Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 3, с. 155 – 160

Аномальные деполяризующие свойства неупорядоченного ансамбля резонансных Ми-частиц

Е. Е. Городничев[+)1)], *А. И. Кузовлев*[+)], *Д. Б. Рогозкин*[+*]

[+] *Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", 115409 Москва, Россия*

[*] *Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Духова, 127055 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 9 июня 2016 г.

Изучена деполяризация многократно рассеянного света в неупорядоченной системе резонансных диэлектрических Ми-частиц. Показано, что длина деполяризации циркулярно поляризованного света при выполнении первого условия Керкера может более, чем на порядок, превышать транспортную длину. Такое медленное затухание циркулярной поляризации в многократно рассеивающей среде приводит к усилению мезоскопических флуктуаций коэффициента прохождения. Зависимость дисперсии коэффициента прохождения от длины волны в окрестности первой точки Керкера носит квазирезонансный характер. Показано, что второе условие Керкера, при котором подавлено рассеяние вперед, выполняется с ростом показателя преломления частиц. Рассчитанные для этого случая длины деполяризации циркулярно и линейно поляризованного света достигают минимальных значений и практически совпадают с длиной свободного пробега.

DOI: 10.7868/S0370274X16150030

1. Возникший в последнее десятилетие интерес к детальному изучению оптических свойств резонансных диэлектрических Ми-частиц связан с их возможным использованием в качестве составляющих элементов метаматериалов, фотонных кристаллов, наномасштабных устройств (антенн, сенсоров и др.) в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах [1–4]. Отличительной особенностью таких частиц является их большая магнитная поляризуемость [5]. Оптический отклик частиц с относительно высоким показателем преломления вблизи резонанса Ми в значительной степени определяется электрическим и магнитным дипольными вкладами [4–8]. Как недавно показано в [6–9], это обеспечивает выполнение так называемых первого и второго условий Керкера [10], при которых отсутствует рассеяние, соответственно, назад или вперед. При первом из этих условий амплитуда рассеяния назад обращается в ноль и в однократном рассеянии полностью сохраняется циркулярная поляризация. Численное моделирование [9] процесса рассеяния на димерах и неупорядоченной системе частиц (расчеты [9] проведены для ансамбля из 80 частиц Si) указывает также на сохранение циркулярной поляризации и в многократно рассеянном излучении.

Как показано ниже, результаты [9] могут рассматриваться только как первое приближение. Квадрупольный вклад и вклад мультиполей более высокого порядка нарушают точное выполнение первого условия Керкера и, соответственно, полное сохранение циркулярной поляризации в рассеянном свете. Наиболее заметно это проявляется в процессе многократного рассеяния и приводит к конечной длине деполяризации циркулярно поляризованного света.

В настоящей работе представлены результаты расчета длин деполяризации многократно рассеянного циркулярно и линейно поляризованного света вблизи первой и второй точек Керкера. Показано, что в первой точке Керкера длина l_{circ}, на которой затухает циркулярная поляризация, более чем на порядок превышает транспортную длину упругого рассеяния l_{tr} и растет с увеличением показателя преломления частиц. Поэтому деполяризация циркулярно поляризованного света происходит уже после наступления режима пространственной диффузии излучения. Появление нового масштаба l_{circ} в диффузионном транспорте приводит к новым особенностям в мезоскопических эффектах, которые до сих пор рассматривались в приближении скалярного поля [11]. Показано, что в окрестности первой точки Керкера происходит усиление флуктуаций полного коэффициента прохождения циркулярно поляризованного света. В отношении линейно поляризованного света неупорядоченный ансамбль частиц ведет себя в этом случае как "рытовская" среда, где единственной причиной деполяризации является поворот плос-

[1)] e-mail: gorodn@theor.mephi.ru

кости поляризации световых лучей, распространяющихся по закрученным в пространстве траекториям [12, 13]. Показано, что выполнение второго условия Керкера достигается асимптотически с ростом показателя преломления частиц. Значения рассчитанных для этого случая длин деполяризации света с циркулярной и линейной начальными поляризациями оказываются близкими к длине свободного пробега, что свидетельствует о максимальных деполяризующих свойствах среды.

