Письма в ЖЭТФ, том 103, вып. 12, с. 872 – 877 © 2016 г. 25 июня

О дисперсионной зависимости магнитоплазмонов в планарной сверхрешетке на основе графена

П. В. Ратников[1)]

Институт общей физики им. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 мая 2016 г.

После переработки 10 мая 2016 г.

В рамках приближения хаотических фаз найдено дисперсионное соотношение для магнитоплазмонов в планарной сверхрешетке с периодическим чередованием областей бесщелевого графена и его щелевой модификации. Помимо вклада внутриминизонных виртуальных переходов в поляризационный оператор учтен вклад виртуальных переходов между нижней электронной и верхней дырочной минизонами.

DOI: 10.7868/S0370274X16120080

1. Введение. Коллективные возбуждения в бесщелевом графене в магнитном поле теоретически исследовались в ряде работ [1, 2]. Однако, меньшее внимание уделялось коллективным возбуждениям в щелевых модификациях графена в магнитном поле.

В настоящей статье рассматриваются магнитоплазмоны в планарной сверхрешетке (СР) на основе бесщелевого графена и его щелевой модификации (рис. 1). Мы используем модель, позволяющую аналитически найти дисперсионное соотношение для носителей заряда в такой СР [3]. Закон дисперсии плазмонов в ней был найден в работе [4].

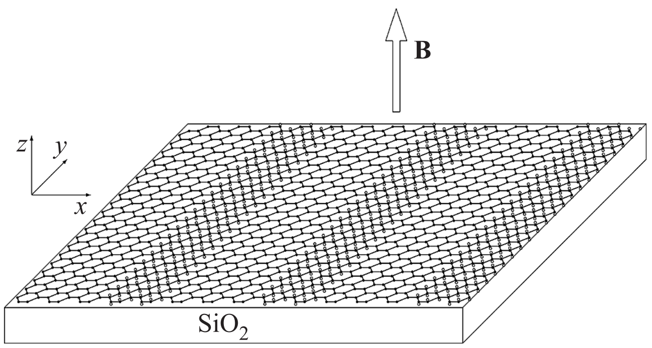

Рис. 1. Пример рассматриваемой системы: графен-графановая СР на подложке SiO_2 в магнитном поле $\mathbf{B}$ (положение атомов водорода условно обозначено незакрашенными кружками)

Экстремумы зон щелевой модификации графена, как и в бесщелевом графене, лежат в $\mathbf{k}$-пространстве в точках K и K' зоны Бриллюэна. В зонной структуре щелевых модификаций графена также имеются две долины. Основное отличие от бесщелевого графена – наличие энергетической щели между экстремумами зоны проводимости и валентной зоны. В общем случае середина щели смещена по энергии от положения точек K и K' бесщелевого графена (уровня $E = 0$) на величину работы выхода.

Чередование полосок бесщелевого графена и его щелевой модификации обеспечивает модуляцию в пространстве энергетической щели. Это эквивалентно приложению одномерного периодического потенциала. Энергетический спектр системы "разбивается" на более мелкие зоны – минизоны, разделенные минищелями.

В данной работе предлагается модель для описания рассматриваемой СР, в рамках которой носители заряда в разных долинах одинаково взаимодействуют с магнитным полем. Вообще же говоря, долинное вырождение можно снять, например, за счет одноосной деформации в плоскости графена [5].

2. Волновые функции и одночастичный энергетический спектр носителей заряда. В предыдущей работе [4] был введен эффективный гамильтониан для носителей заряда в долине K-точки в планарной СР на основе графена в отсутствии магнитного поля. Рассматривались два случая: 1) квазиодномерный (уровень Ферми попадает в минищель); 2) квазидвумерный (уровень Ферми находится в минизоне).

В этой работе будем считать, что в отсутствии магнитного поля реализуется более общий квазидвумерный случай. В присутствии магнитного поля в эффективный гамильтониан для носителей заряда в графеновой СР вместо оператора импульса $\widehat{\mathbf{p}} = -i\boldsymbol{\nabla}$ (в системе единиц с $\hbar = 1$) введем оператор $\widehat{\boldsymbol{\pi}} = \widehat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c}\mathbf{A}$, где e – заряд частиц, c – скорость света в вакууме, $\mathbf{A} = (0, Bx, 0)$ – векторный потенци-

