Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 3, с. 203 – 211

Акустоэкситонные эффекты в двумерном газе дипольных экситонов

М. В. Боев,[+] *В. М. Ковалев,*[+×] *А. В. Чаплик*[+*1)]

[+]*Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский Государственный Университет, 630090 Новосибирск, Россия*

[×]*Новосибирский Государственный Технический Университет, 630095 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 27 июня 2016 г.

Излагается теория эффектов взаимодействия двумерного газа непрямых дипольных экситонов с поверхностными упругими волнами релеевского типа. Рассматриваются эффекты поглощения и перенормировки фазовой скорости поверхностной волны, эффект увлечения экситонов поверхностной звуковой волной и генерация объемных звуковых волн двумерным газом дипольных экситонов под действием внешнего электромагнитного излучения. Указанные эффекты изучаются как при высоких температурах – в нормальной фазе, так и в конденсатной фазе экситонного газа. Вычисления проводятся в баллистическом и диффузионном пределах в обеих фазах.

DOI: 10.7868/S0370274X16150133

1. Введение. Акустические методы исследования элементарных возбуждений широко применяются в физике твердого тела. Сформировалась специальная область – акустоэлектроника, занимающаяся исследованием эффектов, основным механизмом которых является взаимодействие упругих волн с носителями заряда в кристаллах [1]. Измерение характеристик звуковой волны, распространяющейся в твердом теле, позволяет получать информацию о свойствах возбуждений полупроводниковых наноструктур. В частности, поверхностные акустические волны (ПАВ) использовались при изучении свойств двумерного электронного газа [2].

В недавних экспериментальных работах ПАВ использовались для изучения двумерных газов дипольных экситонов [3–5] и экситонных поляритонов [6, 7] в широких одиночных или двойных квантовых ямах. Дипольные экситоны в таких структурах, будучи бозе-частицами, демонстрируют широкий спектр интересных физических эффектов, наиболее интригующим из которых является бозе-конденсация [8–14]. Существенное увеличение рекомбинационного времени жизни экситонов в таких структурах позволяет накапливать их в основном состоянии в достаточном количестве для экспериментального получения бозе-конденсата с критической температурой T_c порядка нескольких кельвин [8–14].

Для экспериментального подтверждения существования экситонного конденсата исследуется поведение линии экситонной люминесценции изучаемой структуры. При понижении температуры или, чаще, при увеличении концентрации экситонов, резкое сужение линии люминесценции говорит о формировании когерентного состояния экситонов, которое *обычно называют* бозе-эйнштейновским конденсатом (БЭК). Кроме этого, существует техническая возможность выделения световых лучей от пространственно разнесенных точек экситонного газа и наблюдения их интерференции, что также говорит о формировании макроскопически когерентного состояния [15].

Появление экспериментальных работ, в которых экситоны изучались с помощью воздействия на них ПАВ, стимулировали нас к построению теории акустоэкситонных эффектов в двумерном экситонном газе. Последняя, с нашей точки зрения, развита недостаточно полно, особенно в свете современных экспериментальных возможностей создания экситонного конденсата и управления движением экситонной жидкости. Предлагаемый обзор посвящен теории эффектов взаимодействия ПАВ с 2D экситонным газом как выше, так и ниже критической температуры.

Обычно рассматривают два типа ПАВ: волны Релея и Гуляева–Блюштейна. Последний тип волн существует лишь на поверхности пьезоэлектрических кристаллов и сопровождается квазистатическим электрическим полем, которое может приводить к ионизации (распаду) экситонов. Поэтому в экспериментах целесообразнее использовать ПАВ первого – релеевского – типа. В случае пьезоэлек-

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

триков речь может идти о распространении волны вдоль непьезоэлектрического направления поверхности подложки. Ниже мы ограничимся рассмотрением волн Релея.

В настоящем обзоре будет рассмотрено несколько акустоэкситонных эффектов, теория которых была развита в рамках выполнения проекта РФФИ (грант # 14-02-00135) и изложена в работах [16–19]. Будут рассмотрены следующие эффекты: поглощение и изменение фазовой скорости ПАВ, взаимодействующей с газом дипольных экситонов; увлечение экситонов посредством ПАВ и генерация объемных звуковых волн двумерным экситонным газом под действием внешней электромагнитной волны. Все эффекты будут изучаться в баллистическом и диффузионном пределах, т.е. с учетом экситон-примесного рассеяния.

