Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 6, стр. 319 — 321 25 сентября 1991 г.

О ВЕЛИЧИНЕ БУТСТРЕП ТОКА В ТОКАМАКЕ

В.Д.Пустовитов

Институт атомной энергии им. И.В.Курчатова
123182, Москва

Поступила в редакцию 12 августа 1991 г.

В рамках модели Хиршмана, учитывающей эффекты конечного аспектного отношения, рассчитывается бутстреп ток в токамаке круглого сечения с $T_e = T_i$. Получены оценки неоклассического бутстреп тока сверху и снизу.

Поддержание тока является одной из ключевых проблем для токамаков, решение которой позволит сделать токамаки стационарными системами. Большие надежды в этом плане связывают с бутстреп током, который по предсказаниям неоклассической теории может составлять значительную долю полного тока при высоком давлении плазмы. Повышенный интерес к бутстреп эффекту в последние годы связан не только с его ролью в будущем токамаке-реакторе. Условия, необходимые для генерации бутстреп тока, реализуются уже в современных экспериментах [1-4]. На Токамаке JT-60, например, удавалось получать разряды, в которых, по оценкам, до 80% тока приходилось на бутстреп ток [4].

Важной характеристикой бутстреп тока является его полная величина J_b. Для J_b в банановом режиме известно выражение [2]

$$J_b = 0,67\beta_p\epsilon^{0,5}J_p, \tag{1}$$

где ϵ - обратное аспектное отношение, $\beta_p = 8\pi\bar{p}/B_p^2$, p - давление плазмы, B_p - полоидальное поле на ее границе, J_p - полный ток. Получено оно для конкретно заданных профилей температуры и плотности при условии, что плотность тока постоянна по радиусу. Эти ограничения, в особенности - последнее, ставят под сомнение возможность приложения (1) в общем случае. Еще один принципиальный (по меньшей мере - с формальной точки зрения) недостаток (1) связан с тем, что (1) получено из уравнений, справедливых, строго говоря, лишь при очень малых ϵ, см. [4]. Мы получим выражение для J_b, учитывающее неоднородность плотности тока, охватывающее более широкий класс распределений плотности и температуры и справедливое при реалистических значениях ϵ.

В качестве основы для решения поставленной задачи мы берем уравнение

$$< \vec{j}_b\vec{B} >= 2\pi\frac{L_{31}}{n_eT_e}\left[p' + \alpha_i n_i T_i' + \frac{L_{32}}{L_{31}}n_eT_e'\right], \tag{2}$$

коэффициенты L_{3k} и α_i которого для токамака произвольного аспектного отношения рассчитаны в [5]. Здесь $p = n_eT_e + n_iT_i$ - давление плазмы, n_e и n_i - плотности, а T_e и T_i - температуры электронов и ионов соответственно, штрихом обозначена производная по полному полоидальному потоку $\psi = \int 2\pi B_z r dr$.

Следуя [2], рассмотрим токамаки с плазмой круглого сечения. Зададим профили плотности и температуры $(n_e = Zn_i,\ T_e = T_i)$ соотношениями

$$n = n_0(1 - \rho^2/a^2)^{\alpha_n}, \quad T = T_0(1 - \rho^2/a^2)^{\alpha_T}, \tag{3}$$

совпадающими при $\alpha_n = 0,5$, $\alpha_T = 1,5$ с аналогичными в [2]. Из (2) в этом случае после преобразования левой и правой частей получим уравнение для J_b

$$\frac{J_b'}{J_p} = -\frac{4\pi p'}{B_p^2}\frac{q}{q_a}\Pi, \tag{4}$$

где q - так называемый запас устойчивости, q_a - значение q на границе плазмы,

$$\Pi = L_{31}^e\left[1 + \xi\frac{\alpha_i + ZL_{32}/L_{31}}{Z+1}\right], \tag{5}$$

$L_{31}^e = L_{31}/j_0$ (в обозначениях [5]), $\xi = \alpha_T/(\alpha_n + \alpha_T)$, Z - заряд ионов.

