ и начальной плотности вещества шара $\rho_0$: $\mu = \Delta_0\rho_0$. Для описания полной временной эволюции разлета, включающей переход от плоского движения к сферическому, будем полагать, что начальная толщина нагретого слоя много меньше начального радиуса шара: $\Delta_0 \equiv \mu/\rho_0 \ll R_0$.

[1)] e-mail: guskov@sci.lebedev.ru

Рассмотрим масштабные соотношения для временных зависимостей температуры, плотности и давления при изотермическом разлете сферического слоя, масса которого $m$ регулируется условием постоянного значения его поверхностной плотности:

$$\xi\rho = \mu \equiv \text{const}. \tag{1}$$

Здесь $\rho$ – текущее значение средней плотности разлетающегося сферического слоя, $\xi$ – радиус фронта области разлета:

$$\xi = \left(\frac{\beta_s W}{m}\right)^{1/2} t^{3/2}, \tag{2}$$

$\beta_s$ – доля тепловой составляющей этой энергии.

Полагая при больших значениях радиуса $m = 4\pi\mu\xi^2/3$ и используя (2), имеем

$$\xi = \left(\frac{3\beta_s W}{4\pi\mu}\right)^{1/4} t^{3/4}, \tag{3}$$

$$m = \left(\frac{4\pi\beta_s W}{3}\right)^{1/2} \mu^{1/2} t^{3/2}. \tag{4}$$

Тогда согласно (1), (3) и (4) для плотности, температуры и давления разлетающегося вещества получаем

$$\rho \equiv \frac{\mu}{\xi} = \left(\frac{4\pi}{3\beta_s W}\right)^{1/4} \frac{\mu^{5/4}}{t^{3/4}}, \tag{5}$$

$$T \equiv \frac{1}{C_V}\frac{\beta_s W t}{m} = \left(\frac{3\beta_s W}{4\pi C_V^2 \mu t}\right)^{1/2}, \tag{6}$$

$$P = (\gamma - 1)\left(\frac{3\beta_s W}{4\pi}\right)^{1/4} \frac{\mu^{3/4}}{t^{5/4}}, \tag{7}$$

где $C_V$ – удельная теплоемкость.

Соотношения (5)–(7) справедливы в интервале времени $t_s \le t \le t_m$, верхний предел которого определяется из условия равенства нагреваемой массы вещества полной массе шара, а нижний отвечает переходу от плоского разлета слоя к сферическому. Для верхнего предела с учетом (4) легко получить

$$t_m = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \frac{R_0^2 \rho_0^{2/3}}{(\beta_s W)^{1/3} \mu^{1/3}}. \tag{8}$$

Нижний предел $t_s$ определяется из условия сшивки решения (5)–(7) с решением для плоского разлета слоя, полученным в [5], которое представляет собой суперпозицию решения для случая изотермической волны разгрузки слоя заданной толщины на начальной стадии процесса и автомодельного решения [1] для плоского изотермического разлета заданной массы вещества, в этом случае равной поверхностной плотности. Решение [5] имеет вид

$$\rho = \rho_0 \times \begin{cases} 1, & 0 \le \tau \le 1, \\ \tau^{-3/2}, & 1 \le \tau \le \tau_s, \end{cases} \tag{9}$$

$$T = T_h \tau, \quad 0 \le \tau \le \tau_s, \tag{10}$$

$$P = P_h \times \begin{cases} \tau, & 0 \le \tau \le 1, \\ \tau^{-1/2}, & 1 \le \tau \le \tau_s. \end{cases} \tag{11}$$

Здесь $\tau = t/t_h$, $\tau_s = t_s/t_h$, $t_h$ – время абляционного нагружения, которое представляет собой время прохождения волной разгрузки слоя с толщиной, равной начальной глубине прогрева $\Delta_0$, после чего начинается плоский разлет нагреваемого слоя:

$$t_h = \frac{(4\pi)^{1/3} R_0^{2/3} \mu}{(\beta_p W)^{1/3} \rho_0^{2/3}}, \tag{12}$$

$T_h$ и $P_h$ – значения температуры и давления в момент времени $t_h$:

$$T_h = \left(\frac{\beta_p W}{4\pi C_V^{3/2} R_0^2 \rho_0}\right)^{2/3} \tag{13}$$

$$P_h = (\gamma - 1)\rho_0^{1/3}\left(\frac{\beta_p W}{4\pi R_0^2}\right)^{2/3}, \tag{14}$$

$\beta_p$ – доля тепловой составляющей энергии при плоском разлете.