[1)]e-mail: ratnikov@lpi.ru

ал магнитного поля $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. Плоскость (x, y) совпадает с плоскостью СР (см. рис. 1). Тогда эффективный гамильтониан для носителей заряда в долине K-точки имеет вид:

$$\widehat{H}_{\text{eff}}^{K} = v_{\perp}\sigma_x\widehat{\pi}_x + v_{\parallel}\sigma_y\widehat{\pi}_y - \sigma_z\Delta_{\text{eff}} + V_{\text{eff}}, \qquad (1)$$

где $v_{\perp}$ и $v_{\parallel}$ – эффективные скорости Ферми поперек и вдоль полосок бесщелевого графена и его щелевой модификации, причем $v_{\parallel} \simeq v_{\text{F}}$ (v_{F} – скорость Ферми в бесщелевом графене), а $v_{\perp} \ll v_{\parallel}$ вследствие малой вероятности туннелирования носителей заряда через области щелевой модификации графена. Значения скоростей $v_{\perp}$ и $v_{\parallel}$ подбираются так, чтобы закон дисперсии носителей заряда в отсутствии магнитного поля согласовался с дисперсионным соотношением для СР [4].

Матрицы Паули σ_x, σ_y и σ_z действуют в пространстве двух подрешеток гексагональной решетки графена или его щелевой модификации.

Для простоты здесь рассматривается нижняя электронная или верхняя дырочная минизоны. Они разделены минищелью $2\Delta_{\text{eff}}$. Если работа выхода в щелевых модификациях ненулевая, то середина этой минищели смещена по энергии по отношению к точкам K и K' бесщелевого графена на величину эффективной работы выхода V_{eff}.

В предположении $|V_{\text{eff}}| < \Delta_{\text{eff}} \ll \Delta_0$ (Δ_0 и V_0 – полуширина энергетической щели и работа выхода щелевой модификации графена, соответственно) получаем

$$\begin{gathered} \Delta_{\text{eff}} = \frac{\pi v_{\text{F}}}{2d_I}\left[1 - \frac{v_{\text{F}}}{d_I\Delta_0}\right], \\ V_{\text{eff}} = \frac{v_{\text{F}}}{d_I\Delta_0}V_0, \end{gathered} \qquad (2)$$

где d_I – ширина полосок бесщелевого графена, причем $v_{\text{F}}/d_I \ll \Delta_0$. Также условием применимости формул (2) является неравенство $\Delta_0 \gtrsim 2v_{\text{F}}/d_{II}$, где d_{II} – ширина полосок щелевой модификации графена [4].

Эффективный гамильтониан для носителей заряда в долине K'-точки есть

$$\widehat{H}_{\text{eff}}^{K'} = v_{\perp}\sigma_x\widehat{\pi}_x - v_{\parallel}\sigma_y\widehat{\pi}_y + \sigma_z\Delta_{\text{eff}} + V_{\text{eff}}. \qquad (3)$$

Массовый член (третье слагаемое) записан с противоположным знаком, чем в гамильтониане (1). Это обеспечивает унитарную эквивалентность $\widehat{H}_{\text{eff}}^{K}$ и $\widehat{H}_{\text{eff}}^{K'}$. Они преобразуются друг в друга унитарным преобразованием:

$$\widehat{H}_{\text{eff}}^{K'} = U\widehat{H}_{\text{eff}}^{K}U^{\dagger}, \quad U = \sigma_x. \qquad (4)$$

Прямым следствием этого является эквивалентность их энергетических спектров.

Введем безразмерную переменную

$$\xi = \sqrt{\frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}}}\left(\frac{x}{l_B} + l_B k_y\right), \qquad (5)$$

где k_y – y-компонента квазиимпульса, а l_B – магнитная длина

$$l_B = \sqrt{\frac{c}{|e|B}}. \qquad (6)$$

Собственные волновые функции гамильтониана (1) для уровней Ландау $n = 1, 2, \ldots$ для электронов и дырок есть

$$\begin{aligned} \Psi_{nk_y}^{Ke(\pm)}(x, y) &= C_n^{(\pm)}\begin{pmatrix} A_n^{(\pm)}\phi_{n-1}(\xi) \\ \phi_n(\xi) \end{pmatrix}\frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{L_y}}, \\ \Psi_{nk_y}^{Kh(\pm)}(x, y) &= C_n^{(\pm)}\begin{pmatrix} \phi_n(\xi) \\ -A_n^{(\pm)}\phi_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}\frac{e^{-ik_y y}}{\sqrt{L_y}}, \end{aligned} \qquad (7)$$

