Письма в ЖЭТФ, том 101, вып. 3, с. 194 – 199 © 2015 г. 10 февраля

Эффект увлечения экситонов поверхностной звуковой волной

В. М. Ковалев[+*1)], А. В. Чаплик[+×]

[+]Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

[*]Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия

[×]Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 9 декабря 2014 г.

Излагается теория эффекта увлечения экситонов поверхностной волной Релея при температурах выше температуры конденсации экситонного газа, а также при нулевой температуре, когда наиболее ярко проявляются эффекты бозе-эйнштейновской конденсации экситонного газа. При высоких температурах вычислена величина тока акустического увлечения в экситонном газе с учетом экситон-экситонного взаимодействия. Показано, что для типичных экспериментальных параметров ток увлечения (при заданной интенсивности поверхностной акустической волны – ПАВ) не зависит от частоты акустической волны, а взаимодействие экситонов приводит к экранированию возмущения, вызванного ПАВ, вследствие чего с ростом плотности экситонов ток уменьшается экспоненциально быстро. При низких температурах при наличии конденсата ток увлечения конденсатных частиц имеет резонансный характер при приближении скорости боголюбовских возбуждений к скорости акустической волны, а величина тока линейна по частоте ПАВ. Ток увлечения надконденсатных частиц имеет пороговый характер: надконденсатные частицы увлекаются волной при скорости акустической волны, превышающей скорость боголонов. Величина надконденсатного тока обратно пропорциональна частоте акустической волны.

DOI: 10.7868/S0370274X15030091

1. Введение. Эффекты акустоэкситонного взаимодействия экспериментально изучаются как в системах с непрямыми в пространстве экситонами в структурах с двойными квантовыми ямами (КЯ) [1, 2], так и в полупроводниковых микрорезонаторах [3], в которых объектом воздействия со стороны поверхностной акустической волны (ПАВ) являются гибридные экситон-фотонные моды – экситонные поляритоны. Во втором случае непосредственно с ПАВ взаимодействуют входящие в поляритон электрон и дырка, т.е. прямой в пространстве экситон. Основное внимание во многих экспериментальных работах по экситонным и экситон-поляритонным газам уделяется вопросу бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) этих возбуждений [4–7]. Наличие в экситонном газе фазового перехода детектируется по линии экситонной люминесценции, резкое уменьшение ширины которой интерпретируется как появление в нем когерентного состояния – конденсата. Сказанное относится к равновесной системе. Очевидно, что фазовый переход экситонов должен проявляться и в отклике экситонного газа на внешние возмущения. Недавно мы теоретически показали [8, 9], что для регистрации фазового перехода экситонов может использоваться ПАВ, поглощение которой в экситонном газе выше и ниже критической температуры конденсации экситонов T_c различно. Такая регистрация фазового перехода является опосредованной: непосредственно измеряться должны характеристики ПАВ. В настоящей работе мы демонстрируем проявление фазового перехода экситонов в состояние БЭК непосредственно в токе увлечения экситонов поверхностной акустической волной. Токи (*fluxes*) экситонов или экситонных поляритонов можно измерять непосредственно по интенсивности люминесценции в различных точках транспортного канала образца [1, 2]. Мы получим выражения для тока увлечения экситонов при высоких (выше T_c) и при нулевых температурах, что позволит нам выявить различия в эффекте акустоэкситонного увлечения при переходе через точку конденсации. Отметим, что мы будем рассматривать баллистический режим движения экситонов, т.е. предполагать выполнение неравенства $\omega\tau \gg 1$, где τ – время релаксации экситонов на примесях, а ω – характерная частота внешнего возмущения (частота ПАВ). Диффузионный режим ($\omega\tau \ll 1$) требует анализа экситон-примесного рассеяния и будет рассмотрен в другой работе.