2. Многократное рассеяние поляризованного света в неупорядоченной среде описывается векторным уравнением переноса для параметров Стокса $\hat{S} = (I,\ Q,\ U,\ V)$ [14]

$$\left\{\mu\frac{\partial}{\partial z} + n_0(\sigma+\sigma_a)\right\}\hat{S}(z,\mathbf{n}) = = n_0\int d\mathbf{n}'\hat{L}(\pi-\beta)\hat{d}(\mathbf{nn}')\hat{L}(\beta')\hat{S}(z,\mathbf{n}'), \quad (1)$$

где σ и σ_a – сечения упругого рассеяния и поглощения, n_0 – число рассеивающих частиц в единице объема, $\mu = \mathbf{nn}_{\mathrm{int}}$, $\mathbf{n}$ – направление распространения света, $\mathbf{n}_{\mathrm{int}}$ – внутренняя нормаль к поверхности образца. Матрицы $L(\pi-\beta)$ и $L(-\beta')$ описывают повороты в пространстве направлений $\mathbf{n}$. Выражения для L-матриц и углов β и β' приведены в [14]. Матрица $\hat{d}(\mathbf{nn}')$ в плоскости рассеяния имеет вид [14]

$$\hat{d}(\mathbf{nn}') = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & 0 & 0 \\ b_1 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & b_2 \\ 0 & 0 & -b_2 & a_2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Элементы $a_{1,2}$ и $b_{1,2}$ выражаются через амплитуды однократного рассеяния поляризованных волн и вычисляются по формулам Ми [14]. Величина a_1 имеет смысл дифференциального сечения однократного рассеяния. Ниже считаем, что поглощение отсутствует, $\sigma_a = 0$.

Если, как и в [9], при вычислении амплитуд рассеяния ограничиться электрическим и магнитным дипольными вкладами, то в первой точке Керкера матрица рассеяния (2) окажется пропорциональной единичной матрице, $\hat{d} = a_1\mathrm{diag}(1,1,1,1)$. Этот результат может рассматриваться только как первое приближение. Расчет по формулам Ми (см. рис. 1) с учетом мультиполей высокого порядка нарушает точное выполнение первого условия Керкера. В окрестности направления назад элементы a_1 и a_2 различаются и не обращаются в нуль при $\gamma = 180°$.

В пренебрежении квадратичными по малым величинам $a_1 - a_2$, b_1 и b_2 членами [15] векторное уравнение переноса (1) распадается на три независимых

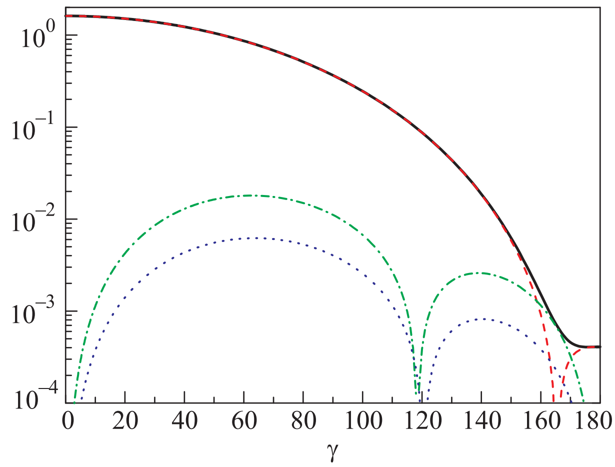

Рис. 1. (Цветной онлайн) Угловая зависимость элементов матрицы рассеяния a_1 (сплошная кривая), a_2 (штриховая кривая), $|b_1|$ (штрих-пунктирная кривая) и $|b_2|$ (пунктирная кривая) для частиц Si (показатель преломления $n = 3.5$) в первой точке Керкера ($k_0 a = 0.784$, k_0 – волновое число, a – радиус частиц). При углах $\gamma > 160°$ элемент a_2 становится отрицательным и на рисунке показано значение $|a_2|$

уравнения для скалярной моды (интенсивности) I и основных мод циркулярной V и линейной поляризации W [15, 16]

$$\left\{\mu\frac{\partial}{\partial z} + n_0\sigma\right\} I(z,\mu) = n_0\int d\mathbf{n}' a_1(\mathbf{nn}') I(z,\mu'), \quad (3)$$

$$\left\{\mu\frac{\partial}{\partial z} + n_0\sigma\right\} V(z,\mu) = n_0\int d\mathbf{n}' a_2(\mathbf{nn}') V(z,\mu'), \quad (4)$$

$$\left\{\mu\frac{\partial}{\partial z} + n_0\sigma\right\} W(z,\mu) = = n_0\int d\mathbf{n}' \left((a_1(\mathbf{nn}') + a_2(\mathbf{nn}')/2\right) e^{2\mathrm{i}(\chi_+ - \psi)} W(z,\mu), \quad (5)$$