где L_y – размер системы вдоль оси y; знак "(+)" соответствует положительно-частотным решениям, а знак "(−)" – отрицательно-частотным решениям. Здесь для определенности положительно-частотными решениями считаются решения, отвечающие принятым здесь знакам энергии частиц: для электронов $E > 0$, для дырок $E < 0$; отрицательно-частотные решения получаются из положительно-частотных решений сменой знака энергии $\widetilde{E} = E - V_{\text{eff}}$. В выражении (7) введены коэффициенты

$$A_n^{(\pm)} = \mp i\frac{\sqrt{2v_{\perp}v_{\parallel}n}}{l_B(\varepsilon_n \pm \Delta_{\text{eff}})}, \quad C_n^{(\pm)} = \left(1 + |A_n^{(\pm)}|^2\right)^{-1/2},$$

где $\varepsilon_n = \sqrt{\Delta_{\text{eff}}^2 + 2v_{\perp}v_{\parallel}\frac{|e|}{c}Bn}$, и функции

$$\phi_n(\xi) = \frac{H_n(\xi)e^{-\xi^2/2}}{\left(2^n n!\pi^{1/2}l_B^*\right)^{1/2}},$$

где $l_B^* = \sqrt{\frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}}}l_B$, $H_n(\xi)$ – полиномы Эрмита.

Положительно-частотные решения для уровня Ландау $n = 0$

$$\begin{aligned} \Psi_{0k_y}^{Ke(+)}(x, y) &= \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0(\xi) \end{pmatrix}\frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{L_y}}, \\ \Psi_{0k_y}^{Kh(+)}(x, y) &= \begin{pmatrix} \phi_0(\xi) \\ 0 \end{pmatrix}\frac{e^{-ik_y y}}{\sqrt{L_y}} \end{aligned} \qquad (8)$$

совпадают с решением (7) для $n = 0$, если принять во внимание, что $A_0^{(+)} = 0$ и $C_0^{(+)} = 1$. Однако ситуация иная в случае с отрицательно-частотными решениями для $n = 0$: в коэффициенте $A_0^{(-)}$ возникает неопределенность вида 0/0. Эти решения равны

$$\Psi_{0k_y}^{Ke(-)}(x, y) = C_0^{(-)} \begin{pmatrix} \widetilde{\phi}_0(\xi) \\ \phi_0(\xi) \end{pmatrix} \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{L_y}},$$
$$\Psi_{0k_y}^{Kh(-)}(x, y) = C_0^{(-)} \begin{pmatrix} \phi_0(\xi) \\ -\widetilde{\phi}_0(\xi) \end{pmatrix} \frac{e^{-ik_y y}}{\sqrt{L_y}}, \tag{9}$$

где введена функция

$$\widetilde{\phi}_0(\xi) = \frac{i\pi^{1/4} l_B^{*1/2} \Delta_{\text{eff}}}{v_\perp} [1 - \Phi(\xi)] e^{\xi^2/2},$$

$$\Phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi^2} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt.$$

Нормировочный множитель $C_0^{(-)}$ равен

$$C_0^{(-)} = (1 + I)^{-1/2}, \; I = \int_{-\infty}^{\infty} |\widetilde{\phi}_0|^2 dx = \frac{\sqrt{\pi} l_B^{*2} \Delta_{\text{eff}}^2}{v_\perp^2} \widetilde{I},$$
$$\widetilde{I} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\xi^2} [\Phi(\xi) - 1]^2 d\xi \approx 0.78.$$

Волновые функции гамильтониана (3) получаются из волновых функций гамильтониана (1) согласно преобразованию (5)

$$\Psi_{nk_y}^{K'e,h(\pm)}(x, y) = \sigma_x \Psi_{nk_y}^{Ke,h(\pm)}(x, y). \tag{10}$$

Заметим, что для обеих долин волновые функции электронов и дырок связаны преобразованием зарядового сопряжения[2)]

$$\Psi_{nk_y}^{K,K'h(\pm)}(x, y) = \widehat{\mathcal{C}} \Psi_{nk_y}^{K,K'e(\pm)}(x, y), \tag{11}$$

где $\widehat{\mathcal{C}} = \sigma_x \widehat{\mathbb{C}}$ – оператор зарядового сопряжения, $\widehat{\mathbb{C}}$ – оператор комплексного сопряжения.

Энергетический спектр (1) и (3) равен

$$E_n^{e,h} = V_{\text{eff}} \pm \varepsilon_n, \tag{12}$$

где плюс для электронов, минус для дырок.

