Письма в ЖЭТФ, том 103, вып. 9, с. 647 – 652

Предсказуемость появления аномальных волн при умеренно низких индексах Бенджамина–Фейра

В. П. Рубан[1)]

Институт теоретической физики им. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 15 марта 2016 г.

После переработки 29 марта 2016 г.

Численное моделирование нелинейной динамики случайных морских волн при умеренно малых индексах Бенджамина–Фейра и ее сравнение с линейной динамикой (при совпадении в некоторый момент времени t_p пространственных Фурье-гармоник вблизи спектрального пика) указывают на возможность заблаговременного предсказания появления волны-убийцы. Если линейное приближение показывает наличие в недалеком будущем после t_p достаточно обширной и/или высокой группы волн, то в нелинейной модели аномальная волна почти наверняка формируется. Период надежного прогнозирования исчисляется несколькими сотнями волновых периодов, что на практике может оказаться вполне достаточным, например, для избежания встречи судна с гигантской волной.

DOI: 10.7868/S0370274X16090034

Аномальные морские волны, или “волны-убийцы” (*rogue waves, freak waves, giant waves*), представляют большой интерес как с практической, так и с теоретической точек зрения. Так называют изредка встречающиеся отдельные экстремально высокие волны среди умеренного волнения. Этой активно развивающейся теме посвящена обширная литература (см., например, обзоры [1–3], специальные выпуски журналов [4, 5] и многочисленные ссылки в них). Экстремально высокие и крутые волны, достигающие высоты 20–30 м при длине 200–250 м, опасны даже для больших судов и платформ [6, 7]. Одним из характерных свойств волны-убийцы считается внезапность ее появления – “большая волна возникает из ниоткуда и исчезает без следа”. Поэтому, казалось бы, любые попытки научиться предсказывать аномальную волну хотя бы за пару сотен волновых периодов до ее появления, чтобы успеть принять меры, – дело безнадежное. В общем случае, по-видимому, так оно и есть [8]. Но можно указать достаточно часто встречающийся в природе режим морского волнения, когда прогнозирование места и времени возникновения волны-убийцы может быть простым и вполне эффективным. Рассмотрению этого вопроса и посвящена данная работа. Сразу скажем, что здесь будут моделироваться существенно трехмерные течения жидкости с двумерной свободной поверхностью, для которых неприменимы методы и результаты работ [9–15], где исследовались аналогичные вопросы для плоских течений, в основном – в рамках фокусирующего пространственно одномерного нелинейного уравнения Шредингера.

Предположим, что основная энергонесущая часть спектра случайного волнения сосредоточена вблизи волнового вектора $\mathbf{k}_0$. Речь пойдет о состояниях моря с умеренно малыми значениями т.н. индекса Бенджамина–Фейра, $I_{\rm BF} \sim \tilde\nu k_0 \tilde A \lesssim 1$, где $\tilde\nu$ есть среднее число волн в группе, k_0 – характерное волновое число, $\tilde A$ – типичная амплитуда волны. Именно такого рода безразмерная комбинация возникает естественным образом при описании квазимонохроматической волны в рамках нелинейного уравнения Шредингера [16, 17] как параметр, характеризующий наличие нелинейных когерентных структур. Наш случай подразумевает почти полное их отсутствие. Более конкретно мы будем рассматривать ситуацию, когда $\tilde\nu = 3\ldots5$, а среднеквадратичное вертикальное отклонение (двумерной) свободной поверхности $\sigma = (0.005\ldots0.007)\lambda_0$, где $\lambda_0 = 2\pi/k_0$ – типичная длина волны. Можно принять, что $\tilde A = 2\sigma$, и тогда $I_{\rm BF} = 0.3\ldots0.5$. Строго говоря, волновые группы на двумерной поверхности описываются еще несколькими важными параметрами, в частности – характерной площадью, занимаемой группой. Этот параметр зависит от длины гребней. Мы здесь предполагаем, что длина волновых гребней $\tilde l_{\rm cr} \sim \tilde\nu\lambda_0$. Таким образом, движения жидкости предполагаются в достаточной степени трехмерными. Этот режим волнения по слабости роли нелинейности заметно отличается от квазидвумерных (длинногребневых) волн

1)e-mail: ruban@itp.ac.ru

[18–22], тем более от плоских волн [23–26], а также и от длиннокоррелированных трехмерных волновых полей с большими индексами Бенджамина–Фейра [27–31]. Кроме того, мы здесь пренебрегаем воздействием ветра на основную часть волнения, неоднородными крупномасштабными течениями, завихренностью жидкости и т.п.