где $\psi = \varphi - \varphi'$ – разность между азимутальными углами векторов $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$, $\chi_+ = \pi - (\beta+\beta')$. Величина W связана со вторым и третьим параметрами Стокса соотношением $W = (Q - iU)\exp(-2i\varphi)$ [15, 16].

Различие между сечениями a_1 и a_2 обеспечивает затухание степени циркулярной поляризации V/I [12] (см. также [15, 16]). Сечение деполяризации

$$\sigma_{\mathrm{dep}} = \int d\mathbf{n}' \left(a_1(\mathbf{nn}') - a_2(\mathbf{nn}')\right) \quad (6)$$

играет роль дополнительного “поглощения” в уравнении (4). Малость величины $a_1 - a_2$ приводит к тому, что сечение деполяризации σ_{dep} оказывается в первой точке Керкера на три порядка меньше транспортного сечения σ_{tr} (см. рис. 2).

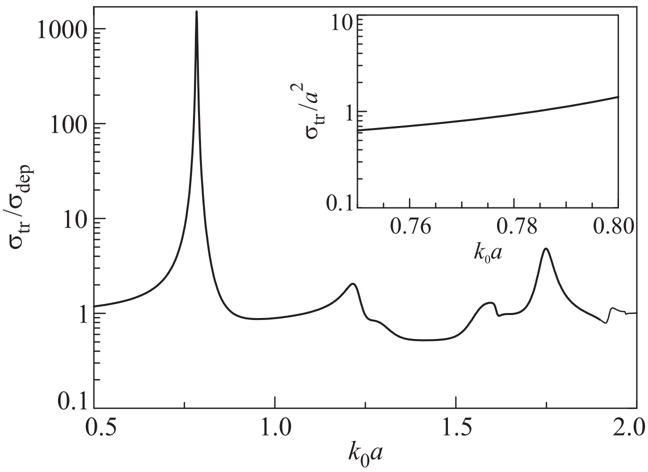

Рис. 2. Зависимость отношения сечений $\sigma_{\rm tr}/\sigma_{\rm dep}$ для частиц Si ($n = 3.5$) от параметра k_0a. Транспортное сечение $\sigma_{\rm tr}$ как функция k_0a в окрестности первой точки Керкера показана на вставке. Расчеты проведены по формулам Ми

С увеличением толщины образца L основная мода циркулярной поляризации V затухает по закону $V \sim \exp(-L/l_{\rm circ})$. Длину деполяризации $l_{\rm circ}$ при $\sigma_{\rm dep} \ll \sigma_{\rm tr}$ можно найти, решая уравнение (4) в диффузионном приближении [12]. В этом приближении длина $l_{\rm circ}$ равна [12]

$$l_{\rm circ} = \sqrt{l_{\rm tr} l_{\rm dep}/3}, \tag{7}$$

где $l_{\rm dep} = (n_0\sigma_{\rm dep})^{-1}$, $l_{\rm tr} = (n_0\sigma_{\rm tr})^{-1}$. В общем случае для вычисления $l_{\rm circ}$ можно воспользоваться численным решением системы характеристических транспортных уравнений [15]. Сравнение результатов расчета длины деполяризации $l_{\rm circ}$ по формуле (7) и методом [15] показано на рис. 3. Результаты различаются только если $\sigma_{\rm dep} \sim \sigma_{\rm tr}$.

Следует отметить, что разброс частиц по размерам уменьшает максимальную величину отношения $l_{\rm circ}/l_{\rm tr}$. Например, при равномерном разбросе $\Delta a/a = 0.05$ получаем $l_{\rm circ}/l_{\rm tr} = 4$. Однако, даже это число намного превышает значения, полученные ранее для крупных (больше длины волны) частиц (см., например, [15]). Таким образом, в первой точке Керкера достигается минимальная деполяризующая способность среды.