Сшивка решений (5)–(7) и (9)–(11) дает для нижнего предела

$$t_s = \left(\frac{\beta_s}{\beta_p}\right)^{1/3} \left(\frac{R_0}{\Delta_0}\right)^{2/3} t_h. \tag{15}$$

В свою очередь, верхний предел $t_m$ согласно (8) и (12) выражается через время абляционного нагружения $t_h$ как

$$t_m = \frac{1}{3^{1/3}} \left(\frac{\beta_p}{\beta_s}\right)^{1/3} \left(\frac{R_0}{\Delta_0}\right)^{4/3} t_h. \tag{16}$$

Однородное по радиусу распределение плотности, которому отвечают соотношения (5)–(7), представляет собой адекватное приближение для задачи об изотермическом разлете. Об этом свидетельствует автомодельное решение [1], которое, как известно, дает для плотности гауссово распределение при всех трех геометриях разлета: плоской, цилиндрической и сферической. Расчет кинетической энергии в приближении однородного распределения плотности и линейного роста скорости движения вещества с радиусом, также характерного для изотермического разлета [1], при скорости на фронте, равной асимптотическому значению $u_{\max} = 2/(\gamma - 1)$, в случаях плоской и сферической геометрий разлета дает значения

$$\beta_p = \frac{3(\gamma-1)}{3\gamma-1},\ \beta_s = \frac{5(\gamma-1)}{5\gamma+1},\ \frac{\beta_p}{\beta_s} = \frac{3(5\gamma+1)}{5(3\gamma-1)}, \quad (17)$$

которые для $\gamma = 5/3$ равны, соответственно, 0.5, 0.36 и 1.4.

Согласно (15) длительность стадии плоского разлета будет тем больше, чем больше отношение $R_0/\Delta_0$. С другой стороны, сферический разлет мишени с заданной поверхностной плотностью будет иметь место только при условии $t_m > t_s$, которое согласно (15) и (16) выполняется при

$$R_0 > 3^{1/2}\left(\frac{\beta_s}{\beta_p}\right)\Delta_0,$$

что с учетом (17) при $\gamma = 5/3$ означает $R_0 > 1.2\Delta_0$.

На временном интервале, границы которого определяются выражениями (15) и (16), решение (5)–(7) для сферического разлета в безразмерной форме есть

$$\rho = \rho_0(\tau_s\tau)^{-3/4}, \quad \tau_s \le \tau \le \tau_m, \quad (18)$$

$$T = T_h\tau_s^{3/2}\tau^{-1/2}, \quad \tau_s \le \tau \le \tau_m, \quad (19)$$

$$P = P_h\tau_s^{3/4}\tau^{-5/4}, \quad \tau_s \le \tau \le \tau_m, \quad (20)$$

где $\tau = t_m/t_h$. Вместе с решением (9)–(11) оно описывает полную временную эволюцию разлета внешнего слоя шара с заданной, не меняющейся со временем поверхностной плотностью.