2. Изучаемая структура и модель экситонного газа. Типичная экспериментальная структура показана на рис. 1 и представляет собой двойную квантовую яму, расположенную на поверхности полупроводниковой подложки. Саму подложку, для простоты, будем считать акустически изотропным материалом, поскольку учет анизотропии кристалла приводит лишь к усложнению выражений, не имеющему принципиального значения.

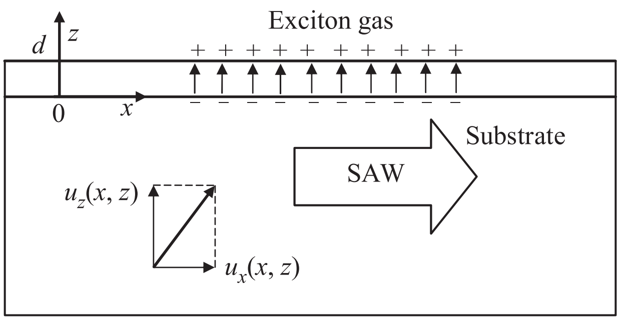

Рис. 1. Схематическое изображение структуры двойной квантовой ямы с дипольными экситонами

Теперь остановимся на модели экситонного газа, используемой для вычислений. Электрон и дырка, составляющие экситон, находятся в различных квантовых ямах (КЯ), занимая нижайшую подзону поперечного квантования в КЯ. В дальнейшем будем считать такой экситон жестким диполем, ориентированным ортогонально КЯ, аналогично модели двухатомной молекулы с жесткой связью между атомами, игнорируя тем самым внутренние степени свободы экситона (относительные колебания электрона и дырки в плоскости КЯ). Это возможно, если внутренние степени свободы не возбуждаются ни температурой, ни ПАВ, т.е. $\max[\omega, T] < e^2/\varepsilon\sqrt{a_B^2 + d^2}$, где ε – диэлектрическая проницаемость структуры КЯ, a_B – боровский размер экситона в латеральном направлении и d – расстояние между КЯ (приведенная оценка предполагает $d \sim a_B$). Диполи как целое могут двигаться в плоскости КЯ, оставаясь все время ортогональными плоскости КЯ. Будем полагать, что ПАВ взаимодействует с экситоном по механизму деформационного потенциала.

ПАВ релеевского типа, распространяющаяся вдоль поверхности свободной подложки (без КЯ), описывается уравнением

$$\ddot{\mathbf{u}} = c_t^2 \Delta \mathbf{u} + (c_l^2 - c_t^2) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} \qquad (1)$$

с граничными условиями $\sigma_{i,k} n_k = 0$ на поверхности подложки. Здесь $\mathbf{u}$ – вектор смещения точек среды, c_l, c_t – продольная и поперечная скорости звука, $\sigma_{i,k}$ – тензор деформаций и n_k – вектор нормали к поверхности подложки. Мы не будем выписывать хорошо известного решения уравнения (1), описывающего релеевскую волну, оно приведено, например, в [20].

При наличии на подложке структуры с двойной КЯ, содержащей экситонный газ, эффект взаимодействия экситонов и ПАВ может быть учтен посредством граничных условий на поверхности подложки, поскольку длины волн ПАВ значительно превосходят типичные расстояния между КЯ используемых в экспериментах структур[2)].

При отклонении плотности экситонов от равновесного значения $\delta n(\mathbf{r}, t) = n(\mathbf{r}, t) - N_0$ на поверхность со стороны экситонного газа действует сила $\mathbf{f} = \lambda \nabla \delta n(\mathbf{r}, t)$ ($\mathbf{r}$ – двумерный вектор вдоль поверхности, $\lambda = \lambda_e + \lambda_h$ – сумма постоянных деформационного потенциала электрона и дырки), которую следует включить в граничные условия $\sigma_{i,k} n_k = f_i$.