Доминирующим фактором динамики в такого рода случайных полях оказывается линейная дисперсия с законом $\omega_{\mathbf{k}} = (gk)^{1/2}$, где g – ускорение свободного падения (рассматриваются волны на глубокой воде). Нелинейность же играет в целом второстепенную роль, за исключением тех редких событий, когда по случайному стечению обстоятельств дисперсия начинает формировать достаточно обширную и/или высокую группу волн с локальным индексом $\nu k_0 A \gtrsim 1$. Например, может произойти столкновение двух более умеренных волновых групп. Тогда нелинейность вступает в полную силу и существенно искажает двумерный график огибающей такой группы по сравнению с линейной теорией, делая его все более узким в направлении распространения волн и относительно более длинным в поперечном направлении [32–34]. В результате это приводит к формированию отдельной, предельно нелинейной волны с резким, иногда даже опрокидываюшимся гребнем (либо двух-трех рядом расположенных аномальных волн – в том случае, когда продолговатая огибающая группы ориентирована косо; возможно, подобная конфигурация послужила причиной названия "три сестры" в морском фольклоре).

Описанный выше сценарий подразумевает, что вплоть до начала появления большой группы вертикальное отклонение свободной поверхности должно неплохо описываться простыми формулами

$$\eta(\mathbf{r},t) \approx \mathrm{Re}\, A(\mathbf{r},t), \quad A(\mathbf{r},t) = \sum_{\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{kr}-\omega_{\mathbf{k}}t)}, \quad (1)$$

причем фурье-гармоники $\alpha_{\mathbf{k}}(t)$ при $\mathbf{k}$ в области спектрального пика оказываются настолько медленными функциями времени, что их изменения не оказывают существенного воздействия на волновую динамику на протяжении нескольких сотен волновых периодов $T_0 = 2\pi/\omega_0$ (хотя за этот интервал времени дисперсия успевает заметно преобразовать картину волнового поля). Таким образом, разумным приближением будет

$$\alpha_{\mathbf{k}}(t) \approx \alpha_{\mathbf{k}}(t_p), \quad \text{если} \quad |t - t_p| \lesssim T_0/(k_0^2\sigma^2). \quad (2)$$

Такая оценка следует из известной формулы для нелинейного сдвига частоты квазимонохроматической волны $\delta\omega_{\mathrm{nonlin}} = \omega_0 k_0^2 |A|^2/2$. Формулы (1) и (2) находятся в соответствии с так называемой теорией второго порядка (см. обзоры [1–3] и ссылки там), которая пренебрегает резонансными четырехволновыми процессами, а нерезонансные трехволновые взаимодействия учитывает в виде второй гармоники.

Для нас важно, что формулы (1) и (2) дают возможность делать прогноз относительно факта появления либо отсутствия волны-убийцы при $t > t_p$, если в момент времени t_p измерен пространственный спектр $\eta_{\mathbf{k}}$ вертикального отклонения свободной поверхности на достаточно большом участке моря. Практически карта морской поверхности может быть получена с помощью спутников, оцифрована, а затем произведено быстрое преобразование Фурье. Процедура прогноза следующая.

Во-первых, следует отбросить комплексно сопряженные гармоники вещественной функции $\eta(\mathbf{r}, t_p)$ вблизи $(-\mathbf{k}_0)$, а вблизи $(+\mathbf{k}_0)$ положить $\alpha_{\mathbf{k}} = 2\eta_{\mathbf{k}}$. Желательно также отфильтровать слишком большие волновые числа, оставив только энергонесущую окрестность спектрального пика. Это позволит обойтись крупным пространственным разрешением и быстрее проводить все компьютерные вычисления.