Проведем сравнение временных законов изменения термодинамических параметров вещества, соответствующих изотермическому сферическому разлету вещества с постоянной поверхностной плотностью и постоянной массой. Временные масштабы автомодельного решения, описывающего изотермический сферический разлет постоянной массы вещества, имеют вид [1]

$$T \propto \frac{W}{m}t,\ \rho \propto \frac{m}{\xi^3} = \frac{m^{5/2}}{W^{3/2}t^{9/2}},$$

$$P \propto \frac{Wt}{\xi^3} = \frac{m^{3/2}}{W^{1/2}t^{7/2}};\ m = \text{const}.$$

При разлете массы вещества, значение которой регулируется неизменной поверхностной плотностью, массовая плотность разлетающегося вещества падает со временем значительно медленнее (по закону $\rho \propto t^{-3/4}$; см. (5) или (18)), чем в случае разлета с постоянной массой, когда плотность падает как $\rho \propto t^{-9/2}$. Температура разлетающегося вещества при сохранении поверхностной плотности падает со временем по закону $T \propto t^{-1/2}$ (см. (6) или (19)), в то время как при постоянной массе нагреваемого вещества она линейно растет со временем. В итоге сферический разлет внешнего слоя шара с заданной поверхностной плотностью отвечает значительно более медленному уменьшению давления со временем (по закону $P \propto t^{-5/4}$ (см. (7) или (20)), чем разлет заданной массы вещества, когда давление падает как $P \propto t^{-7/2}$.

**3.** Зажигание предварительно сжатой мишени ИТС ударной волной предполагает использование лазерного импульса, состоящего из двух частей. Первая, протяженная во времени часть предназначается для предварительного сжатия мишени, а вторая, более короткая и значительно более мощная – для генерации зажигающей ударной волны. На стадии зажигания интенсивность излучения на поверхности предварительно сжатой мишени должна составлять не менее 10 ПВт/см$^2$. Сценарий зажигания предполагает, что при таких условиях облучения значительная часть лазерной энергии трансформируется в энергию быстрых электронов, которые вносят доминирующий вклад в абляционное давление, обеспечивающее генерацию зажигающей ударной волны. В работе [8] на основании результатов многих численных расчетов суммированы требования к реализации зажигания ударной волной мишени в виде оболочки из DT-льда, рассчитанной на энергию лазерного импульса 130 кДж. Согласно данным этой работы за время около 10 нс мишень должна быть сжата до плотности около 10 г/см$^3$ при радиусе около 250 мкм. Генерация зажигающей ударной волны должна осуществляться при воздействии излучения с мощностью 110 ТВт, что соответствует интенсивности излучения на поверхности предварительно сжатой мишени около 14 ПВт/см$^2$. При такой мощности поглощенного излучения скорость зажигающей ударной волны составляла около 290 км/с. Необходимая для поддержания давления зажигающей ударной волны по крайней мере до ее столкновения с отраженной от центра первой ударной волной, которое происходило при радиусе мишени около 70 мкм, длительность второй мощной части импульса составляла около 600 пс. Согласно численным расчетам [9] энергия быстрых электронов при указанных выше условиях взаимодействия мощной части импульса с плазмой может составлять от 30 до 100 кэВ [9]. Для определенности будем полагать, что быстрые электроны – моноэнергетические с энергией 50 кэВ. Пробег таких электронов в полностью ионизованной DT-плазме с плотностью 10 г/см$^3$ составляет 3 мкм [6].

