Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 3, с. 167 – 172

Ансамбль асимметричных квантовых точек в резонаторе как лазерный источник терагерцового излучения

И. Ю. Честнов[+1)], *В. А. Шахназарян*[*×∘], *И. А. Шелых*[*×∇], *А. П. Алоджанц*[+*]

[+]*Владимирский государственный университет им. Столетовых, 600000 Владимир, Россия*

[*]*Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (ИТМО), 197101 С.-Петербург, Россия*

[×]*Science Institute, University of Iceland, IS-107, Reykjavik, Iceland*

[∘]*Институт математики и высоких технологий, Российско-Армянский (Славянский) университет, 0051 Ереван, Армения*

[∇]*Division of Physics and Applied Physics, Nanyang Technological University, 637371 Singapore*

Поступила в редакцию 8 июня 2016 г.

После переработки 24 июня 2016 г.

Обсуждается возможность установления лазерной генерации терагерцового излучения на переходе между одетыми состояниями (ОС), сформированными при взаимодействии интенсивного оптического поля с ансамблем асимметричных квантовых точек (КТ) в высокодобротном терагерцовом резонаторе. Показано, что инверсия населенностей в системе ОС достигается за счет спонтанных процессов релаксации возбужденного состояния КТ. В приближении среднего поля выполнен анализ системы уравнений Максвелла–Блоха для разности населенностей ОС, поляризации, а также населенности моды резонатора. Выяснены условия генерации и исследована возможность управления интенсивностью терагерцового излучения, в том числе и для неоднородно уширенного ансамбля КТ.

DOI: 10.7868/S0370274X16150054

В последние десятилетия произошел значительный прорыв в области достижения режима сильной связи между веществом и квантованным полем для различных физических систем, помещенных в резонаторы различной формы и размеров [1]. Одним из способов описания связанной системы "вещество + сильное поле" является подход одетых состояний (ОС) [2], первоначально предложенный для исследования взаимодействия квантованного интенсивного излучения с атомными газами. В подобных системах был предсказан и экспериментально продемонстрирован эффект лазерной генерации оптического излучения в системе ОС, осуществляемой на боковых компонентах триплета Моллоу с частотами $\omega_L \pm \Omega_R$ (в зависимости от знака атомно-оптической отстройки) в изначально двухуровневой атомной среде [3]. Здесь ω_L – частота внешнего поля, Ω_R – частота расщепления Раби. В этой связи весьма привлекательной выглядит идея получения излучения в терагерцовом диапазоне на самой частоте Ω_R, разделяющей ОС (ср. с [4]). Однако в атомных газах на частоте Раби дипольный переход запрещен, и поэтому необходимо использовать другие физические среды [5, 6].

Данная работа посвящена выяснению принципиальных физических условий формирования генерации терагерцового излучения в ансамбле асимметричных квантовых точек (КТ). Как известно, спектральными характеристиками КТ можно управлять на этапе роста, что открывает возможности для создания структур с заданными оптическими свойствами. Сильное взаимодействие между КТ и полем одномодового оптического микрорезонатора наблюдалось в ряде экспериментальных работ [1, 7]. В частности, было продемонстрировано, что спектр такой системы обладает структурой триплета Моллоу с характерным расщеплением Раби, величина которого определяется геометрией КТ [8].

Среди материалов, используемых для создания КТ, необходимо выделить GaN и схожие нитриды третьей группы, обладающие гексагональной кристаллической структурой [9]. Из-за характерного для подобных структур гигантского пьезоэлектрического эффекта КТ отличаются большой асимметрией и обладают собственным дипольным моментом. При взаимодействии таких КТ с околорезонансным полем в терагерцовой области спектра появляются новые линии, соответствующие переходам между ОС на частоте Раби Ω_R, которые оказываются разрешен-

1)e-mail: igor_chestnov@mail.ru

ными из-за наличия у КТ собственного дипольного момента [6, 10]. Использование предложенных недавно высокодобротных резонаторов с $Q \gtrsim 10^3$, выполненных на основе фотонных кристаллов с дефектом в качестве терагерцового микрорезонатора (см. [11]), открывает хорошие перспективы практического использования предлагаемого в работе метода получения лазерной генерации терагерцового излучения.