С другой стороны, взаимодействие ПАВ и экситонов описывается дополнительным слагаемым в гамильтониане экситонов $U(\mathbf{r}, t) = \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$, что позволяет определить отклик экситонной плотности $\delta n(\mathbf{r}, t)$ на воздействие ПАВ. В результате самосогласованного решения задачи, получается дисперси-

[2)] Мы пренебрегаем также влиянием на ПАВ "нагруженности" поверхности квантовой ямой. Такое пренебрежение законно, поскольку длина волны ПАВ значительно превосходит толщину структуры с КЯ, и как следствие, масса нагрузки много меньше массы вовлеченного в движение вещества подложки.

онное уравнение, описывающие совместные экситон-звуковые колебания на поверхности подложки

$$f_{k\omega} = \frac{2(\lambda k\omega)^2\kappa_t}{\rho(c_l c_t)^2} S_{k\omega} \qquad (2)$$
$$f_{k\omega} = (\kappa_t^2 + k^2)^2 - 4\kappa_l\kappa_t k^2.$$

Здесь $\kappa_{t(l)} = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_{t(l)}^2}$ и ω – частота ПАВ, ρ – плотность материала подложки. В отсутствии экситонов $\lambda = 0$, и уравнение (2) дает закон дисперсии релеевской волны $\omega = ck$, где фазовая скорость $c = c_t\xi_0$ с параметром $\xi_0 \sim 0.9$ [20]. При наличии экситонного газа закон дисперсии релеевской волны изменяется. В этом случае решение уравнения (2) можно искать итерациями, что дает поправку к величине $\xi_0 \to \xi_0 + \delta\xi$, через которую выражаются изменение фазовой скорости и коэффициент поглощения ПАВ

$$\frac{\Delta c}{c} = \mathrm{Re}\left(\frac{\delta\xi}{\xi_0}\right), \;\; \Gamma = -2k\,\mathrm{Im}\left(\frac{\delta\xi}{\xi_0}\right), \qquad (3)$$
$$\delta\xi = \frac{2(\lambda\xi_0)^2\sqrt{1-\xi_0^2}}{f'(\xi_0)\rho c_l^2} k S_{k,\omega=ck},$$
$$f'(\xi_0) = \frac{1}{k^4}\frac{d}{d\xi_0} f_{k,\omega=ck}.$$

Величина $S_{k\omega}$ представляет собой функцию отклика плотность-плотность экситонного газа, связывающую возмущение плотности экситонов с внешним воздействием $\delta n_{k\omega} = S_{k\omega}U_{k\omega}$. Как следует из (3), перенормировка скорости и поглощение ПАВ определяются реальной и мнимой частями функции отклика, вид которой зависит от фазового состояния экситонного газа. Ниже рассмотрим ситуации нормального состояния экситонного газа (выше температуры конденсации) и режим бозе-конденсата.

3. Поглощение и перенормировка скорости волны Релея. *Высокие температуры.* При высоких температурах и низких плотностях экситоны могут рассматриваться как слабовзаимодействующий газ. В рамках подхода среднего поля (приближение случайных фаз), для функции отклика получаем

$$S_{k\omega} = \frac{\Pi_{k\omega}^R}{1 - g_k\Pi_{k\omega}^R}, \qquad (4)$$
$$\Pi_{k\omega}^R = \sum_{\mathbf{p}} \frac{f_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}^B - f_{\mathbf{p}}^B}{\omega + E_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - E_{\mathbf{p}} + i\delta},$$

где $f_{\mathbf{p}}^B$ – бозевская функция распределения, $E_{\mathbf{p}} = p^2/2M$ – кинетическая энергия экситона, $M = m_e + m_h$ – его масса. Величина g_k в (4) – потенциал экситон-экситонного взаимодействия. Поскольку $kd \ll 1$ для типичных значений длин релеевских волн, взаимодействие экситонов можно приближенно считать контактным, и заменить g_k постоянной $g_0 \approx 4\pi e^2 d/\varepsilon$. Для вычисления поляризационного оператора $\Pi_{k\omega}^R$ рассмотрим длинноволновый предел $k \ll Mv_T$, где $v_T = \sqrt{2T/M}$ – тепловая скорость экситонного газа. Точное интегрирование в (4) провести не удается даже в длинноволновом пределе, поэтому рассмотрим предельные ситуации: $\omega/v_T k = c/v_T \ll 1$ и $c/v_T \gg 1$. Эти неравенства сравнивают фазовую скорость релеевской волны с тепловой скоростью экситонного газа. Физически это означает, что в первом случае экситонный газ является "быстрой" подсистемой, а во втором – "медленной". В типичных условиях эксперимента реализуется именно первое неравенство $v_T \gg c$, поэтому приведем результат вычислений для этого случая