Изучаемая структура представляет собой двойную квантовую яму на поверхности подложки, кото-

[1)]e-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

рую для простоты будем считать изотропной (рис. 1). Будем полагать, что экситоны представляют собой

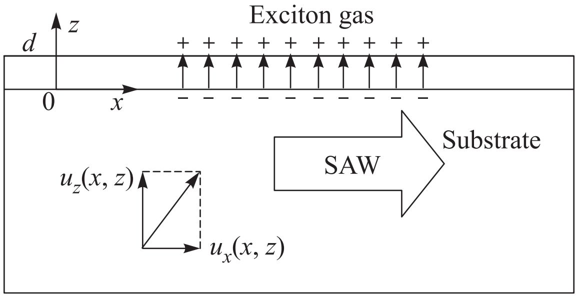

Рис. 1. Схематическое изображение структуры двойной квантовой ямы с дипольными экситонами

жесткие диполи, ориентированные вдоль направления роста структуры и имеющие дипольный момент $\mathbf{p} = (0, 0, ed)$, где e – модуль заряда электрона, d – расстояние между квантовыми ямами. Такая модель игнорирует внутренние степени свободы экситона и движение электрона и дырки поперек слоев, а также подразумевает, что звуковая волна и температура не возбуждают внутреннего движения в экситоне, т.е. выполняется соотношение $e^2/a_{\mathrm{B}} \gg \max[T, \omega]$. Здесь ω – частота ПАВ, T – температура, a_{B} – боровский радиус экситона.

Для определенности мы будем рассматривать волну Релея, распространяющуюся по поверхности подложки и характеризующуюся двумя скоростями: продольной c_l и поперечной c_t [10]. Взаимодействие ПАВ и экситонов осуществляется по механизму деформационного потенциала. Вектор смещения точек среды $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяет уравнению [10]

$$\ddot{\mathbf{u}} = c_t^2 \Delta \mathbf{u} + (c_l^2 - c_t^2) \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{u}. \tag{1}$$

В геометрии рис. 1 решение уравнения (1) для поверхностной волны Релея, распространяющейся в направлении оси x, имеет вид $u_x(x, z) = u_x(z) e^{ikx - i\omega t}$, $u_y = 0$, $u_z(x, z) = u_z(z) e^{ikx - i\omega t}$, где

$$\begin{gathered} u_z(z) = -i\kappa_l B e^{\kappa_l z} - ikA e^{\kappa_t z}, \\ u_x(z) = kBe^{\kappa_l z} + \kappa_t A e^{\kappa_t z}, \\ \kappa_l = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_l^2}, \quad \kappa_t = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_t^2}. \end{gathered} \tag{2}$$

Будем полагать, что влияние ПАВ на экситонный газ является малым возмущением. В этом случае обратным влиянием экситонного газа на распространение ПАВ можно пренебречь. Для нахождения амплитуд A, B в (2) пишем граничные условия для свободной поверхности: $\sigma_{ij} \tau_j = 0$, где τ_j – вектор нормали к поверхности упругой среды. Граничные условия позволяют выразить одну амплитуду через другую: $B/A = -2\sqrt{1 - \xi^2}/(2 - \xi^2)$, где ξ – постоянная, характеризующая дисперсию волны Релея, $\omega = c_t \xi k$ (детали см. в [10]). Оставшаяся же свободная амплитуда задается источником (генератором) звуковых волн на подложке. Энергия взаимодействия экситона с акустической волной запишется в виде $U = \lambda_e (\mathrm{div}\,\mathbf{u})_{z=0} + \lambda_h (\mathrm{div}\,\mathbf{u})_{z=d} \approx (\lambda_e + \lambda_h)(\mathrm{div}\,\mathbf{u})_{z=0}$, где λ – постоянная деформационного потенциала соответствующей частицы. В последнем равенстве мы учли тот факт, что для реальных систем $\kappa_{l,t} d \ll 1$. Таким образом, взаимодействие экситон–ПАВ в действительной форме запишется следующим образом:

$$\begin{gathered} U(\mathbf{r}, t) = U_{\mathbf{k},\omega} e^{i\mathbf{kr} - i\omega t} + U^*_{\mathbf{k},\omega} e^{-i\mathbf{kr} + i\omega t}, \\ U_{\mathbf{k},\omega} = iB \frac{\omega^2}{2c_l^2} (\lambda_e + \lambda_h), \end{gathered} \tag{3}$$

где $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$ – волновой вектор ПАВ. Подчеркнем, что в рамках подхода деформационного потенциала экситоны взаимодействуют лишь с продольной компонентой звуковой волны (поэтому в энергии остается только постоянная B), поскольку поперечная удовлетворяет соотношению $\mathrm{div}\,\mathbf{u}_t = 0$. Постоянную B удобно выразить через интенсивность ПАВ I_0, которую определим следующим образом:

$$I_0 = c_t \xi \rho \int_{-\infty}^{0} \left[|\dot{u}_x(x, z)|^2 + |\dot{u}_z(x, z)|^2 \right] dz, \tag{4}$$