Модель рассматриваемого лазера состоит из системы N_{QD} асимметричных КТ, взаимодействующих с внешним (одевающим) оптическим полем, частота которого ω_L близка к частоте ω_0 оптического перехода в КТ (рис. 1). Система помещена в терагерцовый

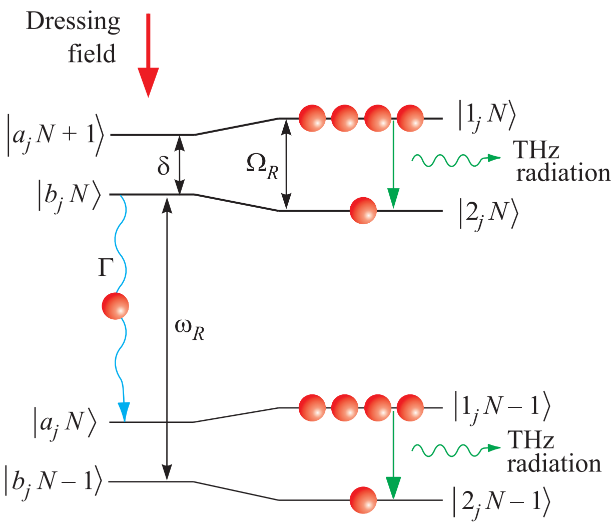

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема ОС при положительном значении отстройки δ. Красными кружками схематично изображена инверсия населенностей между соседними уровнями ОС в ансамбле КТ за счет спонтанной релаксации Γ возбужденного собственного уровня КТ $|b_j N\rangle$

резонатор, необходимый для поддержания лазерной генерации. Для простоты ограничимся одномодовым приближением, полагая, что рассматриваемый терагерцовый переход в системе "КТ + одевающее поле" находится вблизи резонаторной моды частоты ω_C. Отстройка от остальных собственных мод велика настолько, что ими можно пренебречь. Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_L + \hat{H}_{QD} + \hat{H}_{QD-L} + \hat{H}_C + \hat{H}_{QD-C}, \tag{1}$$

где

$$\hat{H}_L = \hbar\omega_L f^\dagger f, \tag{2a}$$

соответствует гамильтониану одевающего поля; f ($f^\dagger$) – оператор уничтожения (рождения) оптического фотона. Аналогично

$$\hat{H}_C = \hbar\omega_C c^\dagger c \tag{2b}$$

соответствует гамильтониану резонаторной моды, где c и $c^\dagger$ – операторы рождения и уничтожения терагерцового фотона. Гамильтониан

$$\hat{H}_{QD} = \hbar \sum_j^{N_{QD}} \frac{\omega_{0j}}{2} \left(|b_j\rangle\langle b_j| - |a_j\rangle\langle a_j|\right), \tag{2c}$$

описывает систему двухуровневых КТ, где нижний уровень $|a_j\rangle$ соответствует основному состоянию j-й КТ, а верхний уровень $|b_j\rangle$ – первому возбужденному состоянию. В силу особенностей процесса изготовления КТ необходимо учитывать, что КТ не одинаковы и различаются собственной частотой ω_{0j}. Разброс значений ω_{0j} определяет неоднородное уширение линии излучения лазера и влияет на лазерную генерацию в системе (ср. с [12]).

Взаимодействие единичной КТ с одевающим полем $\mathbf{E}_L$ описывается гамильтонианом $\hat{H}_{QD-L}$ и рассматривается в дипольном приближении. При этом оператор дипольного момента может быть представлен в виде $\hat{d} = \sum_{i,j} |i\rangle \mathbf{d}_{ij} \langle j|$, где $i, j = \{a, b\}$, где $\mathbf{d}_{ij}$ – соответствующие матричные элементы. Из-за асимметрии КТ диагональные элементы не равны друг другу, $\mathbf{d}_{bb} \neq \mathbf{d}_{aa}$. В то же время в большинстве практически важных случаев можем положить $\mathbf{d}_{aa} = 0$. Для простоты предположим, что все КТ одинаково пространственно ориентированы, полагая одевающее поле $\mathbf{E}_L$ поляризованным линейно, с вектором поляризации, перпендикулярным внутреннему полю КТ. В этом случае

$$\hat{H}_{QD-L} = \hbar \sum_j^{N_{QD}} g_j \left(|b_j\rangle\langle a_j| f + |a_j\rangle\langle b_j| f^\dagger\right), \tag{2d}$$

где величина g_j соответствует коэффициенту связи j-й КТ с лазерным излучением. Будем считать эту величину одинаковой для всех КТ, $g_j = g \propto \mathbf{d}_{ab}\mathbf{E}_L$.