Используя приведенные выше значения $W = 110$ ТВт, $R_0 = 250$ мкм, $\Delta_0 = 3$ мкм, $\rho_0 = 10$ г/см$^3$, для параметров решения (9)–(11) и (18)–(20) с учетом значений $\beta_s = 0.36$ и $\beta_p = 0.5$ (см. (17) при $\gamma = 5/3$) получаем $P_h = 2.3$ Гбар, $T_h = 1.4$ кэВ, $t_h = 15$ пс, $t_s = 16t_h$. На рис. 1 сплошной линией показана зависимость давления от времени решений (11) и (20). В момент времени $t_h = 15$ пс ($\tau = 1$) давление достигает максимального значения в 2.3 Гбар. Затем оно начинает уменьшаться по закону $t^{-1/2}$, соответствующему плоскому разлету вещества слоя, нагреваемого быстрыми электронами. В момент времени $t_s = 240$ пс ($\tau = 16$, маркер *1*) закон уменьшения давления меняется на более быстрый, $t^{-5/4}$, за счет того, что плоский характер разлета нагретого слоя меняется на сферический. Маркером *2* обозначен момент окончания периода генерации зажигающей ударной волны, $t = 600$ пс ($\tau = 40$), длительность которого равна длительности действия мощной части лазерного импульса в рассматриваемом примере зажигания мишени. Для сравнения зависимость давления при плоском разлете слоя продолжена на область сферического разлета (штриховая линия). Итак, эффект сферического разлета проявляется в течение большей части времени генерации зажигающей ударной волны: от $t = 240$ пс до 600 пс. Он приводит к значительному уменьшению давления по сравнению с приближением плоского разлета: в 1.3 раза к середине длительности генерации ударной волны и в 2 раза к моменту окончания генерации. Поэтому эффект сферического разлета должен учитываться при выборе параметров мишени и нагревающего потока быстрых электронов, обеспечивающего генерацию зажигающей ударной волны.

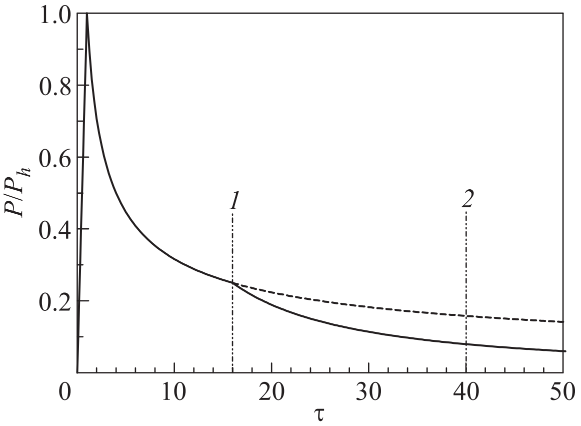


Рис. 1. Зависимость от времени давления, возникающего при нагреве внешнего слоя сферической DT-мишени с радиусом 250 мкм и плотностью 10 г/см$^3$ пучком моноэнергетических быстрых электронов с энергией 50 кэВ (сплошная линия). Давление нормировано на величину давления $P_h = 2.3$ Гбар в момент начала плоского разлета слоя $t_h$. Безразмерная переменная $\tau$ представляет собой время, нормированное на время абляционного нагружения: $\tau = t/t_h$. Штриховая линия – продолжение зависимости давления при плоском разлете (11) на область сферического разлета

1. В. С. Имшенник, ДАН **5**, 263 (1960).
2. В. А. Щербаков, Физика плазмы **9**, 409 (1983).
3. R. Betti, C. D. Zhou, K. S. Anderson, L. J. Perkins, W. Theobald, and A. A. Solodov, Phys. Rev. Lett. **98**, 155001 (2007).
4. М. М. Баско, С. Ю. Гуськов, С. Л. Недосеев, М. Д. Чуразов, *Мишени ИТС, Ядерный синтез с инерциальным удержанием*, Физматлит, М. (2005).
5. S. Yu. Gus'kov, X. Ribeyre, M. Touati, J.-L. Feugeas, Ph. Nicolai and V. Tikhonchuk, Phys. Rev. Lett. **109**, 255004 (2012).
6. X. Ribeyre, S. Yu. Gus'kov, J.-L. Feugeas, Ph. Nicolai, and V. T. Tikhonchuk, Phys. Plasmas **20**, 062705 (2013).
7. T. E. Fox, A. P. L. Robinson, and J. Pasley, Phys. Plasmas **20**, 122707 (2013).
8. M. Lafon, X. Ribeyre, and G. Schurtz, Phys. Plasmas **20**, 052704 (2010).
9. O. Klimo, V. T. Tikhonchuk, X. Ribeyre, G. Schurtz, C. Riconda, S. Weber, and J. Limpouch, Phys. Plasmas **18**, 082709 (2011).