Вблизи первой точки Керкера деполяризация линейно поляризованного света в неупорядоченном ансамбле частиц происходит преимущественно за счет "рытовского" поворота плоскости поляризации светового луча, распространяющегося по искривленной в пространстве неплоской траектории [12]. Это подтверждается результатами расчетов длины затухания линейной поляризации $l_{\rm lin}$ (см. рис. 4), выполненных двумя способами – с помощью численного решения системы характеристических уравнений [15] и в "геометрическом" приближении [16]. В первом случае учитываются все элементы матрицы рассеяния (2). Во втором – используется уравнение (5), в котором полагается $a_1 = a_2$. Это уравнение непосредственно

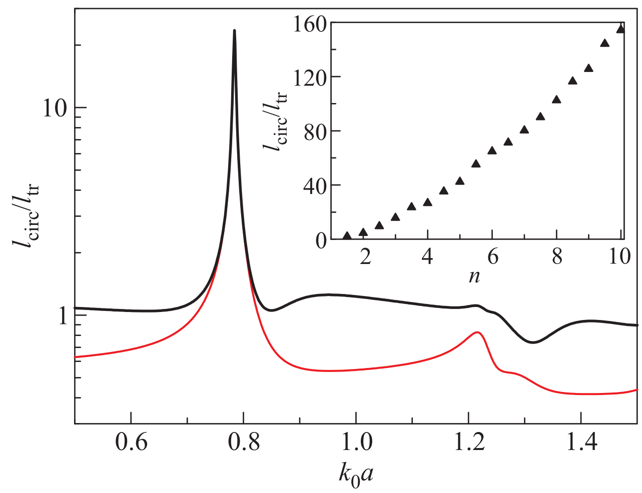

Рис. 3. (Цветной онлайн) Длина деполяризации многократно рассеянного света $l_{\rm circ}$ как функция параметра k_0a. Расчеты проведены для неупорядоченного ансамбля частиц Si с помощью системы характеристических уравнений [15] (верхняя кривая) и диффузионной формулы (7) (нижняя кривая). На вставке показана зависимость $l_{\rm circ}$ в первой точке Керкера от показателя преломления частиц

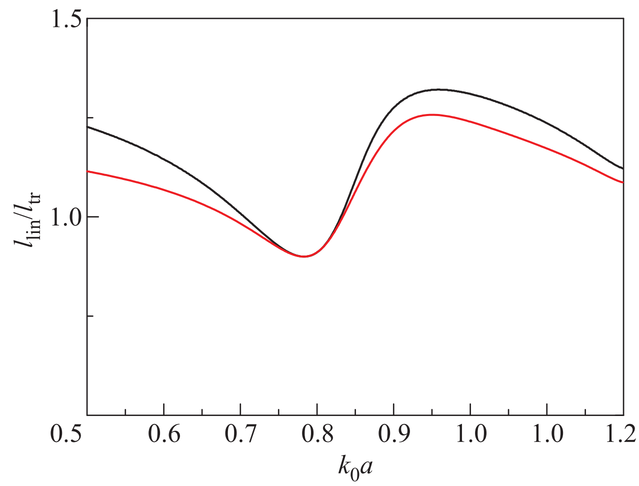

Рис. 4. (Цветной онлайн) Длина деполяризации многократно рассеянного света $l_{\rm lin}$ как функция параметра k_0a. Расчеты проведены для неупорядоченного ансамбля частиц Si с помощью системы характеристических уравнений [15] (верхняя кривая) и в приближении "геометрической" ($a_1 = a_2$, $b_1 = b_2 = 0$) деполяризации (нижняя кривая)

следует из (1), если в него подставить матрицу рассеяния $\hat{d} = a_1 \mathrm{diag}(1,1,1,1)$. В "геометрическом" приближении правые части уравнений для I (3) и W (5) различаются только фазовым множителем, который описывает "рытовский" поворот плоскости поляризации [16]. Как следует из рис. 4, в первой точке Керкера различия между элементами a_1 и a_2 оказываются незаметными на фоне "геометрической" деполяризации.