Предположим, что вектор поляризации резонаторной моды $\mathbf{e}_C$ параллелен собственному дипольному моменту КТ, $\mathbf{e}_C \parallel \mathbf{d}_{bb}$. Тогда за взаимодействие КТ с полем резонатора будут отвечать только диагональные элементы дипольного момента (см. [6, 10])

$$\hat{H}_{QD-C} = \hbar \sum_j^{N_{QD}} g_{sj} |b_j\rangle\langle b_j| \left(c + c^\dagger\right), \tag{2e}$$

где $g_{sj} = -\mathbf{d}_{bb}\mathbf{e}_C\sqrt{\omega_C/2\hbar\varepsilon_0 V_C}$; V_C – эффективный объем моды резонатора, ε_0 – диэлектрическая постоянная. Будем полагать, что для всех КТ $g_{sj} = g_s$. Данное приближение обосновано, если ансамбль КТ хорошо пространственно локализован внутри резонатора так, что поле резонатора слабо изменяется на масштабе локализации ансамбля КТ.

Гамильтониан (2е) отвечает за возникновение в сильном околорезонансном поле излучательных переходов на частоте Раби. Чтобы это показать, перейдем к базису собственных значений гамильтониана “j-я КТ + одевающее поле”

$$|1_jN\rangle = \sin\theta|a_jN+1\rangle + \cos\theta\,|b_jN\rangle\,, \quad (3a)$$

$$|2_jN\rangle = \cos\theta|a_jN+1\rangle - \sin\theta\,|b_jN\rangle\,, \quad (3b)$$

где $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{\delta}{\Omega_R}}$, $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1-\frac{\delta}{\Omega_R}}$, N – число фотонов, а состояния $|a_jN+1\rangle$ и $|b_jN\rangle$ являются собственными для системы “КТ + одевающее поле” без учета их взаимодействия. Уровни верхнего $|1_jN\rangle$ и нижнего $|2_jN\rangle$ ОС разделены на величину расщепления Раби Ω_R (см. рис. 1). В случае интенсивного когерентного одевающего поля $N \gg N_{QD}$ число фотонов можно считать постоянным, $N = N_0 = \langle f^\dagger f\rangle$. В этом случае $\Omega_R = \sqrt{\delta^2+\Omega_0^2}$ определяется отстройкой оптического поля от резонанса $\delta = \omega_L - \omega_0$, а также резонансной частотой Раби $\Omega_0 = 2g\sqrt{N_0}$.

Гамильтониан (1) в базисе ОС (3) имеет вид

$$\hat{H}^{DS} = \frac{\hbar\Omega_R}{2}\sum_j^{N_{QD}} S_{zj}^{DS} + \hbar\omega_c c^\dagger c + \frac{\hbar g_s}{2}(c+c^\dagger)\times$$
$$\times\sum_j^{N_{QD}}\left(I_j^{DS} + \cos 2\theta S_{zj}^{DS} - \sin 2\theta\left[S_{+j}^{DS} + S_{-j}^{DS}\right]\right), \quad (4)$$

где сделаны следующие обозначения: $S_{+j}^{DS} = \sum_{N=0}^{\infty}|2_jN\rangle\langle 1_jN|$, $S_{-j}^{DS} = \left(S_{+j}^{DS}\right)^\dagger$, $S_{-z}^{DS} = \sum_{N=0}^{\infty}\left(|1_jN\rangle\langle 1_jN| - |2_jN\rangle\langle 2_jN|\right)$ и $I_j^{DS} = \sum_{N=0}^{\infty}\left(|1_jN\rangle\langle 1_jN| + |2_jN\rangle\langle 2_jN|\right)$.

Последнее слагаемое в (4), отвечающее за взаимодействие КТ с модой резонатора, возникает из-за асимметрии КТ, а именно при переходе в одетый базис от гамильтониана (2е). При этом операторы S_{-j}^{DS} и S_{+j}^{DS} соответствуют переходам на частоте Раби между ОС $|1_jN\rangle$ и $|2_jN\rangle$, сопровождающимся испусканием или поглощением фотона резонаторной моды.