[2)] В релятивистской квантовой теории оператор зарядового сопряжения определяется как

$$\widehat{\mathcal{C}} = i\gamma_2 \widehat{\mathbb{C}},$$

где $\gamma_2 = \gamma_0 \alpha_2$ – γ-матрица, выражаемая через α-матрицу, стоящую в гамильтониане Дирака в члене с оператором $\widehat{p}_y$; в стандартном представлении $\gamma_0 = \beta$ – матрица, стоящая в массовом члене [6]. Здесь $\alpha_2 = \sigma_y$ и $\beta = \sigma_z$, тогда $\gamma_2 = -i\sigma_x$.

Подчеркнем, описание рассматриваемой системы посредством введения эффективных гамильтонианов (1) и (3) применимо, когда потенциал СР является определяющим в сравнении с квантованием Ландау: $v_\perp v_\parallel / l_B^2 \ll \Delta_{\text{eff}}^2$. Это условие всегда выполняется при $l_B \gg d$ ($d = d_I + d_{II}$ – период СР).

В случае $\Delta_{\text{eff}} = 0$ найденные волновые функции (положительно-частотные решения) согласуются с волновыми функциями носителей заряда в бесщелевом графене в магнитном поле (см. работу [1] и цитированные в ней работы). В случае $\Delta_{\text{eff}} \neq 0$ нулевой уровень Ландау в каждой долине невырожден, а все остальные – двукратно вырождены.

3. Функция Грина. Для нахождения функции Грина нам потребуется гамильтониан системы невзаимодействующих одночастичных возбуждений, записанный через операторы вторичного квантования:

$$\widehat{H}_0 = \sum_{n,\, k_y} \widetilde{E}_n^e \widehat{a}_{nk_y}^\dagger \widehat{a}_{nk_y} + \sum_{n,\, k_y} \widetilde{E}_n^h \widehat{b}_{nk_y} \widehat{b}_{nk_y}^\dagger, \tag{13}$$

где $\widetilde{E}_n^e = E_n^e - V_{\text{eff}} = \varepsilon_n$ и $\widetilde{E}_n^h = E_n^h - V_{\text{eff}} = -\varepsilon_n$ (здесь и далее будем отсчитывать энергию от уровня $E = V_{\text{eff}}$), $\widehat{a}_{nk_y}$ и $\widehat{b}_{nk_y}$ – операторы уничтожения соответственно электрона и дырки на уровне Ландау n с y-компонентой квазиимпульса k_y, а $\widehat{a}_{nk_y}^\dagger$ и $\widehat{b}_{nk_y}^\dagger$ – операторы их рождения.

Операторы электронного и дырочного полей для долины K-точки записываются в виде разложений по операторам вторичного квантования:

$$\widehat{\Psi}_{k_y}^{Ke} = \sum_n \Psi_{nk_y}^{Ke(+)} \widehat{a}_{nk_y} + \sum_n \Psi_{nk_y}^{Ke(-)} \widehat{b}_{nk_y}^\dagger, \tag{14}$$

$$\widehat{\Psi}_{k_y}^{Kh} = \sum_n \Psi_{nk_y}^{Kh(+)} \widehat{b}_{nk_y} + \sum_n \Psi_{nk_y}^{Kh(-)} \widehat{a}_{nk_y}^\dagger. \tag{15}$$

Здесь для краткости опущены аргументы x и y. Для долины K'-точки запись Ψ-операторов аналогичная: в них входят волновые функции $\Psi_{nk_y}^{K'e(\pm)}(x, y)$ и $\Psi_{nk_y}^{K'h(\pm)}(x, y)$.

Определим оператор разности числа электронов и дырок

$$\widehat{N}_0 = \sum_{n,\, k_y} \widehat{a}_{nk_y}^\dagger \widehat{a}_{nk_y} - \sum_{n,\, k_y} \widehat{b}_{nk_y}^\dagger \widehat{b}_{nk_y}. \tag{16}$$

Учитывая коммутационные соотношения для операторов вторичного квантования и опуская несущественную константу, запишем оператор

$$\widehat{H}_0' = \widehat{H}_0 - \widetilde{\mu} \widehat{N}_0 =$$
$$= \sum_{n,\, k_y} (\varepsilon_n - \widetilde{\mu}) \widehat{a}_{nk_y}^\dagger \widehat{a}_{nk_y} + \sum_{n,\, k_y} (\varepsilon_n + \widetilde{\mu}) \widehat{b}_{nk_y}^\dagger \widehat{b}_{nk_y},$$

где $\widetilde{\mu} = \mu - V_{\text{eff}}$, μ – химический потенциал.