где ρ – плотность материала подложки. Используя (2) и (3), получаем

$$\begin{gathered} |U_{\mathbf{k},\omega}|^2 = \omega \frac{(\lambda_e + \lambda_h)^2}{4\rho c_l^2 \chi(\xi)} I_0, \\ \chi(\xi) = \frac{(2 - \xi^2)^3}{4(1 - \xi^2)^{3/2}} + \frac{2 - c_t^2 \xi^2 / c_l^2}{\sqrt{1 - c_t^2 \xi^2 / c_l^2}}. \end{gathered} \tag{5}$$

Установив явную форму потенциала деформационного взаимодействия ПАВ с экситоном, переходим к расчету тока увлечения.

2. Высокие температуры, $T > T_c$. При высоких температурах ($T > T_c$) функция Грина экситонов удовлетворяет следующему уравнению:

$$\left[i\partial_t - \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + \mu - U(x) - g\delta n(x) \right] G(x, x') = \delta(x - x'). \tag{6}$$

Здесь и далее для краткости используется обозначение $x = (\mathbf{r}, t)$. В уравнении (6) $M = m_e + m_h$ – масса экситона, $U(x)$ – взаимодействие (3), μ – химический потенциал экситонов. Последнее слагаемое

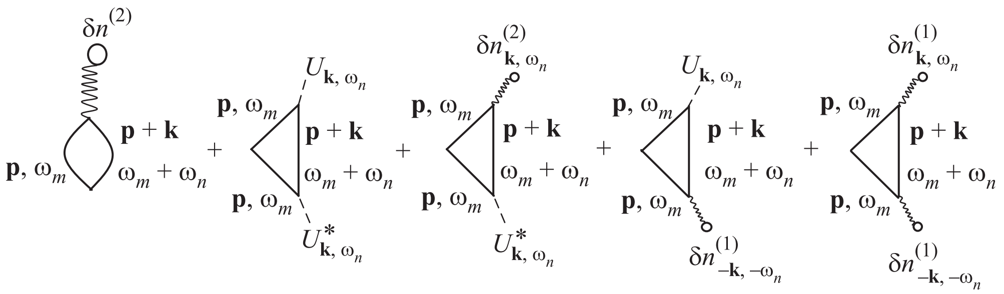

Рис. 2. Диаграммное представление вклада второго порядка в функцию Грина экситонов. Волнистые линии представляют экситон-экситонное взаимодействие, штриховые – взаимодействие с ПАВ. К треугольным диаграммам следует добавить такую же сумму с заменой $\mathbf{k}\to-\mathbf{k}$, $\omega_n\to-\omega_n$

в квадратных скобках – экситон-экситонное взаимодействие, записанное в рамках подхода среднего поля. Будем считать взаимодействие контактным. Постоянную g можно оценить как $g\sim 2\pi e^2 d/\varepsilon$. Величина $\delta n(x)$ представляет собой отклонение плотности экситонов от равновесного значения. Будем искать решение уравнения (6) итерациями по $U(x)$. Представляя $G(x,x')-G^0(x-x')=\delta G^{(1)}(x,x')+\delta G^{(2)}(x,x')+\dots$ и $\delta n(x)=\delta n^{(1)}(x)+\delta n^{(2)}(x)+\dots$, в первом порядке получаем

$$\delta G^{(1)}(x,x')=\\=\int dy G^0(x-y)\left[U(y)+g\delta n^{(1)}(y)\right]G^0(y-x'). \quad (7)$$

Это уравнение позволяет найти поправку первого порядка к плотности, используя соотношение для бозе-частиц (в мацубаровском представлении $x=(\mathbf{r},\tau)$): $\delta n^{(1)}(x)=-\delta G^{(1)}(x,x)$. Используя и далее в расчете технику Мацубары, получаем

$$\delta n^{(1)}(\mathbf{r},t)=\delta n^{(1)}_{\mathbf{k},\omega_n}e^{i\mathbf{kr}-i\omega_n t}+\delta n^{(1)}_{-\mathbf{k},-\omega_n}e^{-i\mathbf{kr}+i\omega_n t},$$
$$\delta n^{(1)}_{\mathbf{k},\omega_n}=\frac{\Pi_{\mathbf{k},\omega_n}U_{\mathbf{k},\omega_n}}{1-g\Pi_{\mathbf{k},\omega_n}}; \quad (8)$$
$$\Pi_{\mathbf{k},\omega_n}=-\sum_{\mathbf{p}}\frac{f_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}-f_{\mathbf{p}}}{i\omega_n+E_{\mathbf{p}}-E_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}},$$

где $E_{\mathbf{p}}=\mathbf{p}^2/2M-\mu$ – энергия экситонов, $f_{\mathbf{p}}=[\exp(E_{\mathbf{p}}/T)-1]^{-1}$ – равновесная функция распределения экситонов.

