Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 6, стр. 305 — 307 25 сентября 1991 г.

О СИЛЬНЫХ ПОПРАВКАХ К АБЕЛЕВОЙ АКСИАЛЬНОЙ АНОМАЛИИ

Г.Т.Габададзе, А.А.Пивоваров

Институт ядерных исследований АН СССР
117312, Москва

Поступила в редакцию 1 июля 1991 г.

Вычислены ведущие поправки по константе сильных взаимодействий $\bar{\alpha}_s$ к выражению для аксиальной абелевой аномалии. Результат имеет вид

$$\partial^\alpha J^5_\alpha = \frac{\alpha}{4\pi} F\tilde{F}(1 + C_F \frac{\bar{\alpha}_s}{\pi})$$

при нормировке аксиального тока $\gamma^\alpha(< q|J^5_\alpha|q >^{\text{one loop}} - < q|J^5_\alpha|q >^{\text{tree}}) = 0$.

Аномалии играют важную роль в современной теории элементарных частиц (в качестве обзора см., например, [1]). Абелева аксиальная аномалия, впервые обнаруженная и исследованная более двадцати лет назад [2], дает предсказание для ширины распада нейтрального пиона, блестяще согласующееся с экспериментом [3]. В последнее время в литературе довольно широко обсуждался вопрос о поправках теории возмущений к выражениям для аномалий (например, см. работу [4] и цитированную в ней литературу). Теорема Адлера - Бардина [5] гарантирует лишь отсутствие аномалий в высших петлях, если они не появляются в простых однопетлевых диаграммах. Что же касается поправок к существующим аномалиям, то говорить о них на языке операторных соотношений вида, например,

$$\partial^\alpha J^5_\alpha = \frac{\alpha}{4\pi} F\tilde{F}, \tag{1}$$

где J^5_α - третья компонента абелева аксиального изотриплета, $J^5_\alpha = (\bar{u}\gamma_\alpha\gamma_5 u - \bar{d}\gamma_\alpha\gamma_5 d)/2$, а $F_{\mu\nu}$ - тензор напряженности электромагнитного поля, имеет смысл только тогда, когда жестко зафиксированы определения составных операторов, J^5_μ и $F\tilde{F}$, входящих в (1) в соответствующем порядке пертурбативного разложения.

В настоящей работе представлены результаты вычисления поправок за счет сильных взаимодействий к выражению для абелевой аксиальной аномалии.

Трехточечная функция Грина, удовлетворяющая условиям бозе-симметрии в кинематике $k_1^2 = k_2^2$, k_1, k_2-импульсы фотонов, может быть разложена по трем независимым тензорным структурам, которые мы выбираем в виде

$$T^{\mu\nu\alpha}(k_1, k_2) = \int < 0|TJ^\mu(x)J^\nu(y)J^{5\alpha}(0)|0 > e^{ik_1x+ik_2y}dxdy =$$

$$(q^\mu\epsilon^{\nu\alpha\rho\tau}p_\rho q_\tau + q^\nu\epsilon^{\mu\alpha\rho\tau}p_\rho q_\tau)F_1(q^2, p^2, pq) + (p^\mu\epsilon^{\nu\alpha\rho\tau}p_\rho q_\tau - p^\nu\epsilon^{\mu\alpha\rho\tau}p_\rho q_\tau)F_2(q^2, p^2, pq) +$$
$$+\epsilon^{\mu\nu\alpha\tau}q_\tau F_3(q^2, p^2, pq), \tag{2}$$

где $k_1 = p + q$, $k_2 = p - q$, J_μ - электромагнитный ток.

Сохранение векторного тока $\partial^\mu J_\mu = 0$ приводит к уравнениям для инвариантных амплитуд F_i

$$k_{1\mu}T^{\mu\nu\alpha}(k_1, k_2) = 0 = \epsilon^{\nu\alpha\rho\tau}p_\rho q_\tau(q^2 F_1 + p^2 F_2 + F_3), \tag{3a}$$

$$k_{2\mu}T^{\mu\nu\alpha}(k_1,k_2) = 0 = -\epsilon^{\mu\alpha\rho\tau}p_\rho q_\tau(q^2F_1 + p^2F_2 + F_3), \tag{3б}$$

а взятие дивергенции аксиального тока дает уравнение вида

$$p_\alpha T^{\mu\nu\alpha}(k_1,k_2) = \epsilon^{\mu\nu\rho\tau}p_\rho q_\tau F_3. \tag{4}$$