Запишем Ψ-операторы (14) и (15) в представлении взаимодействия [7]

$$\widehat{\Psi}^{Ke}_{k_y}(x,\,y,\,t) = e^{i\widehat{H}'_0 t}\widehat{\Psi}^{Ke}_{k_y}(x,\,y)e^{-i\widehat{H}'_0 t} =$$
$$= \sum_n \Psi^{Ke(+)}_{nk_y}(x,\,y)\widehat{a}_{nk_y}(t) + \sum_n \Psi^{Ke(-)}_{nk_y}(x,\,y)\widehat{b}^{\dagger}_{nk_y}(t),$$

$$\widehat{\Psi}^{Kh}_{k_y}(x,\,y,\,t) = e^{i\widehat{H}'_0 t}\widehat{\Psi}^{Kh}_{k_y}(x,\,y)e^{-i\widehat{H}'_0 t} =$$
$$= \sum_n \Psi^{Kh(+)}_{nk_y}(x,\,y)\widehat{b}_{nk_y}(t) + \sum_n \Psi^{Kh(-)}_{nk_y}(x,\,y)\widehat{a}^{\dagger}_{nk_y}(t),$$

где введены операторы:

$$\begin{aligned} \widehat{a}_{nk_y}(t) &= \widehat{a}_{nk_y}e^{-i(\varepsilon_n - \widetilde{\mu})t}, \\ \widehat{b}_{nk_y}(t) &= \widehat{b}_{nk_y}e^{-i(\varepsilon_n + \widetilde{\mu})t}, \end{aligned} \tag{17}$$

а $\widehat{a}^{\dagger}_{nk_y}(t)$, $\widehat{b}^{\dagger}_{nk_y}(t)$ – эрмитово-сопряженные к ним.

Функция Грина невзаимодействующих частиц определяется стандартно [8]

$$G^{Ke,h}_{0\alpha\beta}(x,\,x',\,y-y',\,t-t') =$$
$$= -i\langle \mathrm{T}\widehat{\Psi}^{Ke,h}_{k_y\alpha}(x,\,y,\,t)\widehat{\overline{\Psi}}^{Ke,h}_{k_y\beta}(x',\,y',\,t')\rangle, \tag{18}$$

где угловые скобки означают статистическое усреднение, T – оператор упорядочивания по времени, α и β – псевдоспиновые индексы, $\alpha,\beta = 1,2$; $\widehat{\overline{\Psi}}^{Ke,h}_{k_y\beta}(x',\,y',\,t') = \widehat{\Psi}^{Ke,h\dagger}_{k_y\beta}(x',\,y',\,t')\gamma_0$ – дираковски-сопряженный спинор.

Вычисляя средние от пар операторов (17) и перейдя от времени $t-t'$ к частоте ω и от координаты $y-y'$ к квазиимпульсу k_y, получаем функцию Грина в смешанном $x-k_y$-представлении:

$$G^{Ke}_{0\alpha\beta}(x,\,x';\,k_y,\,\omega) =$$
$$= \sum_n \frac{\Psi^{Ke(+)}_{nk_y\alpha}(x)\overline{\Psi}^{Ke(+)}_{nk_y\beta}(x')}{\omega - \varepsilon_n + \widetilde{\mu} - i\delta\operatorname{sign}(\widetilde{\mu} - \varepsilon_n)} +$$
$$+ \sum_n \frac{\Psi^{Ke(-)}_{nk_y\alpha}(x)\overline{\Psi}^{Ke(-)}_{nk_y\beta}(x')}{\omega + \varepsilon_n + \widetilde{\mu} - i\delta\operatorname{sign}(\widetilde{\mu} + \varepsilon_n)}. \tag{19}$$

Здесь и ниже для краткости записи взяты волновые функции без множителей $e^{\pm ik_y y}/\sqrt{L_y}$; $\delta \to +0$.

Отметим, что функция Грина (19) формально совпадает с функцией Грина релятивистского электрона, полученной с использованием Ψ-операторов в *представлении Фарри*, если положить $\widetilde{\mu} = 0$ [9].

Выражение функции Грина дырки аналогично выражению (19) – в числителе дробей стоят соответствующие произведения волновых функций дырки, а в знаменателе $\widetilde{\mu}$ входит с противоположным знаком.