Усредненная по времени плотность тока экситонов выражается через поправку второго порядка к функции Грина (см. диаграммы на рис. 2). Прямым вычислением можно показать, что первая диаграмма дает нулевой вклад в плотность тока увлечения. Оставшиеся диаграммы дают

$$\mathbf{j}=-i\frac{|U_{\mathbf{k},\omega_n}|^2\left[\mathbf{D}(\mathbf{k},\omega_n)+\mathbf{D}(-\mathbf{k},-\omega_n)\right]}{(1-g\Pi_{\mathbf{k},\omega_n})(1-g\Pi_{-\mathbf{k},-\omega_n})}, \quad (9)$$

где

$$\mathbf{D}(\pm\mathbf{k},\pm\omega_n)=\\=T\sum_{\omega_m,\mathbf{p}}\frac{\mathbf{p}}{M}G_0^2(\mathbf{p},\omega_m)G_0(\mathbf{p}\pm\mathbf{k},\omega_m\pm\omega_n). \quad (10)$$

Учитывая равенство $\frac{\mathbf{p}}{M}G_0^2(\mathbf{p},\omega_n)=\nabla_{\mathbf{p}}G_0(\mathbf{p},\omega_n)$ и интегрируя по частям в (10), получаем

$$\mathbf{D}(\pm\mathbf{k},\pm\omega_n)=\\=\mp\nabla_{\mathbf{k}}\int\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}T\sum_{\omega_m}G_0(\mathbf{p},\omega_m)G_0(\mathbf{p}\pm\mathbf{k},\omega_m\pm\omega_n). \quad (11)$$

Здесь мы воспользовались тем, что $\nabla_{\mathbf{p}}G_0(\mathbf{p}\pm\mathbf{k})=\pm\nabla_{\mathbf{k}}G_0(\mathbf{p}\pm\mathbf{k})$. Вычисляя сумму по ω_m, можно убедиться в том, что выражение, стоящее под знаком градиента, представляет собой (с обратным знаком) поляризационный оператор $\Pi_{\mathbf{k},\omega_n}$ в (8). Учитывая очевидную четность $\Pi_{-\mathbf{k},\omega_n}=\Pi_{\mathbf{k},\omega_n}$ и выполняя аналитическое продолжение на действительную ось $\pm i\omega_n\to\omega\pm i\delta$, получаем

$$\mathbf{j}=|U_{\mathbf{k},\omega}|^2\frac{i\nabla_{\mathbf{k}}\left[\Pi^R_{\mathbf{k},\omega}-\Pi^A_{\mathbf{k},\omega}\right]}{(1-g\,\mathrm{Re}\,\Pi^R_{\mathbf{k},\omega})^2+g^2(\mathrm{Im}\,\Pi^R_{\mathbf{k},\omega})^2}, \quad (12)$$

где $\Pi^{R(A)}$ – запаздывающий (опережающий) поляризационный оператор экситонов. Вычислить $\Pi^R_{\mathbf{k},\omega}$ в общем виде не удается. Мы рассмотрим типичную для эксперимента ситуацию, когда $k\ll v_T$ и $\omega\ll v_T k$, где $v_T=\sqrt{2T/M}$ – тепловая скорость экситонов. Величина тока увлечения определяется через $\mathrm{Im}\,\Pi^R_{\mathbf{k},\omega}$, которая в области $k\ll v_T$ и $\omega\ll v_T k$ имеет вид

$$\mathrm{Im}\,\Pi^R_{\mathbf{k},\omega}=\pi\omega\sum_{\mathbf{p}}\frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial E_{\mathbf{p}}}\delta(\omega-\mathbf{pk}/M). \quad (13)$$

При этом $\mathrm{Re}\,\Pi^R_{\mathbf{k},\omega}$ в области $\omega\ll v_T k$ может быть заменена своим статическим значением $\mathrm{Re}\,\Pi^R_{\mathbf{k},\omega=0}$.