3. Второе условие Керкера, предполагающее отсутствие рассеяния вперед [6–8, 10, 17, 18], в силу оптической теоремы может быть выполнено только приближенно. В приближении, когда в разложении по мультиполям удерживаются только два первых слагаемых (см., например, [6–8]), нетрудно показать, что во второй точке Керкера сечение рассеяния a_1 пропорционально $(1-\cos\gamma)^2$ и справедливы равенства $a_1 = -a_2$, $b_1 = b_2 = 0$. Поэтому в этой точке преобладает рассеяние в заднюю полусферу, средний косинус угла однократного рассеяния равен своей минимальной величине $\langle\cos\gamma\rangle = -0.5$. Кроме этого, сечение деполяризации σ_{dep} (см. (6)) достигает своего максимального значения, которое равно удвоенному сечению упругого рассеяния, $\sigma_{\mathrm{dep}} = 2\sigma$. Однако учет квадрупольного вклада и мультиполей более высокого порядка нарушает точное выполнение условия Керкера и при относительно небольших значениях показателя преломления эффект подавления рассеяния вперед оказывается слабо выраженным [8]. В то же время, наши расчеты по формулам Ми (см. рис. 5, 6) показывают, что второе условие Керкера выполняется асимптотически в пределе больших значений показателя преломления $n \gg 1$. Приближение к предельным значениям $\langle\cos\gamma\rangle$ и σ_{dep} начинается при $n \geq 5$.

Многократное рассеяние света в окрестности второй точки Керкера из-за большого значения σ_{dep} сопровождается быстрой деполяризацией. Как линейно, так и циркулярно поляризованный свет деполяризуется на длинах, которые асимптотически, при больших n, стремятся к значениям, близким к длине свободного пробега $l = (n_0\sigma)^{-1}$. Для расчета l_{circ} и l_{lin} при заданном значении показателя преломления следует учитывать все элементы матрицы рассеяния (2) и требуется использовать полную систему характеристических транспортных уравнений, выведенную в [15] (см. также [16]). Результаты расчетов длин деполяризации l_{circ} и l_{lin} методом [15] приведены на рис. 7. Предельные значения длин деполяризации,

$$l_{\mathrm{circ}} = 1.038l, \quad l_{\mathrm{lin}} = 1.073l,$$

достигаются при больших n, когда матрица рассеяния (2) стремится к $\hat{d} = a_1(\gamma)\mathrm{diag}(1,1,-1,-1)$, а угловая зависимость a_1 описывается законом $a_1(180^\circ)(1-\cos\gamma)^2/4$. В этом предельном случае приближение основных мод для I и V (см. (3) и (4)) остается справедливым, а для основной моды линейной поляризации W, в отличие от первой точки Керкера, его использовать нельзя. Для рассматриваемой матрицы рассеяния вместо одного уравнения (5) из (1) получается система зацепляющихся транспортных уравнений [15].

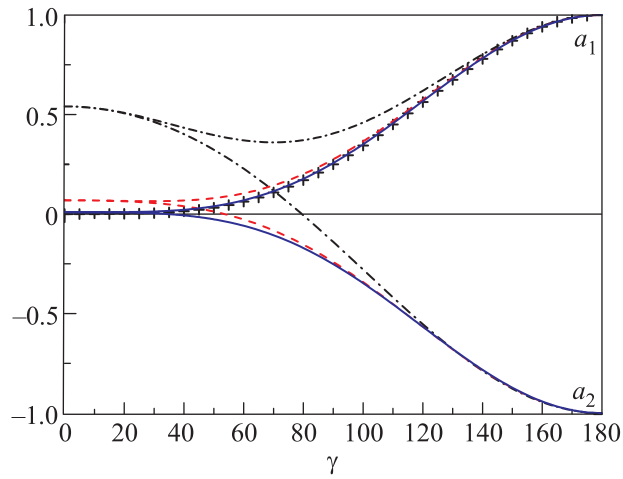

Рис. 5. (Цветной онлайн) Угловая зависимость элементов матрицы рассеяния a_1 и a_2 во второй точке Керкера для частиц с показателем преломления $n = 3.5$ (штрих-пунктирная линия), $n = 5$ (штриховая линия), $n = 7$ (сплошная линия). Кривые нормированы на значение $a_1(180^\circ)$. Символами "+" показана зависимость $(1-\cos\gamma)^2/4$