Учитывая связь решений из разных долин (10), получаем для функций Грина электрона и дырки в долине K'-точки

$$G^{K'e,h}_0(x,\,x';\,k_y,\,\omega) = -\sigma_x G^{Ke,h}_0(x,\,x';\,k_y,\,\omega)\sigma_x. \tag{20}$$

4. Поляризационный оператор. Эта величина дается петлевой диаграммой (рис. 2). В случае элек-

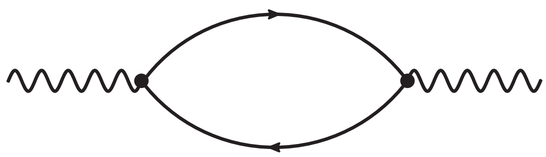

Рис. 2. Петлевая диаграмма. В вершинах стоят матрицы γ_0

тронов она равна [4]

$$\Pi^e(x,\,x';\,k_y,\,\omega) = -igd\int\frac{dp_y}{2\pi}\int\frac{d\varepsilon}{2\pi}\times \tag{21}$$
$$\times\,\mathrm{Tr}\{\gamma_0 G^{Ke}_0(x,x';p_y,\varepsilon)\gamma_0 G^{Ke}_0(x,x';p_y+k_y,\varepsilon+\omega)\},$$

где $g = g_s g_v$ – кратность вырождения ($g_s = 2$ – кратность вырождения по спину, $g_v = 2$ – кратность вырождения по долинам).

Здесь для определенности записаны функции Грина электрона в долине K-точки. Воспользовавшись соотношением (20), легко убедиться, что выражение (21) совпадает с выражением для $\Pi^e(x,\,x';\,k_y,\,\omega)$, записанным через функции Грина электрона в долине K'-точки.

Поляризационный оператор для дырок $\Pi^h(x,\,x';\,k_y,\,\omega)$ записывается через функции Грина дырки аналогично выражению (21). Нетрудно убедиться, исходя из вида функции Грина дырки и связи дырочных решений с электронными (11), что $\Pi^h(x,\,x';\,k_y,\,\omega)$ отличается от $\Pi^e(x,\,x';\,k_y,\,\omega)$ только тем, что $\widetilde{\mu}$ входит с противоположным знаком. Поляризационный оператор дырок также одинаков для обеих долин.

Как и в случае без магнитного поля [4], поляризационный оператор (21) следует перенормировать, поскольку он не стремится к нулю в отсутствие носителей заряда, когда $|\widetilde{\mu}| < \Delta_{\text{eff}}$. Наложим следующее условие перенормировки:

$$\Pi^e_{\text{Ren}}(x,\,x';\,k_y,\,\omega) =$$
$$= \Pi^e(x,\,x';\,k_y,\,\omega) - \Pi^e(x,\,x';\,k_y,\,\omega)\big|_{|\widetilde{\mu}|<\Delta_{\text{eff}}}. \tag{22}$$

Поляризационный оператор имеет вид:

$$\Pi^e_{\text{Ren}}(x,\,x';\,k_y,\,\omega) = gd\int\frac{dp_y}{2\pi}F(\xi,\,\xi';\,\eta,\,\eta'), \tag{23}$$

где введены переменные

$$\xi = \sqrt{\frac{v_\parallel}{v_\perp}} \left(\frac{x}{l_B} + l_B p_y \right),$$
$$\xi' = \sqrt{\frac{v_\parallel}{v_\perp}} \left(\frac{x'}{l_B} + l_B p_y \right),$$

а переменные η и η' отличаются соответственно от ξ и ξ' заменой $p_y \to p_y + k_y$.

Функция $F(\xi,\, \xi';\, \eta,\, \eta')$ выражается наиболее просто в случае, когда заполнен только нулевой уровень Ландау:

$$F(\xi,\, \xi';\, \eta,\, \eta') = \\ = \sum_{s=\pm} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\varepsilon_n - s\varepsilon_0)}{\omega^2 - (\varepsilon_n - s\varepsilon_0)^2 + si\delta \mathrm{sign}\omega} \times \\ \times |C_n^{(s)}|^2 \phi_n(\xi)\phi_n(\xi')\phi_0(\eta)\phi_0(\eta'). \quad (24)$$

Здесь сумма при $s = +$ представляет собой вклад положительно-частотных решений (внутриминизонных виртуальных переходов), а сумма при $s = -$ является вкладом отрицательно-частотных решений (межминизонных виртуальных переходов).

Есть еще одно существенное упрощение: интегралы по p_y от $\phi_n(\xi)\phi_n(\xi')\phi_0(\eta)\phi_0(\eta')$ зависят лишь от $x - x'$ также, как и для носителей заряда с квадратичным законом дисперсии [10]. Вычисляя эти интегралы и проводя Фурье преобразование от $x - x'$ к k_x, находим поляризационный оператор в импульсном представлении

$$\Pi^e_{\mathrm{Ren}}(\mathbf{k},\, \omega) = \\ = \frac{gd}{2\pi l_B^2} \sum_{s=\pm} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\varepsilon_n - s\varepsilon_0)}{\omega^2 - (\varepsilon_n - s\varepsilon_0)^2 + si\delta \mathrm{sign}\omega} \times \\ \times \frac{|C_n^{(s)}|^2}{n!} \left(\frac{\chi^2}{2} \right)^n e^{-\chi^2/2}, \quad (25)$$