Выражение (13) показывает, что ток увлечения определяется экситонами, проекция импульса которых на направление распространения ПАВ удовлетворяет условию $\mathbf{pn_k}/M = \omega/k$, т.е. движущимися в фазе с волной ($\mathbf{n_k}$ – единичный вектор в направлении $\mathbf{k}$).

С учетом неравенств $k \ll v_T$ и $\omega \ll v_T k$ получаем [8]

$$\Pi^R_{\mathbf{k},\omega} = -\frac{M}{2\pi}\left(e^{2\pi N_0/MT} - 1\right) + i\frac{M}{2\pi}\frac{\omega}{v_T k}F(T), \quad (14)$$

где $F(T) = \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}\frac{\partial f}{\partial x} < 0$ и $f(x) = [\exp(x - \mu/T) - - 1]^{-1}$. Для тока увлечения имеем

$$\mathbf{j} = \frac{-|U_{\mathbf{k},\omega}|^2 F(T)}{\left[1 + \frac{2d}{a_{\mathrm{B}}}\left(e^{2\pi N_0/MT} - 1\right)\right]^2}\frac{M}{\pi}\frac{\omega\mathbf{k}}{v_T k^3}, \quad (15)$$

где a_{B} – боровский радиус экситона. Таким образом, ток направлен по направлению волнового вектора акустической волны. Наличие взаимодействия экситонов друг с другом приводит к экспоненциальному уменьшению величины тока вследствие экранировки [11, 12]. Подставляя в (15) $k = \omega/c_t\xi$ и учитывая, что $|U_{\mathbf{k},\omega}|^2 \sim \omega I_0$, находим, что ток увлечения экситонов при высоких температурах $j \sim I_0$ и не зависит от частоты.

3. Низкие температуры, $T \ll T_c$. Рассмотрим ток акустического увлечения экситонов в присутствии бозе-конденсата. Хорошо известно, что элементарными возбуждениями бозе-конденсированных систем являются квазичастицы Боголюбова. Явный вид закона дисперсии боголюбовских возбуждений зависит от модели, используемой для описания взаимодействующей экситонной системы. В случае малой экситонной плотности, $N_0 a_{\mathrm{B}}^2 \ll 1$, адекватной теоретической моделью является модель слабонеидеального бозе-газа. В рамках этой модели закон дисперсии элементарных возбуждений имеет вид $\varepsilon_k = \sqrt{\frac{k^2}{2M}\left(\frac{k^2}{2M} + 2g_0 n_c\right)}$, где n_c – плотность экситонов в конденсате. В длинноволновом пределе, $\frac{k^2}{2M} \ll 2g_0 n_c$, элементарные возбуждения представляют собой звуковые кванты, $\varepsilon_k \approx sk$, скорость которых определяется выражением $s = \sqrt{g_0 n_c/M}$. В бозе-конденсированной фазе большинство экситонов находится в конденсате. Однако вследствие (слабого) взаимодействия, а также конечной температуры существуют и надконденсатные экситоны с ненулевым импульсом. Под действием внешней звуковой волны увлекаться должны все частицы. Таким образом, мы имеем три вклада в ток. Будем рассматривать квантовый предел, $T \ll sk$. В этом режиме термически возбужденные экситоны (точнее, элементарные боголюбовские возбуждения) не играют особой роли: их функция распределения экспоненциально мала. Следовательно, формально теория может строиться при $T = 0$. Подчеркнем все же, что равенство нулю температуры не следует рассматривать буквально: полученные результаты применимы в области температур $0 < T \ll sk$. Вследствие слабости взаимодействия между экситонами плотность надконденсатных частиц мала по сравнению с n_c. В этом случае можно пренебречь взаимодействием надконденсатных частиц друг с другом и их влиянием на конденсатные частицы (обратным влиянием конденсатных частиц на надконденсатные пренебрегать нельзя).