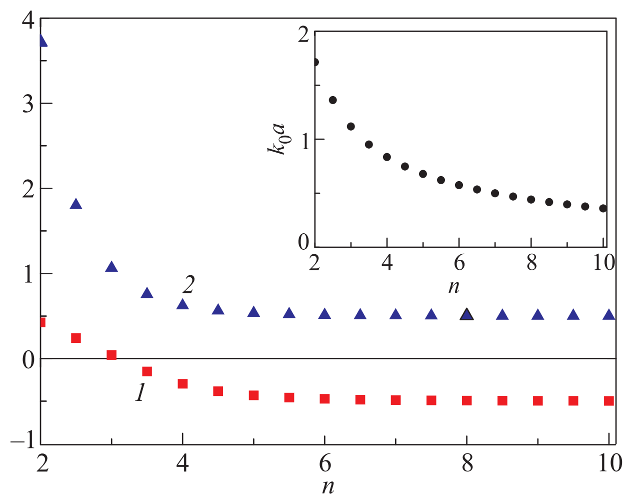

Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимость $\langle\cos\gamma\rangle$ (*1*) и отношение $\sigma/\sigma_{\mathrm{dep}}$ (*2*) во второй точке Керкера от показателя преломления частиц. На вставке показаны значения параметра k_0a, отвечающие второй точке Керкера

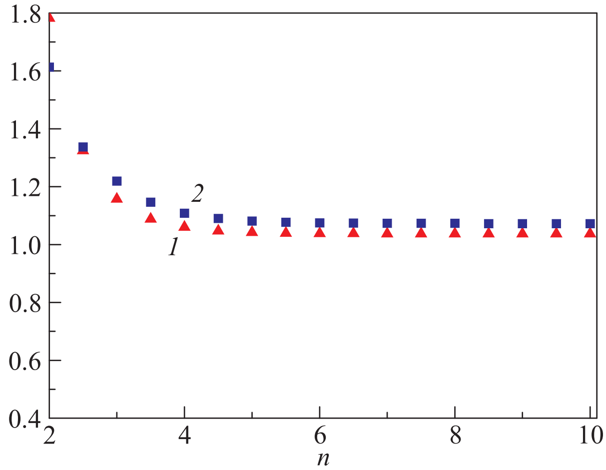

Рис. 7. (Цветной онлайн) Зависимость длин деполяризации циркулярно и линейно поляризованного света во второй точке Керкера от показателя преломления частиц: (*1*) – $l_{\rm circ}/l$; (*2*) – $l_{\rm lin}/l$

Как следует из полученных результатов, ансамбль Ми-частиц в окрестности второй точки Керкера можно рассматривать как среду, максимально рассеивающую ($l_{\rm tr} < l$) и деполяризующую ($l_{\rm circ}, l_{\rm lin} \sim l$) электромагнитное излучение.

4. Аномально медленная деполяризация циркулярно поляризованного света в окрестности первой точки Керкера открывает новые возможности для исследования оптических мезоскопических эффектов, которые ранее [11] рассматривались в скалярном приближении.

Как показано в [12], эффект "памяти" циркулярной поляризации должен приводить к медленному затуханию корреляций между кросс-поляризованными полями, что, в свою очередь, отражается на особенностях фазово-когерентного транспорта электромагнитных волн в неупорядоченной среде. В качестве примера рассмотрим, как меняются мезоскопические флуктуации интенсивности в окрестности первой точки Керкера. При падении на поверхность образца циркулярно поляризованного света поляризационный вклад в дальние корреляции флуктуаций интенсивности непосредственно связан с характерным масштабом $l_{\rm circ}$ пространственного затухания циркулярно поляризованной моды V [19]. Поскольку $l_{\rm circ}$ резонансным образом меняется в окрестности первой точки Керкера, то такие же сильные изменения должны наблюдаться и в дисперсии флуктуаций коэффициента прохождения через среду. Эти изменения не связаны с транспортной длиной $l_{\rm tr}$, которая вблизи точки Керкера не имеет особенностей (см. вставку на рис. 2).

В условиях диффузионного транспорта волн через образец, $L > l_{\rm tr}$, дисперсия полного коэффициента прохождения циркулярно поляризованного света определяется выражением [19, 20]

$$\frac{\langle(\delta T)^2\rangle}{\langle T\rangle^2} = \frac{3}{2N}\frac{L}{l_{\rm tr}}\left(\frac{1}{3} + \frac{\sinh 2y - 2y}{4y\sinh^2 y}\right), \qquad (8)$$

где $y = L/l_{\rm circ}$, $\langle T\rangle = \sqrt{3}l_{\rm tr}/L$ – средний коэффициент прохождения, $N = Ak_0^2/(2\pi)$ – полное число мод, распространяющихся через неупорядоченную среду, A – площадь поверхности рассеивающего образца. Второе слагаемое в (8) описывает поляризационный вклад в дисперсию флуктуаций, возникающий из-за корреляций между кросс-поляризованными полями.