где введена переменная

$$\chi^2 = \frac{v_\perp^2 k_x^2 + v_\parallel^2 k_y^2}{v_\perp v_\parallel} l_B^2.$$

5. Закон дисперсии магнитоплазмонов. Для простоты ограничимся случаем заселения только нулевого уровня Ландау (электронов или дырок). Закон дисперсии коллективных возбуждений в плазме в приближении хаотических фаз определяется уравнением

$$1 - V(\mathbf{k})\Pi^e_{\mathrm{Ren}}(\mathbf{k},\, \omega) = 0, \quad (26)$$

где $V(\mathbf{k})$ – кулоновское взаимодействие между носителями заряда в СР.

В нашем случае оно такое же, как у периодически расположенных параллельных друг другу в одной плоскости полупроводниковых нитей. В такой системе кулоновское взаимодействие зарядов из двух нитей, разделенных расстоянием νd, есть [11]

$$V(\nu,\, k_y) = 2\widetilde{e}^2 K_0\left(d|\nu k_y|\right), \quad (27)$$

где d – расстояние между полосками бесщелевого графена (совпадает с периодом СР); ν – номер полоски (сверхъячейки СР); $\widetilde{e}^2 = e^2/\kappa_{\mathrm{eff}}$ и $\kappa_{\mathrm{eff}} = (\kappa_1 + \kappa_2)/2$ – эффективная статическая диэлектрическая проницаемость, определяемая статическими диэлектрическими проницаемостями κ_1 и κ_2 сред, окружающих графен, например, вакуум и материал подложки; $K_0(x)$ – функция Макдональда.

Перейдем от дискретной переменной номера полоски ν к поперечному импульсу k_x ($-\pi/d \le k_x \le \le \pi/d$) аналогично работе [11]

$$V(\mathbf{k}) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} V(\nu,\, k_y) e^{i\nu k_x d} = \\ = 2\widetilde{e}^2 K_0\left(\frac{d_I}{2}|k_y|\right) + 4\widetilde{e}^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \cos(\nu k_x d) K_0\left(\nu d |k_y|\right), \quad (28)$$

где d_I – ширина полосок бесщелевого графена.

Выражение (28) упрощается в интересующем нас случае малой ширины полосок щелевой модификации графена $d_{II} \ll d_I$ [11]

$$V(\mathbf{k}) = 2\widetilde{e}^2 \ln \frac{d}{\pi d_I} + \\ + \left[-2C - 2\psi\left(\frac{k_x d}{2\pi} + \frac{1}{2} \right) + \pi \,\mathrm{tg}\, \frac{k_x d}{2} \right] \widetilde{e}^2 + o(k_y d), \quad (29)$$

где $C = 0.577\ldots$ – постоянная Эйлера, $\psi(x)$ – ψ-функция Эйлера. На границах минизоны ($k_x = = \pm\pi/d$) из выражения (28) получаем аналогично работе [11]

$$V(\mathbf{k}) = 2\widetilde{e}^2 \ln \frac{d}{\pi d_I} + \frac{2\pi \widetilde{e}^2}{|k_y| d} + o(k_y d). \quad (30)$$

6. Численные расчеты частот магнитоплазмонов. Для численных расчетов в качестве примера СР возьмем графен-графановую СР, образованную чередованием полосок бесщелевого графена шириной $d_I = 8.52$ нм и полосок графана шириной $d_{II} = 0.852$ нм. Период СР $d = d_I + d_{II} = 9.372$ нм.

Для графана $\Delta = 2.7$ эВ [12]. Для простоты положим $V_{\mathrm{eff}} = 0$. Тогда из расчетов дисперсионной зависимости носителей заряда находим $\Delta_{\mathrm{eff}} = = 98.56$ мэВ, причем на границе нижней электронной минизоны $E = 102.76$ мэВ. Пусть химический потенциал $\widetilde{\mu} = 100$ мэВ, тогда в окрестности $E = \widetilde{\mu}$ находим $v_\perp \approx 0.19 \cdot 10^8$ см/с, в то время как $v_\parallel \approx v_F = 0.85 \cdot 10^8$ см/с [13]. Напряженность магнитного поля $B = 5$ Тл. Магнитная длина $l_B = 11.47$ нм. Заселен только нулевой уровень Ландау: $\varepsilon_0 = \Delta_{\text{eff}}$, $\varepsilon_1 = 103.79$ мэВ и $\varepsilon_0 < \widetilde{\mu} < \varepsilon_1$. Эффективная статическая диэлектрическая проницаемость $\kappa_{\text{eff}} = 5$.