Волновая функция системы представима в виде $\Psi(x) = \varphi(x) + \psi(x)$, где $\varphi(x) = \langle\Psi(x)\rangle$ – волновая функция конденсата, а $\psi(x)$ – надконденсатная часть. Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям: $\langle\psi(x)\rangle = \langle\varphi(x)\psi(x)\rangle = 0$. Функция $\varphi(x)$ находится как решение уравнения Гросса–Питаевского:

$$\left[i\partial_t - \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + \mu - U(x) - g|\varphi(x)|^2\right]\varphi(x) = 0, \quad (16)$$

а функции Грина надконденсатных частиц, $G = -i\langle\psi\psi^\dagger\rangle$, $F = -i\langle\psi\psi\rangle$, – из матричного уравнения

$$\begin{pmatrix} i\partial_t - H(x) & -g\varphi^2(x) \\ -g\varphi^{*2}(x) & -i\partial_t - H(x) \end{pmatrix}\hat{G} = \hat{1}, \quad (17)$$
$$H(x) = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} - \mu + U(x) + 2g|\varphi(x)|^2.$$

В уравнении (17) учтено взаимодействие с конденсатом.

Ток увлечения конденсата. Вычислим ток акустического увлечения конденсатных частиц, определяемый усреднением по времени выражения

$$\mathbf{j}_c = \frac{i}{2M}\left(\varphi\nabla\varphi^* - \varphi^*\nabla\varphi\right), \quad (18)$$

где конденсатная функция должна быть найдена из уравнения Гросса–Питаевского до второго порядка по внешнему возмущению $U(x)$ включительно:

$$\varphi(x) = \sqrt{n_c} + \delta\varphi^{(1)}(x) + \delta\varphi^{(2)}(x) + ... \quad (19)$$

Если ограничиться лишь вкладом в ток порядка $U^2(x)$, то, очевидно, после усреднения по времени слагаемое $\delta\varphi^{(2)}(x)$ будет давать нулевой вклад. Таким образом, ток конденсата определяется величиной отклика первого порядка $\delta\varphi^{(1)}(x)$. Линеаризуя уравнение (16), получаем

$$\delta\varphi^{(1)}(x) = \sqrt{n_c} S_{\mathbf{k},\omega} U_{\mathbf{k},\omega} e^{i\mathbf{kr}-i\omega t} + \\ + \sqrt{n_c} S_{-\mathbf{k},-\omega} U^*_{\mathbf{k},\omega} e^{-i\mathbf{kr}+i\omega t}, \quad (20)$$
$$\delta\varphi^{(1)*}(x) = \sqrt{n_c} S_{\mathbf{k},\omega} U^*_{\mathbf{k},\omega} e^{-i\mathbf{kr}+i\omega t} + \\ + \sqrt{n_c} S_{-\mathbf{k},-\omega} U_{\mathbf{k},\omega} e^{i\mathbf{kr}-i\omega t},$$

где функция отклика

$$S_{\mathbf{k},\omega} = \frac{\omega + k^2/2M}{\omega^2 - \varepsilon_k^2}. \quad (21)$$

Подставляя (20) в (18) и усредняя по времени, получаем ток увлечения конденсата:

$$\mathbf{j}_c = \frac{2n_c|U_{\mathbf{k},\omega}|^2}{M^2} \frac{\omega k^2 \mathbf{k}}{(\omega^2 - \varepsilon_k^2)^2}. \quad (22)$$

Снова, как и выше, ток направлен по распространению акустической волны. Видно, что наличие взаимодействия приводит к резонансному характеру тока: при $k = \omega/c_t\xi$ знаменатель пропорционален $[1 - (s/c_t\xi)^2]^2$, а все выражение $j_c \sim \omega I_0$.

Ток увлечения надконденсатных частиц. Для нахождения тока увлечения надконденсатных частиц требуется найти поправку второго порядка как по внешнему полю $U(x)$, так и по конденсатной функции $\varphi(x)$ к функции Грина надконденсатных частиц из уравнения (17). Используя разложения

$$\varphi^2 \approx n_c + 2\sqrt{n_c}\delta\varphi^{(1)} + [\delta\varphi^{(1)}]^2 + 2\sqrt{n_c}\delta\varphi^{(2)}, \\ |\varphi(x)| \approx n_c + \delta n_c^{(1)} + \delta n_c^{(2)}, \quad (23)$$

где $\delta n_c^{(1)} = \sqrt{n_c}[\delta\varphi^{(1)} + \delta\varphi^{*(1)}]$ и $\delta n_c^{(2)} = \sqrt{n_c}[\delta\varphi^{(2)} + \delta\varphi^{*(2)}] + |\delta\varphi^{(1)}|^2$, из (17) находим поправку второго порядка к матричной функции Грина надконденсатных частиц:

$$\hat{G}^{(2)} = \hat{G}_0\hat{\Sigma}^{(1)}\hat{G}_0\hat{\Sigma}^{(1)}\hat{G}_0 + \hat{G}_0\hat{\Sigma}^{(2)}\hat{G}_0. \quad (24)$$