$$\frac{\Delta c}{c} = -k\frac{\lambda^2 M}{\pi\rho c_l^2}\frac{\xi_0\sqrt{1-\xi_0^2}}{f'(\xi_0)}\frac{e^{\frac{2\pi N_0}{MT}} - 1}{\left[1 + \frac{2d}{a}\left(e^{\frac{2\pi N_0}{MT}} - 1\right)\right]^2}, \quad (5)$$
$$\Gamma = -k^2\frac{2\lambda^2 M}{\pi\rho c_l^2}\frac{\xi_0\sqrt{1-\xi_0^2}}{f'(\xi_0)}\frac{B(T)c/v_T}{\left[1 + \frac{2d}{a}\left(e^{\frac{2\pi N_0}{MT}} - 1\right)\right]^2}.$$

Здесь $B(T) = \int_0^\infty (f^B)'_x dx/\sqrt{x} < 0$, $f^B(x) = (e^{x-\mu/T} - 1)^{-1}$, $a = \varepsilon/Me^2$ и N_0 – равновесная плотность экситонов. Из (5) следует частотное поведение коэффициента поглощения: $\Gamma \sim \omega^2$.

Вычисления выражений (5) основаны на (4), где в поляризационном операторе не учтено рассеяние экситонов на примесях, что соответствует баллистическому режиму $\omega\tau \gg 1$, где τ – время рассеяния экситонов на примесях.

В диффузионном пределе $\omega\tau \ll 1$ требуется учесть рассеяние экситонов на примесном потенциале в поляризационном операторе в (4). Детали достаточно громоздких вычислений с использованием "крестовой" диаграммной техники изложены в нашей работе [19]. После усреднения по примесям поляризационный оператор (в длинноволновом пределе) имеет следующий вид

$$\Pi_{k\omega}^R = -M\int_0^\infty \frac{dx}{2\pi}\frac{x}{x - i\beta}\left(-\frac{\partial f^B(x)}{\partial x}\right), \qquad (6)$$

где $\beta = 2\omega\tau/(k\ell_T)^2$, и введена характерная длина пробега $\ell_T = v_T\tau$. В случае релеевской волны $\omega = ck$, и в этом случае параметр $\beta = \frac{2}{\omega\tau}(c/v_T)^2$. При $T = 10$ K, $M \approx 0.1m_0$ получаем $\beta \approx 2\cdot 10^{-2}/\omega\tau$. Таким образом, в диффузионной области $\omega\tau \ll 1$ возможно как $\beta \ll 1$, так и $\beta \gg 1$. Эти неравенства эквивалентны, очевидно, неравенствам $2(c/v_T)^2 \ll \omega\tau \ll 1$

и $\omega\tau \ll 2(c/v_T)^2 \ll 1$, соответственно. Используя эти неравенства, можно определить частотное поведение коэффициента поглощения в диффузионном пределе [19]

$$\Gamma \sim \frac{\omega^2\omega\tau N_0}{Mc^4}, \quad \beta \gg 1, \qquad (7)$$
$$\Gamma \sim \omega\ln(\omega\tau), \quad \beta \ll 1.$$