Во-вторых, необходимо осуществить линейный прогноз волнения по формулам (1) и (2) с шагом по времени около одного-двух T_0. Современный персональный компьютер делает это за время порядка минуты. В частности, при этом следует построить график зависимости от времени максимального по рассматриваемой области значения величины $|A|$.

Далее идет анализ зависимости $|A|_{\max}(t)$. Если в недалеком будущем после t_p на графике при $t_*(t_p)$ имеется максимум, высота которого превышает, скажем, 6σ, то это должно восприниматься как серьезное указание на зарождение аномальной волны.

Дополнительной информацией может послужить карта морской поверхности при $t = t_*(t_p)$, выполненная согласно линейному прогнозу. По карте можно оценить место появления волны-убийцы, а также локальный индекс Бенджамина–Фейра. Чем он больше, тем более значительного нелинейного усиления выстоты волны над линейным предсказанием можно ожидать.

Ниже приводятся три численных примера, которые демонстрируют эффективность вышеописанного метода прогнозирования аномальных волн. Волновая динамика здесь рассчитывалась в рамках полностью нелинейной слаботрехмерной модели [35, 36] в квадрате $2\pi \times 2\pi$ с периодическими граничными условиями и безразмерным ускорением свободного падения $\tilde{g} = 1$, где волны распространялись в среднем вдоль оси x. Было выбрано характерное волновое число 50. В пересчете на квадрат со стороной 5 км и $g = 9.81\,\text{м/с}^2$ единице безразмерного времени соответствует $\tau = [5000/(9.81 \cdot 2\pi)]^{1/2} = 9.01$ с. При этом длина волны $\lambda_0 = 100$ м, а ее период $T_0 \approx 8$ с.

В каждом из трех численных экспериментов квазислучайные начальные данные для нелинейного моделирования подбирались с помощью специальной процедуры (которая здесь не описана) таким образом, чтобы через время около $(250–350)T_0$ в системе сформировалась аномальная волна. Соответствующие “портреты” этих волн-убийц вблизи моментов их наивысшего подъема показаны на рис. 1. Все три волны подвержены осцилляциям бризерного типа из-за разницы между фазовой и групповой скоростями, но в особенности — “прямая” волна С (в отличие от “косых” волн А и В, где гребни и впадины как бы перемещаются вдоль косо ориентированной продолговатой огибающей от ее “конца” к “началу”, что визуально может восприниматься как распространение аномальной волны несколько “вбок”).

На рис. 2 показано сравнение результатов нелинейных вычислений высоты самого высокого гребня и глубины самой глубокой впадины с линейными прогнозами, сделанными в разные моменты времени t_p. В целом, чем ближе t_p к моменту подъема волны-убийцы, тем отчетливее линейная теория предсказывает формирование высокой группы. На рис. 3 показаны примеры таких “линейных” групп. В сравнении с аномальными волнами на рис. 1 – отличия здесь весьма существенные. Видно, что даже самая протяженная группа в случае В “трансформировалась” нелинейностью в отдельную, очень высокую волну, несмотря на несколько меньшее значение среднего индекса Бенджамина–Фейра. Кстати сказать, в данном примере большая линейная группа возникла именно в результате столкновения двух волновых групп (на рисунках не показано), что подтверждает предположение работы [34] об актуальности подобного механизма. На рис. 1b рядом с высоким гребнем “наискосок” с двух противоположных сторон расположены две глубокие впадины, а далее за ними — два менее высоких гребня. В принципе, такая конфигурация соответствует “трем сестрам”. Высота гребня здесь более чем десятикратно (!) превышает среднеквадратичное отклонение, а сам гребень очень резкий, как это видно из рис. 4. Ясно, что говорить о применимости теории второго порядка для описания таких по-настоящему аномальных волн не приходится. Кроме того, в случае С волна-убийца поднялась заметно раньше по времени (и ближе по ходу движения), чем предсказала линейная модель. Такие нелинейные эффекты следует учитывать при