Остановимся теперь на описании релаксационных процессов. В рассматриваемой системе релаксация будет определяться потерями в терагерцовом резонаторе, а также спонтанными процессами, отвечающими за релаксацию возбуждения в КТ. В этой связи воспользуемся уравнением Линдблада для оператора плотности ρ

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H}^{DS},\rho\right] + L^R\rho + L^C\rho, \quad (5)$$

где $L^R\rho = \Gamma\sum_j^{N_{QD}}\left(s_{-j}\rho s_{+j} - \frac{1}{2}\left(s_{+j}s_{-j}\rho + \rho s_{+j}s_{-j}\right)\right)$ отвечает за спонтанное излучение КТ, характеризуемое естественным временем жизни возбужденного состояния $\tau = 1/\Gamma$. При этом $s_{-j} = |a_j\rangle\langle b_j|$ и $s_{+j} = |b_j\rangle\langle a_j|$. Слагаемое $L^C\rho = \Gamma_C\left(2c\rho c^\dagger - c^\dagger c\rho - \rho c^\dagger c\right)$ описывает диссипацию терагерцовой моды, характеризуемую временем жизни фотона в резонаторе $\tau_C = 1/\Gamma_C$.

Далее будем описывать динамику системы в приближении среднего поля. В пренебрежении неоднородным уширением перейдем к макроскопическим величинам, характеризующим весь ансамбль КТ:

$$\alpha = \langle c\rangle\Big/\sqrt{N_{QD}},\quad S_z = \frac{1}{N_{QD}}\sum_j^{N_{QD}}\left\langle S_{zj}^{DS}\right\rangle,$$
$$S_- = \frac{1}{N_{QD}}\sum_j^{N_{QD}}\left\langle S_{-j}^{DS}\right\rangle, \quad (6)$$

нормированным для удобства на общее число КТ N_{QD}. Величина S_- характеризует поляризацию системы ОС, а S_z соответствует разности населенностей.

Воспользовавшись в (4) приближением вращающейся волны, приходим к системе уравнений в форме Максвелла–Блоха:

$$\dot{\alpha} = -i\tilde{g}_S\frac{\Omega_0}{2\Omega_R}S_- - \left(i\omega_c + \Gamma_C\right)\alpha, \quad (7a)$$

$$\dot{S}_- = -i\Omega_R S_- - i\tilde{g}_S\frac{\Omega_0}{2\Omega_R}S_z\alpha - \Gamma_p S_-,$$

$$\dot{S}_z = i\tilde{g}_S\frac{\Omega_0}{\Omega_R}\left(S_-^*\alpha - S_-\alpha^*\right) - \frac{\Gamma}{2}\left(1+\frac{\delta^2}{\Omega_R^2}\right)S_z + \Gamma_S, \quad (7b)$$

где $\tilde{g}_S = g_S\sqrt{N_{QD}}$, $\Gamma_p = \Gamma\left(\frac{\Omega_0^2}{4\Omega_R^2}+\frac{1}{2}\right)$, величина $\Gamma_S = \frac{\Gamma\delta}{\Omega_R}$, входящая в (7c), играет роль накачки для населенности ОС, вызванной процессами релаксации возбужденного состояния КТ $|b_j\rangle$. Существование такой накачки имеет простое объяснение. Действительно, согласно определению (3) при большой положительной ($\delta > 0$) отстройке, такой, что $\delta \gg \Omega_0$, верхнее ОС соответствует нижнему собственному уровню КТ, т.е. $|1_jN\rangle \sim |a_jN+1\rangle$ (рис. 1). Спонтанные процессы всегда стремятся перевести КТ в нижнее энергетическое состояние, тем самым способствуя формированию инверсии в одетом базисе. При этом скорость накачки Γ_S определяется отстройкой δ. Вдали от области резонансного взаимодействия, т.е. при $\delta \gg \Omega_0$, величина $\Gamma_S = \Gamma$ максимальна. В то же время в обратном пределе $\delta \to 0$ скорость накачки стремится к нулю и инверсия в одетом базисе становится невозможной.