Нулевая температура – конденсат. Теперь обратимся к вычислению функции отклика $S_{k\omega}$ в присутствии конденсата. Хорошо известно, что элементарными возбуждениями бозе-конденсированной системы являются боголюбовские квазичастицы. Явная форма закона дисперсии боголюбовских возбуждений зависит от модели, которая используется для описания взаимодействующей бозе-системы. В случае малой плотности экситонов, $N_0a_B^2 \ll 1$, адекватной моделью служит боголюбовская модель слабонеидельного газа. В рамках этой модели закон дисперсии элементарных возбуждений имеет вид

$$\varepsilon_k = \sqrt{\frac{k^2}{2M}\left(\frac{k^2}{2M} + 2g_0n_c\right)}.$$

Здесь n_c – плотность экситонов в конденсате. В длинноволновом пределе $\frac{k^2}{2M} \ll 2g_0n_c$, и элементарные возбуждения представляют собой звуковые кванты $\varepsilon_k \approx sk$, где $s = \sqrt{g_0n_c/M}$ – их фазовая скорость. В режиме бозе-конденсата большинство экситонов находится в конденсате, однако имеются и надконденсатные экситоны, наличие которых обусловлено экситон-экситонным взаимодействием и температурой (термически возбужденные квазичастицы). Все эти экситоны, в принципе, дают вклад в функцию отклика $S_{k\omega}$. Будем рассматривать низкотемпературный предел $T \ll sk$, когда квантовые эффекты наиболее ярко проявляются в функции отклика. В этом пределе термически возбужденные квазичастицы не играют существенной роли и теория может строится как при $T = 0$. Ограничимся рассмотрением этого предельного случая. Вследствие слабого взаимодействия между экситонами плотность надконденсатных частиц достаточно мала и можно пренебречь взаимодействием флуктуаций плотности надконденсатных и конденсатных частиц, вызванных звуковой волной. В результате отклик конденсатных и надконденсатных частиц может вычисляться независимо, $S_{k\omega} = S^c_{k\omega} + S^n_{k\omega}$, где $S^c_{k\omega}$ и $S^n_{k\omega}$ – функции отклика конденсатных и надконденсатных частиц, соответственно.

Волновая функция системы представима в виде суммы $\Psi(\mathbf{r},t) = \varphi(\mathbf{r},t) + \psi(\mathbf{r},t)$, где $\varphi(\mathbf{r},t)$ – волновая функция конденсата (классическое поле), $\psi(\mathbf{r},t)$ – надконденсатная часть. Отклик конденсатных частиц может быть найден с помощью уравнения Гросса–Питаевского

$$i\partial_t\varphi(\mathbf{r},t) = \left(\frac{\mathbf{p^2}}{2M} - \mu + g_0|\varphi(\mathbf{r},t)|^2\right)\varphi(\mathbf{r},t) + \qquad (8)$$
$$+ U(\mathbf{r},t)\varphi(\mathbf{r},t),$$

в котором энергия взаимодействия экситонов с релеевской волной $U(\mathbf{r},t)$ может рассматриваться как возмущение. Тогда волновая функция конденсатных частиц $\varphi(\mathbf{r},t)$ может быть представлена как сумма стационарного однородного невозмущенного вклада и возмущенной части $\varphi(\mathbf{r},t) = \sqrt{n_c} + \delta\varphi(\mathbf{r},t)$. Функция отклика конденсатных экситонов определяется как $\delta n_c(k,\omega) = S^c_{k\omega}U_{k\omega}$. Здесь $\delta n_c(k,\omega) = \sqrt{n_c}(\delta\varphi^*(\mathbf{r},t) + \delta\varphi(\mathbf{r},t))$ – возмущение плотности конденсатных частиц. Линеаризуя уравнение Гросса–Питаевского, находим

$$S^c_{k\omega} = \frac{n_ck^2/M}{(\omega+i\delta)^2 - \varepsilon_k^2}. \qquad (9)$$

Расчет функции отклика надконденсатных частиц является достаточно трудоемкой задачей. Приведем лишь окончательный результат

$$S^n_{k\omega} = -\frac{g^2n_c^2}{4s^2}\left[\frac{\theta(s^2k^2-\omega^2)}{\sqrt{s^2k^2-\omega^2}} + i\frac{\theta(\omega^2-s^2k^2)}{\sqrt{\omega^2-s^2k^2}}\right]. \quad (10)$$

Используя эти соотношения, находим перенормировку скорости и коэффициент поглощения релеевской волны в присутствии экситонного конденсата