Переходя в уравнении (3) к пределу $q^2 \to \infty$, p^2 фиксировано, получаем

$$\lim_{q^2\to\infty} q^2F_1(q^2,p^2,pq) = -F_3. \tag{5}$$

Соотношение (5) играет ключевую роль для всего последующего рассмотрения. Легко видеть, что амплитуда F_1 конечна в ведущем порядке и не требует регуляризации. Симметризуя величину $T_{\mu\nu\alpha}$ по μ и ν, что приводит к выделению только инвариантной функции F_1 из всей амплитуды $T_{\mu\nu\alpha}$, после элементарного интегрирования получаем

$$\lim_{q^2\to\infty} q^2F_1 = \pi^{-2},$$

что после использования соотношений (4) - (5) дает правильное выражение для аномалии (1).

Перейдем к вычислению поправок к трехточечной функции (2) за счет сильных взаимодействий. Сумма всех двухпетлевых диаграмм конечна в силу тождеств Уорда для векторного тока и для расходящихся вкладов аксиального тока, однако, имеется произвол в определении конечной части аксиального тока в этом порядке по константе сильной связи $\bar{\alpha}_s$, поскольку для его фиксирования нет никакого требования симметрии в отличие от векторного тока. Этот произвол и задает нормировку аксиального тока, аномальную дивергенцию которого мы вычисляем. Практически для вычисления двухпетлевых интегралов удобно использовать калибровку Ландау и промежуточную размерную регуляризацию, причем нет необходимости доопределять γ_5-матрицу. Поправки к пропагатору безмассового фермиона в калибровке Ландау равны нулю. Остановимся чуть подробнее на вычислении вершин. Например, вклад диаграммы, связанной с поправкой в аксиальную вершину, в инвариантную амплитуду F_1 конечен в калибровке Ландау и также не требует регуляризации. Используя цикличность шпура, запишем выражение для этой диаграммы в виде $\mathrm{tr}(\gamma_5\Gamma_{\mu\nu\alpha}(p,q))$, где

$$\Gamma_{\mu\nu\alpha}(p,q) = \int dkdl S(k-p)\gamma^\sigma S(l-p)\gamma_\nu S(l-q)\gamma_\mu S(l+p)\gamma^\tau S(k+p)\gamma_\alpha D_{\sigma\tau}(k-l) + (\mu\to\nu),$$

$S(p) = \hat{p}^{-1}$ - пропагатор фермиона, $D_{\sigma\tau}(k) = (g_{\sigma\tau} - k_\sigma k_\tau/k^2)/k^2$ - пропагатор глюона в данном приближении в калибровке Ландау. Максимальное число γ-матриц, входящее в выражение для интеграла $\Gamma_{\mu\nu\alpha}(p,q)$ может быть равно четырем. Результат имеет вид

$$(16\pi^2)^2\Gamma^{\mu\nu\alpha}(p,q) = 144(q^\mu\gamma^\nu\gamma^\alpha\hat{p}\hat{q} + (\mu\to\nu)) + \text{другие структуры}$$

(именно для его вычисления использовалась размерная регуляризация, хотя полученное значение не зависит от регуляризации вовсе).

Собирая вместе все результаты получаем для амплитуды F_1 выражение

$$\lim_{q^2\to\infty} q^2F_1 = \pi^{-2}(1 + C_F\frac{\bar{\alpha}_s}{\pi}), \tag{6}$$

где $\Sigma_{\alpha=1}^{8} t^{\alpha} t^{\alpha} = C_F 1$.

Вернемся теперь к нормировке аксиального тока и рассмотрим амплитуду $< q|J_{\alpha}^{5}|q >$, где $|q >$ - состояние кварка в фоковском пространстве.

Сворачивая это выражение с γ_{α}, получаем

$$\gamma^{\alpha}(< q|J_{\alpha}^{5}|q >^{\text{one loop}} - < q|J_{\alpha}^{5}|q >^{\text{tree}}) = 0.$$

Мы надеемся обсудить феноменологические следствия нашего результата (6) в отдельной публикации.

1. Морозов А.Ю. УФН, 1986, 150, 337.
2. Adler S. Phys. Rev., 1969, 177, 2426; Bell J.S., Jackiw R. Nuovo Cim., 1969, A60, 47.
3. Группа данных по частицам Phys. Lett., 1990, B239, 1.
4. Ансельм А.А., Иогансен А.А. ЯФ, 1990, 52, 882.
5. Adler S., Bardeen W. Phys. Rev., 1969, 182, 1517.