Для исследования условий формирования терагерцового лазерного излучения внутри резонатора будем искать нетривиальное решение системы (7) в форме $\alpha = \alpha^{(0)} e^{-i\mu t}$, $S_- = S_-^{(0)} e^{-i\mu t}$, $S_z = S_z^{st}$, соответствующее ненулевой населенности моды резонатора. Данное решение существует, когда накачка, отвечающая за возникновение инверсии $S_z^{st} > 0$, превышает потери. Иными словами, лазерная генерация возникает, если стационарная разность населенностей ОС больше порогового значения $S_z^{st} > S_z^{thr}$. Чтобы найти S_z^{thr}, необходимо приравнять к нулю мнимую часть собственной частоты решения μ (ср. с [13]). Тогда получаем

$$S_z^{thr} = \frac{\Gamma_C \Gamma_p}{g_S^2 \frac{\Omega_0^2}{4\Omega_R^2} N_{QD}} \left(1 + \frac{\Delta^2}{(\Gamma_C + \Gamma_p)^2}\right), \tag{8}$$

где $\Delta = \omega_C - \Omega_R$ – отстройка частоты моды резонатора от частоты перехода в двухуровневой системе ОС Ω_R.

Динамика установления лазерной генерации, полученная численным моделированием системы (7), представлена на рис. 2 сплошной кривой. В качестве

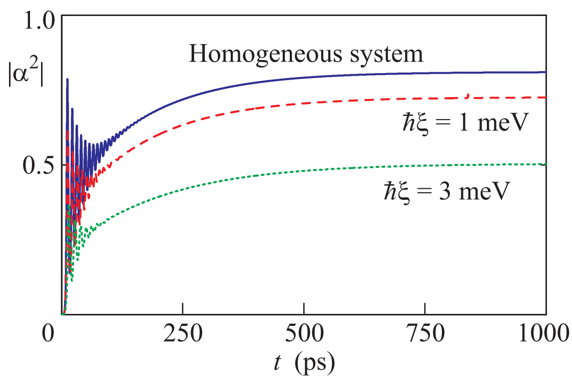

Рис. 2. (Цветной онлайн) Динамика установления лазерной генерации для нормированной населенности лазерной моды. Сплошная (синяя) кривая соответствует системе без неоднородного уширения. Штриховой (красной) и пунктирной (зеленой) кривым соответствуют значения $\hbar\xi = 1$ мэВ, $\hbar\xi = 3$ мэВ. Остальные параметры: $\hbar g = 1$ мэВ, $\hbar g_s = 0.1$ мэВ, $N_0 = 100$, $N_{QD} = 50$, $\delta = 5\,\text{пс}^{-1}$, $\Delta = 0$, $\tau = 100$ пс, $\tau_C = 2000$ пс

начальных условий взяты $\alpha(0) = 0.01$, $S_- = 0$ и $S_z = 1$, что соответствует слабому начальному возбуждению резонаторной моды и макроскопическому заселению нижнего состояния КТ. Стационарное значение населенности лазерной моды также может быть найдено из уравнений (7):

$$|\alpha|^2 = \frac{\Gamma\left(\Omega_R^2 + \delta^2\right)}{8\Omega_R^2 \Gamma_C}\left(S_z^{st} - S_z^{thr}\right). \tag{9}$$

Рассматриваемая модель терагерцового лазера позволяет управлять интенсивностью лазерного излучения, меняя как интенсивность одевающего поля (среднее число фотонов N_0), так и отстройку δ. Зависимость нормированного числа фотонов резонаторной моды $|\alpha|^2$ от среднего числа одевающих фотонов N_0 при фиксированных значениях остальных параметров системы показана на рис. 3a. Терагерцовое излучение существует только в относительно узком диапазоне изменения N_0. Действительно, из (9) следует, что интенсивность этого излучения пропорциональна разности $S_z^{st} - S_z^{thr}$. Обе эти величины зависят от N_0 (см. рис. 3b). Стационарная разность населенностей S_z^{st} уменьшается вместе с ростом интенсивности одевающего поля (рис. 3b, черная сплошная кривая), поскольку влияние спонтанных процессов, играющих роль накачки, при этом снижается. В то же время число одевающих фотонов N_0 определяет частоту расщепления Раби $\Omega_R = \sqrt{\delta^2 + 4g^2 N_0}$. Когда Ω_R находится в резонансе с резонаторной модой $\Omega_R = \omega_c$, порог минимален (см. (8)). Изменение N_0 уводит систему от резонанса, и S_z^{thr} (рис. 3b, красная пунктирная кривая) возрастает. Когда условие генерации $S_z^{st} > S_z^{thr}$ нарушается, $|\alpha|^2 = 0$ (см. рис. 3a).