Несложный анализ, на котором мы не будем здесь останавливаться, показывает, что второе слагаемое в правой части не дает вклада в ток увлечения. Матрица $\hat{\Sigma}^{(1)}$ в первом слагаемом имеет следующую структуру:

$$\hat{\Sigma}^{(1)}(x) = \hat{\Sigma}^{(1)}_{\mathbf{k},\omega} e^{i\mathbf{kr}-i\omega t} + \hat{\Sigma}^{(1)}_{-\mathbf{k},-\omega} e^{-i\mathbf{kr}+i\omega t},$$
$$\hat{\Sigma}^{(1)}_{\mathbf{k},\omega} = U_{\mathbf{k},\omega} \begin{pmatrix} 1 + 2gn_c P_{\mathbf{k},\omega} & 2gn_c S_{\mathbf{k},\omega} \\ 2gn_c S_{-\mathbf{k},-\omega} & 1 + 2gn_c P_{\mathbf{k},\omega} \end{pmatrix}, \quad (25)$$

где $P_{\mathbf{k},\omega} = S_{\mathbf{k},\omega} + S_{-\mathbf{k},-\omega} = k^2/M(\omega^2 - \varepsilon_k^2)$, а для $\hat{\Sigma}^{(1)}_{-\mathbf{k},-\omega}$ делается замена $(\mathbf{k},\omega) \to (-\mathbf{k},-\omega)$, $U_{\mathbf{k},\omega} \to U^*_{\mathbf{k},\omega}$. Невозмущенные функции Грина надконденсатных частиц в длинноволновом пределе ($\varepsilon_k = sk$) имеют вид

$$\hat{G}_0 = \begin{pmatrix} G_0 & F_0 \\ F_0 & \tilde{G}_0 \end{pmatrix} = \frac{gn_c}{\omega^2 - \varepsilon_p^2 + i\delta} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Усредненный по времени ток увлечения надконденсатных частиц определяется левым верхним элементом матричной функции Грина (24):

$$\mathbf{j} = \frac{i}{M}\sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p} \left[\hat{G}^{(2)}_{\mathbf{p}}(-\mathbf{k},\omega) + \hat{G}^{(2)}_{\mathbf{p}}(-\mathbf{k},-\omega)\right]_{11}. \quad (27)$$

Вычисляя произведения матриц в (24), получаем

$$\mathbf{j}_n = 4|U_{\mathbf{k},\omega}|^2(1 + gn_cP_{\mathbf{k},\omega})[i\mathbf{C}(\mathbf{k},\omega) + i\mathbf{C}(-\mathbf{k},-\omega)],$$
$$\mathbf{C}(\pm\mathbf{k},\pm\omega) = \\ = \int\frac{d\Omega}{2\pi}\int\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}\frac{\mathbf{p}}{M}G_0^2(\mathbf{p},\Omega)G_0(\mathbf{p}\pm\mathbf{k},\Omega\pm\omega). \quad (28)$$

Вычисление $\mathbf{C}(\mathbf{k},\omega)$ удобнее производить в мацубаровском представлении. Для начала, как и выше, используя соотношение $\frac{\mathbf{p}}{M}G_0^2(\mathbf{p}) = \frac{1}{2Ms^2}\nabla_{\mathbf{p}}G_0(\mathbf{p})$ (подчеркнем, что это равенство справедливо только для линейного закона дисперсии, $\varepsilon_{\mathbf{p}} = sp$), проинтегрируем по частям:

$$\mathbf{C}(\pm\mathbf{k},\pm i\omega_n) = \frac{\pm\nabla_{\mathbf{k}}}{4Ms^2} \times \\ \times \left[-2T\sum_{\omega_m}\int\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}G_0(\mathbf{p},\omega_m)G_0(\mathbf{p}\pm\mathbf{k},\omega_m\pm\omega_n)\right]. \quad (29)$$

