Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 6, стр. 329 — 332 25 сентября 1991 г.

ВОЗБУЖДЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ НАПРЯЖЕНИЯ СТАЦИОНАРНЫМ ТОКОМ В ТОНКИХ ПРОВОДНИКАХ С ОТКРЫТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ФЕРМИ

В.Г.Песчанский, Д.И.Степаненко

Харьковский государственный университет им.А.М.Горького
310077, Харьков

Поступила в редакцию 1 августа 1991 г.

Показано, что в тонких проводниках с открытыми поверхностями Ферми, имеет место возбуждение низкочастотных колебаний электрического поля стационарным током. Эффект обусловлен влиянием магнитного поля тока на динамику электронов, движущихся по открытым траекториям.

Электропроводность тонких металлических пластин с толщиной d значительно меньшей длины свободного пробега электронов l, помещенных во внешнее постоянное однородное магнитное поле $\vec{H}_0$, чувствительна к топологической структуре электронного энергетического спектра и к состоянию поверхности проводника. Электроны в металле, ферми-поверхность (ФП), которого представляет собой гофрированный цилиндр с осью p_y, движутся в магнитном поле $\vec{H} = (0, 0, H_z)$ по открытой траектории вдоль оси x в координатном пространстве. Движение таких электронов в пластине с зеркальными гранями $x_s = \pm d/2$ является строго периодическим и смещение δ электрона вдоль направления тока, оси y, при прохождении от одной поверхности пластины к другой, зависит от магнитного поля. В частности, при некотором значении $H_0 = H_N$ электрон проходит путь равный d за целое число периодов движения по открытой орбите $r_0(H_0)$ и электроны, принадлежащие открытым сечениям ФП, вносят малый вклад в электропроводность, так как их дрейф вдоль направления тока обусловлен только внутриобъемными столкновениями [1].

При больших плотностях тока $\vec{j}$ необходимо учитывать влияние магнитного поля тока $\vec{H}_j$ на динамику электронов. В нелинейном режиме электропроводность пластины может как увеличиваться, так и уменьшаться с ростом напряжения, в зависимости от величины суммарного магнитного поля $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_j$. Возможна ситуация, когда увеличение напряжения приводит к такому изменению H_j, что δ уменьшается, а следовательно, уменьшается и вклад в ток электронов на открытых сечениях ФП. С другой стороны, для тех значений H при которых δ близко к нулю, распределение электрического тока неустойчиво, так как незначительное изменение j и H приводят к возрастанию дрейфа электронов, а значит к увеличению тока j_{0p}, создаваемого электронами, движущимися по открытым траекториям. Подобные явления должны иметь место в тех случаях, когда толщина слоя открытых орбит не слишком мала и величина тока j_{0p} сравнима с током электронов на замкнутых траекториях. В настоящей работе показано, что квазипериодическая зависимость электропроводности от магнитного поля H, приводит к возбуждению низкочастотных колебаний электрического поля стационарным током.

Для нахождения плотности тока и электрического потенциала воспользуемся системой кинетического уравнения Больцмана и уравнений Максвелла. Предположим, что рассеяние электронов границей образца зеркальное, а закон дисперсии имеет вид

$$\epsilon(\vec{p}) = \frac{p_x^2 + p_z^2}{2m} + \epsilon_0 \cos\frac{p_y}{p_0}, \tag{1}$$

где ϵ_0 удовлетворяет условию $(d/l)^2\epsilon_F \ll \epsilon_0 \ll \epsilon_F$, ϵ_F - фермиевская энергия. Ферми-поверхность в виде слабогофрированного цилиндра, по-видимому, имеет место в органических металлах [2]. В пренебрежении разогревом носителей заряда, кинетическое уравнение следует линеаризовать по электрическому полю $\vec{E}$. Магнитное поле определяется из уравнения

$$-\frac{dH_z(x)}{dx} = \frac{4\pi}{c} j_y(x). \tag{2}$$

Сделанные выше предположения, позволяют представить плотность тока и электрический потенциал в виде разложения по степеням малых параметров ϵ_0/ϵ_F и $(d/l)(\epsilon_F/\epsilon_0)^{1/2}$. Главный член асимптотики плотности тока равен

$$j_y(x) = I_o \int\limits_{-1/2}^{1/2} d\xi' \cos\frac{e}{cp_0}(A_y(\xi) - A_y(\xi')), \tag{3}$$