Из определения для Ω_R очевидно, что отстройка δ также существенным образом влияет на параметры лазерной генерации. На рис. 3c изображена зависимость для $|\alpha|^2$ на плоскости параметров δ и N_0. Черная пунктирная кривая (рис. 3c) соответствует резонансу $\omega_C = \Omega_R$. При этом лазерная генерация возможна в относительно узком диапазоне параметров (вблизи резонанса). Необходимо отметить, что наибольшие значения интенсивности излучения достижимы при малом числе одевающих фотонов и большой отстройке (см. рис. 3c). Однако в данном пределе значительную роль играет эффект истощения одевающего поля, что не учитывается в нашей упрощенной модели, которая справедлива при $N_0 > N_{QD}$.

Рассмотрим теперь влияние неоднородного уширения на лазерную генерацию, полагая собственные частоты ω_{0j} в ансамбле КТ распределенными по нормальному закону вокруг некоторого среднего значения ω_0. Ширина такого распределения (среднеквадратическое отклонение) ξ пропорциональна дисперсии размеров КТ в ансамбле. Тогда динамика j-й КТ будет описываться системой из трех уравнений для параметров S_{-j}, S_{zj} и α, аналогичной системе (6). Для всей системы из N_{QD} КТ, взаимодействующих с одной единственной резонаторной модой, имеем $2N_{QD} + 1$ уравнений.

На рис. 2 приведены результаты численного расчета для $N_{QD} = 50$ при разных значениях ξ (штри-

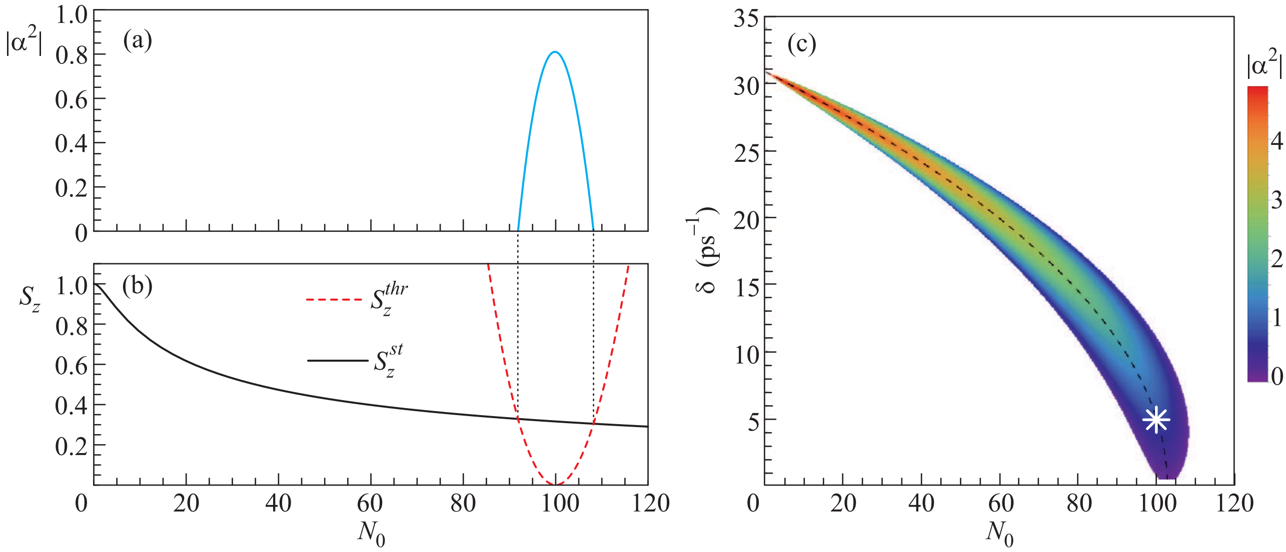

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость (a) – нормированного числа терагерцовых фотонов $|\alpha|^2$ и (b) – инверсии населенностей ОС КТ S_z^{st} от среднего числа одевающих фотонов N_0; (c) – зависимость $|\alpha|^2$ от N_0 и отстройки δ одевающего поля от резонанса КТ. Существование лазерной генерации соответствует области выполнения условия $S_z^{st} > S_z^{thr}$. Параметры системы те же, что и на рис. 2. Белая звездочка соответствует параметрам, для которых построены рисунки (a) и (b)

ховая и пунктирные кривые). Данные зависимости ясно демонстрируют принципиальную возможность установления лазерной генерации и в этом случае. Очевидно, что в неоднородном ансамбле наибольший вклад в лазерную генерацию будут давать только те КТ, для которых расщепление Раби Ω_{Rj} попадает в резонанс с терагерцовой модой. Таким образом, чем больше величина ξ, тем меньше интенсивность лазерной генерации. Заметим, что, поскольку распределение КТ по частотам полагается случайным, стационарное значение $|\alpha|^2$ зависит также от конкретной реализации этого распределения. Тем не менее, численный анализ показывает, что разброс значений $|\alpha|^2$ локализован вокруг некоторого среднего, величина которого убывает с ростом ξ.