Выражение (8) описывает кроссовер в дисперсии флуктуаций коэффициента прохождения между двумя режимами диффузии, отвечающими полностью поляризованному и деполяризованному излучению. При $L < l_{\rm circ}$ деполяризация циркулярно поляризованного света выражена незначительно, корреляции между кросс-поляризованными волнами сохраняются, и поэтому дисперсия коэффициента прохождения оказывается в два раза больше, чем результат скалярной теории [11] $\langle(\delta T)^2\rangle^{(\rm scal)}/\langle T\rangle^2 = L/(2Nl_{\rm tr})$, который не учитывает кросс-корреляции.

В случае $L > l_{\rm circ}$ поляризационный вклад в (8) с ростом толщины образца убывает и стремится к не зависящему от L значению (т.е. этот вклад является несамоусредняющейся величиной [20]):

$$\frac{\langle(\delta T)^2\rangle}{\langle T\rangle^2} = \frac{1}{2N}\left(\frac{L}{l_{\rm tr}} + \frac{3}{2}\frac{l_{\rm circ}}{l_{\rm tr}}\right). \qquad (9)$$

В окрестности первой точки Керкера с изменением длины волны (соответственно, параметра k_0a) происходит сильное изменение длины деполяризации $l_{\rm circ}$ (см. рис. 3). Поэтому образец с заданными параметрами (толщиной L, радиусом частиц a и др.) может, в зависимости от длины волны, выступать как не меняющий исходную поляризацию падающего света ($L < l_{\rm circ}$), так и полностью деполяризующий ($L > l_{\rm circ}$). Согласно (8) и (9), переход между этими двумя режимами распространения должен напрямую отражаться на величине дисперсии флуктуаций коэффициента прохождения. Из результатов расчета, показанных на рис. 8, следует, что дисперсия $\langle(\delta T)^2\rangle$ как функция параметра k_0a меняется квазирезонансным образом. В окрестности точки Керкера наблюдается эффект усиления флуктуаций. Если толщина L меньше, чем значение $l_{\rm circ}$ в самой точке Керкера, то максимальное значение

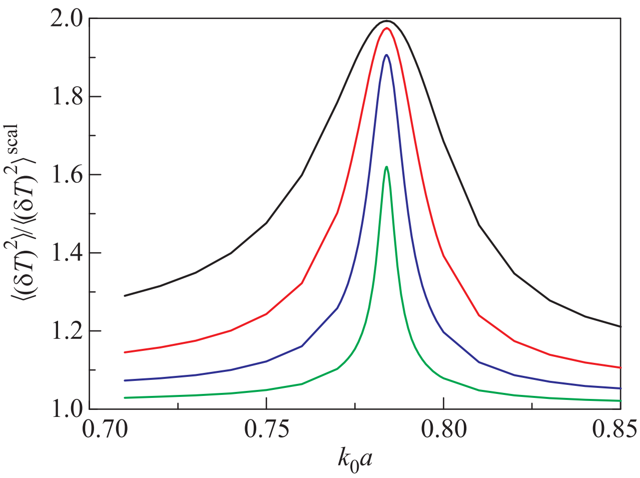

Рис. 8. (Цветной онлайн) Дисперсия флуктуаций коэффициента прохождения в окрестности первой точки Керкера как функция параметра k_0a. Расчеты выполнены для ансамбля частиц Si (от верхней к нижней кривой $L/l_{\rm tr} = 5$, 10, 20, 50, кривые нормированны на результат скалярной теории $\langle(\delta T)^2\rangle^{(\rm scal)}$)

$\langle(\delta T)^2\rangle$ в два раза превышает результат [11] скалярной теории. С ростом толщины образца пик в $\langle(\delta T)^2\rangle$ сужается и при больших $L/l_{\rm tr}$, в соответствии с (9), повторяет спектральную зависимость длины деполяризации $l_{\rm circ}$ (см. рис. 3).