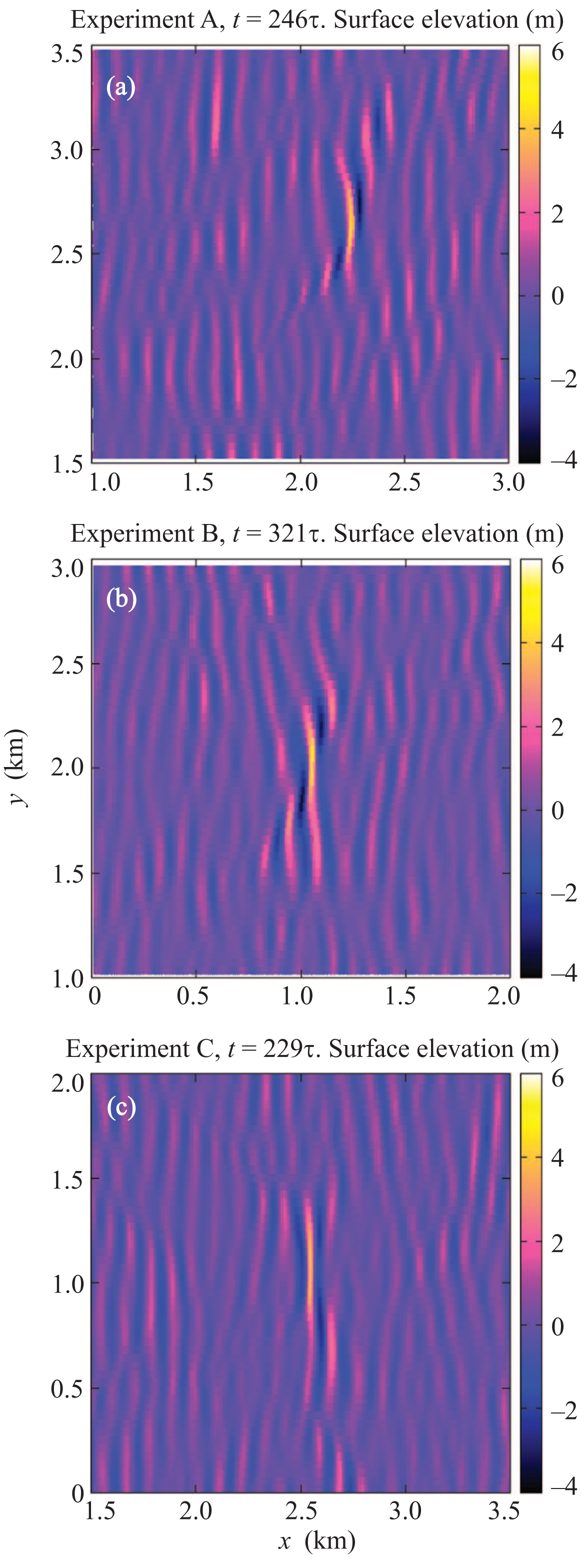

Рис. 1. (Цветной онлайн) Аномальные волны, сформировавшиеся в трех численных экспериментах

прогнозировании времени и места появления большой волны.