В заключение приведем основные результаты работы. Нами рассмотрена принципиальная возможность установления лазерной генерации в терагерцовом диапазоне на переходе между ОС, формирующимися в системе асимметричных КТ, взаимодействующих с интенсивным оптическим полем внутри терагерцового резонатора. Спецификой предлагаемого метода является существование в системе ОС механизма накачки верхнего рабочего уровня, обусловленного процессом релаксации возбужденного собственного состояния КТ. Показано, что интенсивностью лазерного излучения можно легко управлять, регулируя как количество одевающих фотонов, так и отстройку от резонанса. Также выявлена принципиальная возможность установления лазерной генерации в неоднородно уширенном ансамбле КТ.

В предложенной нами модели остается открытым вопрос об устойчивости лазерной генерации в зависимости от добротности терагерцового резонатора, который в данной работе мы полагали достаточно высокодобротным (ср. с [11]). В противном случае, из-за присутствия большого количества мод в системе могут развиваться неустойчивости и хаос (см. [12]). А при достаточно большом разбросе ξ, когда количество КТ, эффективно взаимодействующих с резонаторной модой, мало, генерация может и вовсе пропасть, поскольку из (8) следует, что величина порога обратно пропорциональна числу КТ. Очевидно, что в сугубо квантовом пределе, имеет смысл исследовать влияние фононного резервуара на формирование терагерцового излучения. Исследование данных вопросов выходит за рамки настоящей статьи и будет представлено в последующих публикациях.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01), поддержана грантами РФФИ # 15-59-30406, 15-52-52001, 16-32-60102 и 14-02-97503; Министерством образования и науки РФ, гос. задание # 16.440.2014K; проектом EC FP7 ITN NOTEDEV. Авторы также выражают благодарность финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (Соглашение # 14.587.21.0020, уникальный идентификатор проекта RFMEFI58715X0020). И. А. Ш. выражает благодарность программе “ITMO Visiting Professorship” в рамках проекта 5-100.

1. G. Khitrova, H. M. Gibbs, M. Kira, S. W. Koch, and A. Scherer, Nat. Phys. **2**, 81 (2006).
2. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions: Basic Processes and Applications*, Wiley, Chichester (1998).
3. J. Zakrzewski, M. Lewenstein, and T. W. Mossberg, Phys. Rev. A **44**, 7717 (1991).
4. A. M. Башаров, Письма в ЖЭТФ **103**, 16 (2016).
5. N. G. Kalugin and Yu. V. Rostovtsev, Opt. Lett. **31**, 969 (2006).
6. I. Savenko, O. V. Kibis, and I. A. Shelykh, Phys. Rev. A **85**, 053818 (2012).
7. J. P. Reithmaier, G. Sek, A. Löffler, C. Hofmann, S. Kuhn, S. Reitzenstein, L. V. Keldysh, V. D. Kulakovskii, T. L. Reinecker, and A. Forchel, Nature **432**, 197 (2004).
8. A. Muller, E. B. Flagg, P. Bianucci, X. Y. Wang, D. G. Deppe, W. Ma, J. Zhang, G. J. Salamo, M. Xiao, and C. K. Shih, Phys. Rev. Lett. **99**, 187402 (2007).
9. P. Rinke, M. Winkelnkemper, A. Qteish, D. Bimberg, J. Neugebauer, and M. Scheffler, Phys. Rev. B **77**, 075202 (2008).
10. O. V. Kibis, G. Ya. Slepyan, S. A. Maksimenko, and A. Hoffmann, Phys. Rev. Lett. **102**, 023601 (2009).
11. C. M. Yee and M. S. Sherwin, Appl. Phys. Lett. **94**, 154104 (2009).
12. H. Haken, *Laser light dynamics*, North-Holland Physics Publishing, Amsterdam (1985), v. 2.
13. I. Yu. Chestnov, A. P. Alodjants, and S. M. Arakelian, Phys. Rev. A **88**, 063834 (2013).