Таким образом, в настоящей работе показано, что неупорядоченный ансамбль резонансных Ми-частиц с относительно высоким показателем преломления обладает при выполнении условий Керкера аномальными деполяризующими свойствами. Впервые рассчитаны длины деполяризации многократно рассеянного циркулярно и линейно поляризованного света вблизи первой и второй точек Керкера. Затухание циркулярной поляризации в первой точке Керкера происходит после наступления режима диффузии, что приводит, в частности, к эффекту усиления мезоскопических флуктуаций коэффициента прохождения. Деполяризация многократно рассеянного света с начальной линейной поляризацией происходит вблизи первой точки Керкера как в "рытовской" среде, где единственной причиной деполяризации является хаотизация направлений поляризации закрученных в пространстве световых лучей. Обнаружено, что выполнение второго условия Керкера достигается с ростом показателя преломления частиц. В этом случае среда оказывается максимально деполяризующей – длины деполяризации циркулярно и линейно поляризованного света почти не отличаются от длины свободного пробега.

Работа поддержана Центром прикладной математики и теоретической физики МИФИ в рамках проекта # 02.a03.21.0005, 27.08.2013.

1. A. B. Evlyukhin, C. Reinhardt, A. Seidel, B. S. Luḱyanchuk, and B. N. Chichkov, Phys. Rev. B **82**, 045404 (2010).
2. Q. Zhao, J. Zhou, F. Zhang, and D. Lippens, Materials today **12**, 60 (2009).
3. A. I. Kuznetsov, A. E. Miroshnichenko, Y. H. Fu, J. Zhang, and B. Lukýanchuk, Sci. Rep. **2**, 492 (2012).
4. P. Albella, M. A. Poyli, M. K. Schmidt, S. A. Maier, F. Moreno, J. J. Saenz, and J. Aizpurua, J. Phys. Chem. C **117**, 13573 (2013).
5. A. Garcia-Etxarri, R. Gomez-Medina, L. S. Froufe-Perez, C. Lopez, L. Chantada, F. Scheffold, J. Aizpurua, M. Nieto-Vesperinas, and J. J. Saenz, Opt. Express **19**, 4815 (2011).
6. M. Nieto-Vesperinas, R. Gomez-Medina, and J. J. Saenz, J. Opt. Soc. Am. A **28**, 54 (2011).
7. J. M. Geffrin, B. Garcia-Camara, R. Gomez-Medina, P. Albella, L. S. Froufe-Perez, C. Eyraud, A. Litman, R. Vaillon, F. Gonzalez, M. Nieto-Vesperinas, J. J. Saenz, and F. Moreno, Nat. Comm. **3**, 1171 (2012).
8. R. Gomez-Medina, L. S. Froufe-Perez, M. Yepez, F. Scheffold, M. Nieto-Vesperinas, and J. J. Saenz, Phys. Rev. A **85**, 035802 (2012).
9. M. K. Schmidt, J. Aizpurua, X. Zambrana-Puyalto, X. Vidal, G. Molina-Terriza, and J. J. Saenz, Phys. Rev. Lett. **114**, 113902 (2015).
10. M. Kerker, D.-S. Wang, and C. L. Giles, J. Opt. Soc. Am. **73**, 765 (1983).
11. E. Akkermans and G. Montambaux, *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons*, Cambrige University Press (2011).
12. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, Письма в ЖЭТФ **68**, 21 (1998).
13. A. C. Maggs and V. Rossetto, Phys. Rev. Lett. **87**, 253901 (2001).
14. M. I. Mishchenko, L. D. Travis, and A. A. Lacis, *Multiple Scattering of Light by Particles*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2006).
15. E. E. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, and D. B. Rogozkin, Phys. Rev. E **90**, 043205 (2014).
16. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, ЖЭТФ **131**, 357 (2007).
17. B. Garcia-Camara, R. Gomez-Medina, J. J. Saenz, and B. Sepulveda, Opt. Express **21**, 23007 (2013).
18. Y.-M. Xie, W. Tan, and Z.-G. Wang, Opt. Express **23**, 2091 (2015).
19. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, Письма в ЖЭТФ **89**, 649 (2009).
20. E. E. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, and D. B. Rogozkin, JOSA A **33**, 95 (2016).