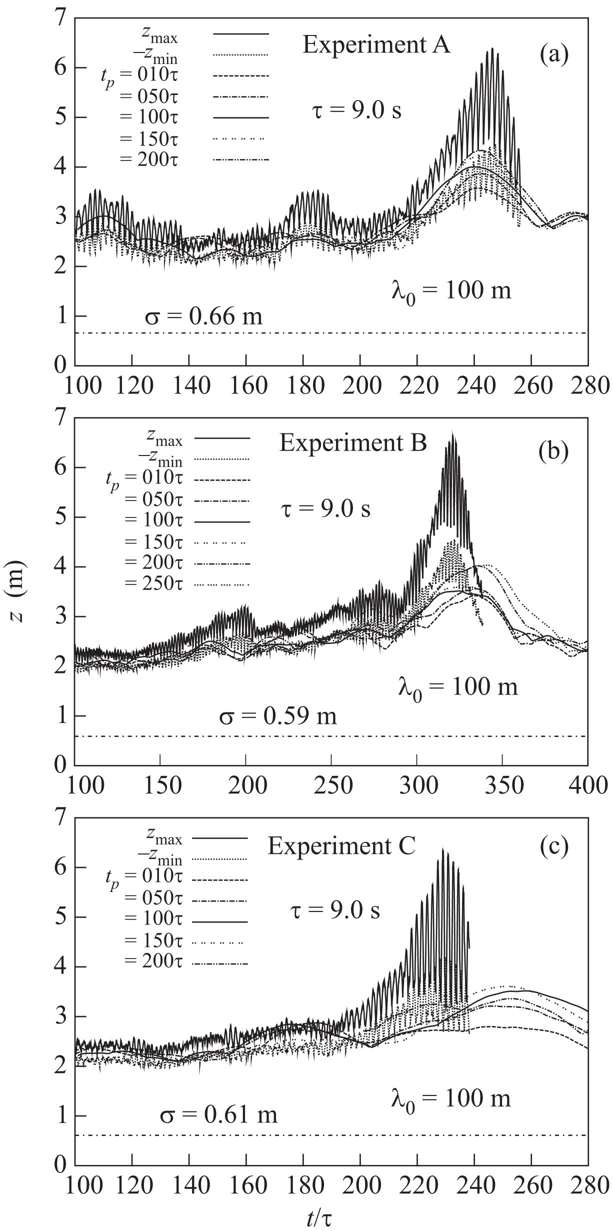

Рис. 2. Сравнение экстремальных отклонений свободной поверхности с линейными прогнозами для разных t_p

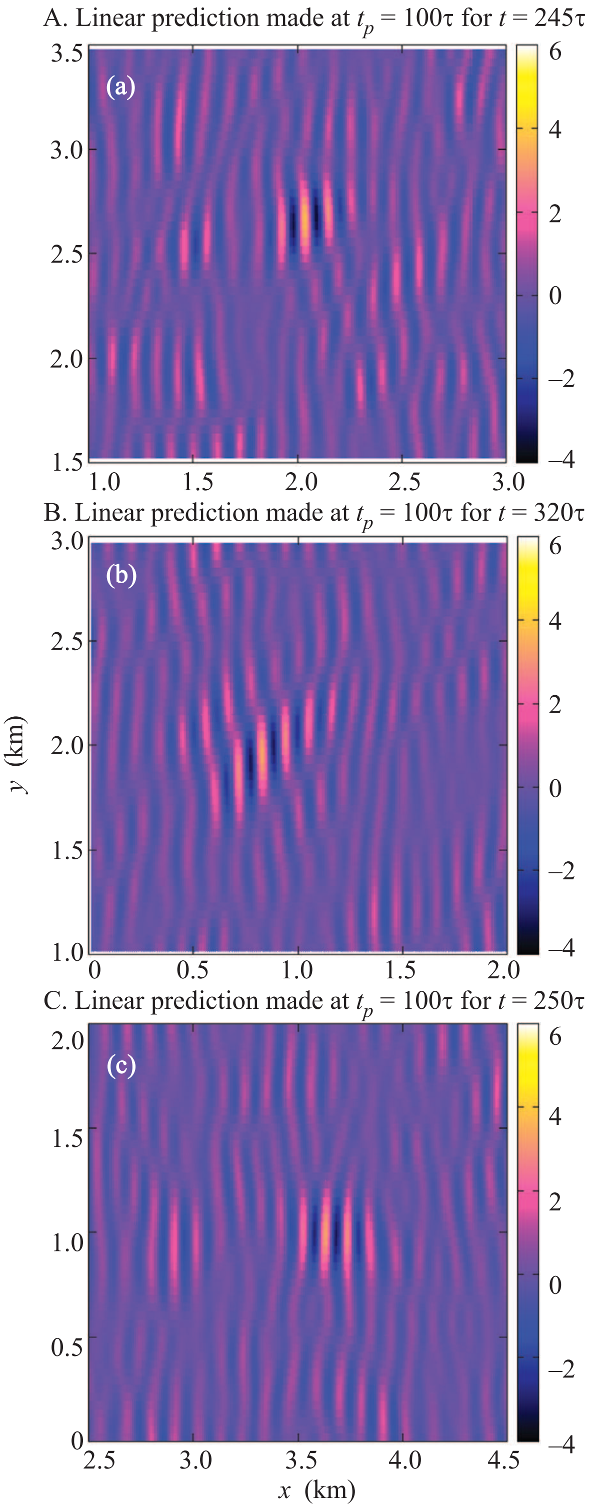

Рис. 3. (Цветной онлайн) Линейные прогнозы показывают формирование достаточно высоких групп волн