где $A_y(x) = \int\limits_0^x dx' H_z(x')$, $I_0 = (\frac{\epsilon_0}{\epsilon_F})^2 \sigma_0 E_y$, $\sigma_0 = \frac{e^2 n_0 \tau}{m}$, $n_0 = \frac{(m\epsilon_F)^2}{4\pi\hbar^3 p_0}$, $\xi = \frac{x}{d}$, $\vec{A}(x)$ - векторный потенциал, e - заряд электрона, c - скорость света, τ - время свободного пробега электрона, $\hbar$ - постоянная Планка. Постоянные интегрирования (2), (3) определяются значением магнитного поля H_0 и заданием либо внешнего напряжения, либо полного тока J, протекающего в проводнике. Решение уравнения (2), (3) имеет вид

$$A_y(\xi) = 2A_0\left\{am\left(\eta(H_0)\Omega\xi + K\left(\frac{\theta}{2},\mu\right),\mu\right) - \frac{\theta}{2}\right\}. \tag{4}$$

Здесь $\eta(H_0) = \begin{cases} 1 H_0 > 0 \\ -1 H_0 \le 0, \end{cases}$ $K\left(\frac{\theta}{2},\mu\right) = \int\limits_0^{\theta/2} dt(1-\mu^2\sin^2 t)^{-1/2}$,

$am(\varsigma,\mu)$ - амплитуда эллиптического интеграла $\varsigma = K(am\varsigma,\mu)$, $A_0 = h_0 d$, $h_0 = p_0 c/ed$ - магнитное поле, в котором пространственный период движения по открытой траектории равен $2\pi d$,

$$\mu^2 = \frac{\beta}{\Omega^2},\ \Omega^2 = \frac{1}{4}\frac{H^2(0)}{h_0^2} + \beta\sin^2\frac{\theta}{2},\ \beta = \lambda^{1/2}\left(\frac{I}{j_0}\right)^{1/2},\ \lambda = \frac{I_0}{j_0} \tag{5}$$

$j_0 = ch_0/4\pi d$, параметры I и $\sin\frac{\theta}{2}$ определяются выражениями

$$I = \int\limits_{-1/2}^{1/2} d\xi' j_y(\xi'),$$

$$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2\beta h_0^2}\int\limits_{-1/2}^{1/2} d\xi'(H^2(\xi') - H^2(0))\right). \tag{6}$$

Соотношения (5), (6) являются трансцендентными уравнениями, неявно задающими связь между E_y и $J = DdI$, где D - ширина пластины, $D \gg d$. Распределения плотности тока и магнитного поля выражаются в эллиптических функциях и существенно зависят от величины μ, которая в свою очередь, определяется средними по толщине образца значениями $j_y(\xi)$ и $H^2(\xi)$.

Исследуем уравнение (2), (3) на устойчивость относительно малых пространственно-временных возмущений вида

$$A_y(x,t) = A_y(x) + \tilde{a}(x)e^{-i\omega t+ikx}, \quad E_y(x,t) = E_y + i\frac{\omega}{c}\tilde{a}(x)e^{-i\omega t+ikx}. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (2), (3) и проводя линеаризацию по малым возмущениям, найдем, что функция $a(x) = \tilde{a}(x)\exp(ikx)$ удовлетворяет уравнению Хилла

$$\frac{d^2a(\xi)}{d\xi^2} = -\left[\frac{i\omega p_o}{e}\frac{\partial\beta}{\partial E_y}\sin A_1(\xi) + \beta\cos A_1(\xi)\right]a(\xi),$$

$$A_1(\xi) = 2am(\eta(H_0)\Omega\xi + K(\frac{\theta}{2},\mu),\mu). \tag{8}$$

Связь между частотой ω, и волновым числом k находится из равенства нулю определителя Хилла. Если μ не слишком близко к единице, то можно получить явные выражения ω как функции k, в виде разложения по степеням малого параметра $\gamma = \exp(-\pi\kappa)$:

$$\omega^2 = \omega_0^2\frac{\left[\sin^2\left(\frac{2K(1/\mu)kd}{\sqrt{\beta}}\right) - \sin^2\pi\sqrt{F_0}\right]}{4\pi\sin 2\pi\sqrt{F_0}}\mathrm{ch}^2\left(\frac{\pi}{2}\kappa\left(\frac{1}{\mu}\right)\right)\sqrt{F_0}(4F_0-1)+$$

$$+O\left(\omega_0^2\exp\left(-\pi\kappa\left(\frac{1}{\mu}\right)\right)\right), \tag{9}$$

где

$$\omega_0 = \frac{e}{p_0}\beta\frac{\partial E_y}{\partial\beta}, \quad F_0 = \frac{4}{\pi^2}K\left(\frac{1}{\mu}\right)\left(2\bar{E}\left(\frac{1}{\mu}\right) - K\left(\frac{1}{\mu}\right)\right), \quad K(q) \equiv K\left(\frac{\pi}{2},q\right),$$

$$\bar{E}(q) = \int_0^{\pi/2} dt\sqrt{1-q^2\sin^2 t}, \quad \kappa(q) = K(\sqrt{1-q^2})/K(q),$$

для $\mu > 1$, и

$$\omega^2 = -\omega_0^2\left\{\frac{\left[\sin^2\left(\frac{K(\mu)kd}{\Omega}\right) + \mathrm{sh}^2\pi\sqrt{\Psi_0}\right]}{\pi\mathrm{sh}2\pi\sqrt{\Psi_0}}\sqrt{\Psi_0}(4\Psi_0+1)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\mathrm{sh}^2(\pi\kappa(\mu))}\right\}\mathrm{ch}^2(\pi\kappa(\mu)) + O(\omega_0^2\exp(-2\pi\kappa(\mu))), \tag{10}$$

где $\Psi_0 = \frac{1}{\pi^2}(2\kappa^2(\mu) - \mu^2K(\mu) - 2\bar{E}(\mu)K(\mu))$, для $\mu < 1$, если $\kappa \approx 1$, то $\gamma \approx 4,3\cdot10^{-2}$.

Существует широкая область значений J, d, H_0, в которой частота автоколебаний (9) вещественна и изменяется в диапазоне $10^3 - 10^5$ Гц. При $\mu < 1$ частота (10) является мнимой и колебательные процессы не происходят. Отсутствие излучения электромагнитных волн в пространство вне пластины, приводит к требованию, чтобы по толщине d образца укладывалось целое число длин полуволн, т.е. $k = \frac{\pi n}{d}$, $n = \pm1, \pm2\ldots$. Автоколебания возникают при таких плотностях тока, когда величина $\left(\frac{\lambda I}{j_0}\right)^{1/4}$ становится порядка единицы. Следствием сильных нелокальных эффектов, выражающихся в зависимости модуля μ эллиптических функций $j_y(\xi)$ и $H(\xi)$ от их интегралов по ξ (5), (6), является большая чувствительность распределения тока к изменению величины магнитного поля. Соотношения (5), (6) показывают, что необходимо учитывать зависимость μ от H_j и в случае $H_j \ll H_0$. При заданном токе J из условия $\mu > 1$ можно получить оценку максимального значения внешнего магнитного поля, при котором еще возможно протекание колебательных процессов, а именно $H_0 < \sqrt{2}(\lambda I/j_0)^{1/4}h_0$.

Рассмотренный нелинейный эффект ослабевает с уменьшением параметра зеркальности $\bar{p}$, однако остается существенным при $\bar{p} \gg d/l$.

1. Кириченко О.В., Песчанский В.Г., Савельева С.Н. ЖЭТФ, 1979, 77, 2045.
2. Карцовник М.В., Кононович П.А., Лаухин В.Н., Песоцкий С.И., Щеголев И.Ф. ЖЭТФ, 1990, 97, 1305.