Рассчитаем зависимость частот магнитоплазмонов на границе минизоны $k_x = \pm\pi/d$ от компоненты квазиимпульса k_y. Результаты для пяти нижних ветвей спектра магнитоплазмонов представлены на рис. 3. Горизонтальными пунктирными прямыми очерчены резонансные частоты, отвечающие ненулевой мнимой части поляризационного оператора: $\omega_n = \varepsilon_n - \varepsilon_0$ для $n = 1, 2, \ldots, 6$. Причем дисперсионные кривые магнитоплазмонов не пересекаются с этими горизонтальными прямыми, лишь асимптотически стремясь к ним при $k_y l_B \gg 1$.

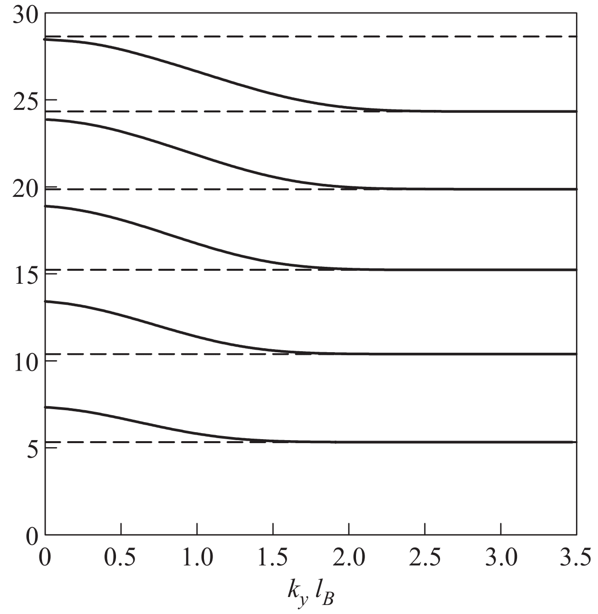

Рис. 3. Дисперсия магнитоплазмонов в графен-графановой СР на границе минизоны

7. Выводы. В этой работе аналитически в рамках приближения хаотических фаз исследован вопрос о дисперсии магнитоплазмонов в планарных СР на основе графена. Ввиду того, что нижняя электронная и верхняя дырочная минизоны достаточно близко расположены по энергии друг к другу, СР ведет себя, как анизотропный узкощелевой полупроводник. Стандартным способом была получена функция Грина носителей заряда. По найденной функции Грина был вычислен в нулевом приближении по взаимодействию поляризационный оператор. Помимо вклада внутриминизонных виртуальных переходов поляризационный оператор содержит также вклад межминизонных виртуальных переходов, что позволяет явно учесть его в дисперсионной зависимости магнитоплазмонов в рассматриваемой системе.

Автор благодарит А. П. Силина за дискуссию и ценные советы при написании статьи.

1. Ю. Е. Лозовик, С. П. Меркулова, А. А. Соколик, УФН **178**, 757 (2008).
2. O. L. Berman, G. Gumbs, and Yu. E. Lozovik, Phys. Rev. B **78**, 085401 (2008).
3. П. В. Ратников, Письма в ЖЭТФ **90**, 515 (2009).
4. П. В. Ратников, А. П. Силин, Письма в ЖЭТФ **102**, 823 (2015).
5. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, М. (1972).
6. Дж. Д. Бьеркен, С. Д. Дрелл, *Релятивистская квантовая теория, т. 1; Релятивистская квантовая механика*, Наука, М. (1978), с. 72.
7. В. Н. Цытович, ЖЭТФ **40**, 1775 (1961).
8. J. González, F. Guinea, and M. A. H. Vozmediano, Nucl. Phys. B **424**, 595 (1994).
9. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, М. (1980), § 109.
10. И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик, ЖЭТФ **74**, 274 (1978).
11. Е. А. Андрюшин, А. П. Силин, ФТТ **35**, 324 (1993).
12. S. Lebègue, M. Klintenberg, O. Eriksson, and M. I. Katsnelson, Phys. Rev. B **79**, 245117 (2009).
13. D. C. Elias, R. V. Gorbachev, A. S. Mayorov, S. V. Morozov, A. A. Zhukov, P. Blake, L. A. Ponomarenko, I. V. Grigorieva, K. S. Novoselov, F. Guinea, and A. K. Geim, Nat. Phys. **7**, 701 (2011).