Необходимо также отметить, что в очень редких случаях долговременный прогноз может предсказать наличие большой группы через время, скажем, $(200\dots 300)T_0$ после $t_p^{(1)}$, а в действительности аномальная волна не соберется. Но тогда более поздние прогнозы с $t_p^{(2)} > t_p^{(1)}$, $t_p^{(3)} > t_p^{(2)}$, и т.д., по мере приближения покажут все меньшую и меньшую линейную группу в указанное время. Поэтому в целом метод достаточно надежен.

Что касается частоты появления экстремальных волн, то по линейной оценке высокая группа, превышающая 6σ, собирается в среднем один раз за $(4\dots 8)\cdot 10^4 T_0$ на площади $(50)^2\lambda_0^2$. Это значит, что при взятых нами параметрах на площади, скажем,

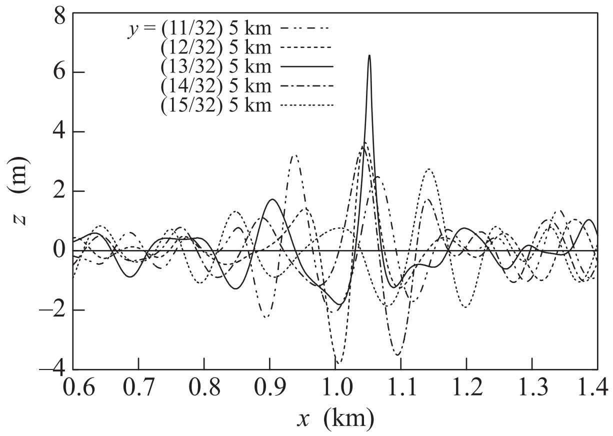

Рис. 4. Некоторые волновые профили, соответствующие рис. 1b

$50 \times 50\,\text{км}^2$ гигантская волна возникает один раз за несколько часов. Разумеется, менее аномальные, но все-таки довольно высокие волны в виде групп по 2–3 волны появляются гораздо чаще. Им соответствуют меньшие линейные группы в прогнозе (на рисунках не показано).

Таким образом, в данной работе продемонстрирована принципиальная возможность заблаговременного предсказания появления аномальных волн в состояниях моря с умеренно низкими индексами Бенджамина–Фейра на основе линейной модели. Вопрос о том, насколько легко реализуем и практически полезен может быть подобный подход, требует дополнительных обсуждений и исследований. Например, пока не ясно, в какой мере взаимодействие волн с ветром и другие неучтенные в нашей модели факторы способны изменить качество прогноза. Поэтому мы сейчас не обсуждаем мелкие детали метода, такие, как выбор размеров области предсказания и граничных условий при выполнении преобразования Фурье, а также возможность оценки параметров аномальных волн на нелинейной стадии путем использования гауссовой вариационной модели, рассмотренной в работе [33], либо путем модификации прогнозирующего уравнения введением локальной нелинейности типа нелинейного уравнения Шредингера и использованием метода Split-Step.