Структура уравнения (4) позволяет сделать первые выводы о характере его решения. Ясно, что величина J_b должна быть пропорциональна J_p и β_p. Это в (1) отражено верно. Коэффициент пропорциональности, как видно из (4), должен сильно зависеть от профиля q: чем меньше q_0/q_a, где q_0 - значение q на оси, тем меньше J_b/J_p. В (1), полученной при $q_0/q_a = 1$, эта зависимость отсутствует. Величины L_{32}/L_{31} и α_i в (5) отрицательны, $0 \le \xi \le 1$, поэтому Π можно представить как

$$\Pi = \Pi_{max} - \xi(\Pi_{max} - \Pi_{min}). \tag{6}$$

Это позволяет и решение (4) записать в подобном виде

$$J_b = J_b^{max} - \xi(J_b^{max} - J_b^{min}), \tag{7}$$

наглядно демонстрирующем еще одно свойство бутстреп тока: при фиксированном профиле давления ток J_b больше в плазме с более плоским профилем температуры (при меньших ξ).

Входящие в (5) величины L_{3k} и α_i - известные функции Z и отношения долей запертых и пролетных частиц f_t/f_c на данной магнитной поверхности, см. [5]. В рамках традиционного для теории токамаков направления, основанного на малости f_t/f_c, $\Pi \sim \sqrt{\epsilon\rho/a}$, что и приводит к появлению множителя $\epsilon^{0,5}$в (1). Однако уже при $\epsilon = 0,1$, т.е. фактически в приосевой области токамаков (обычно $\epsilon = 0,25 - 0,4$), согласно [5] f_t/f_c оказывается порядка единицы, а при $\epsilon = 0,3$ $f_t/f_c > 2,5$. Приближение большого аспектного отношения $(f_t/f_c \cong 1,46\sqrt{\epsilon\rho/a} \ll 1)$ при этом, естественно, не годится. Учет эффектов конечного аспектного отношения в теории Хиршмана [5] приводит к тому, что безразмерный множитель Π в (4) становится сложной функцией радиуса, что в итоге должно проявиться в иной зависимости J_b от ϵ, чем в (1).

В общем случае при типичных для токамаков значениях ϵ уравнение (4) аналитически проинтегрировать не удается. Результаты расчетов для плазмы с $\alpha_n + \alpha_T = 1,5$ при параболическом профиле q в диапазоне $0,1 \le \epsilon \le 0,4$ хорошо аппроксимируются простыми формулами

$$\frac{J_b^{max}}{J_p} = 1,28\beta_p\epsilon^{0,34}\left[1 - 0,58\left(1 - \frac{q_0}{q_a}\right)\right], \tag{8}$$

$$\frac{J_b^{min}}{J_p} = 1,08\beta_p\epsilon^{0,85}\left[1 - 0,51\left(1 - \frac{q_0}{q_a}\right)\right], \tag{9}$$

легко сопоставимыми с (1). Выражения (8) и (9) получены для плазмы с $Z = 1$. Вычисление J_b^{max} и J_b^{min} при заданном профиле давления полностью решает задачу нахождения J_b для плазмы с произвольным α_n/α_T, см. (7).

Существенные отличия (8), (9) от (1) очевидны. Отказ от условия $\sqrt{\epsilon} \ll 1$ и учет неоднородности плотности тока (радиальной зависимости q) в расчетах бутстреп тока оказываются принципиально важными.

Введенные выше величины J_b^{max} и J_b^{min} ограничивают диапазон возможных значений "неоклассического" бутстреп тока. Расчеты показывают, что он не очень широк. В рассмотренном случае при $\epsilon = 0,3-0,4$ J_b^{max} всего лишь в два раза больше J_b^{min}, см. (8), (9). Разница между J_b^{max} и J_b^{min}, зависящими от профиля давления, максимальна для плазмы с $Z = 1$. С ростом Z она уменьшается, при $Z \gg 1$ исчезает. Эти следствия неоклассической теории верны и для "некруглой" плазмы. Некоторые теоретические модели дают большие [6] или меньшие [7] значения J_b, чем неоклассика. Если их выводы правильны, то возможен "выход" J_b за пределы $[J_b^{min}, J_b^{max}]$. Обнаружение этого в эксперименте может стать решающим фактором в пользу той или иной теории.

1. Zarnstorff M.C. et al. Phys. Rev. Lett., 1988, 60, 1306.
2. Cordey J.G., Challis C.D., Stubberfield P.M. Plasma Phys. and Contr. Fusion, 1988, 30, 1625.
3. Becker G. Nucl. Fusion, 1989, 29, 1291.
4. Kikuchi M., Azumi M., Tani K., Kubo H. Nucl. Fusion, 1990, 30, 343.
5. Hirshman S.P. Phys. Fluids, 1988, 31, 3150.
6. Connor J.W., Taylor J.B. Comm. Plasma Phys. and Contr. Fusion, 1987,11, 37.
7. Molvig K. et al. Comm. Plasma Phys. and Contr. Fusion, 1982, 7, 113.