Здесь мы также перешли к представлению конечных температур. Величина, стоящая в квадратных скобках, представляет собой поляризационный оператор надконденсатных частиц $P^n_{\mathbf{k},i\omega_n}$, явный вид которого при конечных температурах приведен в нашей работе [13]. При низких температурах ($sk \gg T$), положив функции распределения элементарных термических возбуждений равными нулю, имеем

$$P^n_{\mathbf{k},i\omega_n} = -\frac{(gn_c)^2}{2(2\pi)^2}\int\frac{d\mathbf{p}}{\varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}\varepsilon_{\mathbf{p}}} \times \\ \times \left[\frac{1}{i\omega_n + \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} + \varepsilon_{\mathbf{p}}} - \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{p}}}\right]. \quad (30)$$

Учитывая четность этого выражения по $\mathbf{k}$ и выполняя, как и выше, аналитическое продолжение на область действительных частот, для тока увлечения надконденсатных частиц получаем

$$\mathbf{j}_n = \frac{|U_{\mathbf{k},\omega}|^2(1 + gn_cP_{\mathbf{k},\omega})}{Ms^2}i\nabla_{\mathbf{k}}\left(P^n_{\mathbf{k},\omega+i\delta} - P^n_{\mathbf{k},\omega-i\delta}\right). \quad (31)$$

Вычисляя мнимую часть $P^n_{\mathbf{k},\omega+i\delta}$ и подставляя ее в (31), находим ток увлечения в виде

$$\mathbf{j}_n = |U_{\mathbf{k},\omega}|^2(1 + gn_c P_{\mathbf{k},\omega})\frac{Ms^2}{2}\frac{\mathbf{k}\theta[\omega - sk]}{\sqrt{(\omega^2 - s^2k^2)^3}}. \quad (32)$$

Множитель в круглых скобках описывает связь надконденсатных и конденсатных частиц и, как и выше, отражает резонансный характер:

$$1 + gn_c P_{\mathbf{k},\omega} = \frac{\omega^2}{\omega^2 - s^2k^2}. \quad (33)$$

Кроме того, при $k = \omega/c_t\xi$ имеем $\theta[\omega - sk] = \theta[c_t\xi - s]$, что указывает на пороговый характер зависимости тока увлечения надконденсатных частиц от плотности экситонов в конденсате вследствие соотношения $Ms^2 = gn_c$. В смысле же частотной зависимости выражение для тока увлечения имеет вид $j_n \sim I_0/\omega$.

В заключение сделаем следующее замечание. Резонансные знаменатели в формулах (22), (32) и (33) обращают эти выражения в бесконечность при $s \to \to c_t\xi = \omega/k$. Это является следствием пренебрежения затуханием элементарных возбуждений. Таким образом, резонансные знаменатели имеют смысл лишь в области $|\omega^2 - s^2k^2| \geq \tau^{-1}$. Более строгое рассмотрение требует учета рассеяния экситонов на примесях. Данный вопрос будет рассмотрен отдельно.

Мы благодарим Э.Г. Батыева и М.В. Энтина за полезные обсуждения. Работа поддержана грантом РФФИ # 14-02-00135 и программами РАН.

1. A. Violante, K. Cohen, S. Lazic, R. Hey, R. Rapaport, and P. V. Santos, New J. Phys. **16**, 033035 (2014).
2. S. Lazic, A. Violante, K. Cohen, R. Hey, R. Rapaport, and P. V. Santos, Phys. Rev. B **89**, 085313 (2014).
3. E. A. Cerda-Mendez, D. N. Krizhanovskii, M. Wouters, R. Bradley, K. Biermann, K. Guda, R. Hey, P. V. Santos, D. Sarkar, and M. S. Skolnick, Phys. Rev. Lett. **105**, 116402 (2010).
4. T. Byrnes, N. Y. Kim, and Y. Yamamoto, Nat. Phys. **10**, 803 (2014).
5. A. A. High, J. R. Leonard, A. T. Hammack, M. M. Fogler, L. V. Butov, A. V. Kavokin, K. L. Campman, and A. C. Gossard, Nature **483**, 584 (2012).
6. L. V. Butov, C. W. Lai, A. L. Ivanov, A. C. Gossard, and D. S. Chemla, Nature **417**, 47 (2002).
7. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **96**, 145 (2012).
8. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **96**, 865 (2012).
9. Э. Г. Батыев, В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **99**, 623 (2014).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Курс теоретической физики. Т. 7. Теория упругости*, Наука, М. (1965).
11. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **92**, 208 (2010).
12. A. L. Ivanov, Europhys. Lett. **59**, 586 (2002).
13. V. M. Kovalev and A. V. Chaplik, arXiv:1310.8394.