1. C. Kharif and E. Pelinovsky, Eur. J. Mech. B/Fluids **22**, 603 (2003).
2. K. Dysthe, H. E. Krogstad, and P. Müller, Annu. Rev. Fluid Mech. **40**, 287 (2008).
3. M. Onorato, S. Residori, U. Bortolozzo, A. Montina, and F. T. Arecchi, Phys. Rep. **528**, 47 (2013).
4. E. Pelinovky and C. Kharif (editors), Special Jssue, Eur. J. Mech. B/Fluids **25**, 535 (2006).
5. N. Akhmediev and E. Pelinovky (editors), Special Jssue, Eur. Phys. J. Special Topics **185**, 1 (2010).
6. I. Nikolkina and I. Didenkulova, Nat. Hazards Earth Syst. Sci. **11**, 2913 (2011).
7. A. L. Pleskachevsky, S. Lehner, and W. Rosenthal, Ocean Dynamics **62**, 1335 (2012).
8. S. Birkholz, C. Brée, A. Demircan, and G. Steinmeyer, Phys. Rev. Lett. **114**, 213901 (2015).
9. N. Akhmediev, J. M. Soto-Crespo, A. Ankiewicz, and N. Devine, Phys. Lett. A **375**, 2999 (2011).
10. N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J. M. Soto-Crespo, and J. M. Dudley, Phys. Lett. A **375**, 541 (2011).
11. C. Bayindir, Phys. Lett. A **380**, 156 (2016).
12. A. Chabchoub, S. Neumann, N. P. Hoffmann, and N. Akhmediev, J. Geophys. Res. **117**, C00J03 (2012).
13. E. Pelinovsky, E. Shurgalina, and N. Chaikovskaya, Nat. Hazards Earth Sys. Sci. **11**, 127 (2011).
14. A. Slunyaev, E. Pelinovsky, C. Guedes Soares, Applied Ocean Research **27**, 12 (2005).
15. A. Slunyaev, E. Pelinovsky and C. Guedes Soares, J. Offshore Mech. Arct. Eng **136**(1), 011302 (2014).
16. V. E. Zakharov, J. Appl. Mech. Tech. Phys. **9**, 190 (1968).
17. T. B. Benjamin and J. E. Feir, J. Fluid Mech. **27**, 417 (1967).
18. M. Onorato, A. R. Osborne, and M. Serio, Phys. Fluids **14**, L25 (2002).
19. O. Gramstad and K. Trulsen, J. Fluid Mech. **582**, 463 (2007).
20. M. Onorato, T. Waseda, A. Toffoli, L. Cavaleri, O. Gramstad, P. A. E. M. Janssen, T. Kinoshita, J. Monbaliu, N. Mori, A. R. Osborne, M. Serio, C. T. Stansberg, H. Tamura, and K. Trulsen, Phys. Rev. Lett. **102**, 114502 (2009).
21. M. Onorato, L. Cavaleri, S. Fouques, O. Gramstad, P. A. E. M. Janssen, J. Monbaliu, A. R. Osborne, C. Pakozdi, M. Serio, C. T. Stansberg, A. Toffoli, and K. Trulsen, J. Fluid Mech. **627**, 235 (2009).
22. A. Toffoli, O. Gramstad, K. Trulsen, J. Monbaliu, E. Bitner-Gregersen, and M. Onorato, J. Fluid Mech. **664**, 313 (2010).
23. V. E. Zakharov, A. I. Dyachenko, and O. A. Vasilyev, Eur. J. Mech. B/Fluids **21**, 283 (2002).
24. A. I. Dyachenko and V. E. Zakharov, JETP Lett. **81**, 255 (2005).
25. V. E. Zakharov, A. I. Dyachenko, and A. O. Prokofiev, Eur. J. Mech. B/Fluids **25**, 677 (2006).
26. A. Chabchoub, N. P. Hoffmann, and N. Akhmediev, Phys. Rev. Lett. **106**, 204502 (2011).
27. M. Onorato, A. R. Osborne, and M. Serio, Phys. Rev. Lett. **96**, 014503 (2006).

28. P. K. Shukla, I. Kourakis, B. Eliasson, M. Marklund, and L. Stenflo, Phys. Rev. Lett. **97**, 094501 (2006).
29. V. P. Ruban, Phys. Rev. E **74**, 036305 (2006).
30. V. P. Ruban, Phys. Rev. Lett. **99**, 044502 (2007).
31. В. П. Рубан, ЖЭТФ **137**, 599 (2010).
32. В. П. Рубан, Письма в ЖЭТФ **97**, 788 (2013).
33. В. П. Рубан, ЖЭТФ **147**, 1068 (2015).
34. В. П. Рубан, Письма в ЖЭТФ **102**, 739 (2015).
35. V. P. Ruban and J. Dreher, Phys. Rev. E **72**, 066303 (2005).
36. V. P. Ruban, Eur. Phys. J. Special Topics **185**, 17 (2010).