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{2\lambda^2\xi_0\sqrt{1-\xi_0^2}}{f'(\xi_0)\rho c_l^2}\left[\frac{n_ck/M}{c^2-s^2} - \frac{g^2n_c^2\theta(s^2-c^2)}{4s^2\sqrt{s^2-c^2}}\right], \qquad (11)$$
$$\Gamma = k\frac{4\lambda^2\xi_0\sqrt{1-\xi_0^2}}{f'(\xi_0)\rho c_l^2}\left[\frac{\pi n_ck}{2Ms}\delta(c-s) + \frac{g^2n_c^2\theta(c^2-s^2)}{4s^2\sqrt{c^2-s^2}}\right].$$

Здесь первое и второе слагаемые, соответственно, конденсатный и надконденсатный вклады. $\theta(x)$ – функция Хевисайда. Первое слагаемое в выражении для коэффициента поглощения отвечает физическому процессу: "уничтожение фонона ПАВ – рождение боголюбовского возбуждения". При нулевой температуре, как отмечалось выше, тепловые боголюбовские возбуждения отсутствуют, поэтому дельта-функция отвечает закону сохранения при трансформации фонона ПАВ в боголюбовский фонон.

Интерпретация второго – надконденсатного – слагаемого менее наглядна. Можно показать, что пороговая зависимость является следствием процесса рождения двух боголюбовских возбуждений вследствие поглощения фонона ПАВ. Такой процесс удовлетворяет закону сохранения энергии $\omega_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{p}} + \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}$, где $\omega_{\mathbf{k}} = ck$ и $\varepsilon_{\mathbf{p}} = sp$ – закон дисперсии боголюбовских возбуждений. Нетрудно проверить, что он удовлетворяется лишь при условии $c > s$ (при любом $\mathbf{p}$), что и определяет пороговую зависимость надконденсатного вклада в коэффициент поглощения в (11).

Обращение в бесконечность выражений (11) при $c = s$ обусловлено пренебрежением процессами рассеяния экситонов на примесях, т.е. формулы (11) применимы в чистых системах.

Учет экситон-примесных столкновений приводит к конечному времени жизни боголюбовских возбуждений и, в конечном счете, к устранению сингулярностей в выражениях (11). Опуская детали всех вычислений, изложенных в работе [19], остановимся здесь на основных моментах процедуры расчета.

При вычислении влияния примесного потенциала на конденсатное состояние экситонного газа мы будем следовать работе [21], в основе которой лежит следующее предположение: наличие примесей не разрушает конденсат. В этом случае в присутствии примесного потенциала волновая функция системы, как и выше, снова представима в виде $\Psi(\mathbf{r},t) = \varphi(\mathbf{r},t) + \psi(\mathbf{r},t)$, где $\varphi(\mathbf{r},t)$ – волновая функция конденсата, а $\psi(\mathbf{r},t)$ – надконденсатная часть. Функция $\varphi(\mathbf{r},t)$ находится как решение уравнения Гросса–Питаевского с примесным потенциалом $u_i(\mathbf{r})$

$$\left(i\partial_t - \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + \mu - u_i(\mathbf{r}) - g|\varphi(\mathbf{r},t)|^2\right)\varphi(\mathbf{r},t) - \\ - U(\mathbf{r},t)\varphi(\mathbf{r},t) = 0, \tag{12}$$

имеющим следующие статистические свойства

$$\langle u_i \rangle = 0,\ \langle u_i(\mathbf{r})u_i(\mathbf{r}')\rangle = u_0^2\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'). \tag{13}$$

Как и выше, решение (12) можно искать в виде $\varphi(\mathbf{r},t) = \varphi_0(\mathbf{r}) + \delta\varphi(\mathbf{r},t)$, где поправка $\delta\varphi(\mathbf{r},t)$ обусловлена полем ПАВ. В отличие от чистого случая, где невозмущенный конденсат описывается стационарным и однородным решением $\varphi_0(\mathbf{r}) = \sqrt{n_c}$, при наличии примесей стационарное решение является неоднородным, и должно быть найдено из (12) при $U(\mathbf{r},t) = 0$, а именно

$$\left[\frac{\mathbf{p}^2}{2M} - \mu + 2g|\varphi_0(\mathbf{r})|^2 + u_i(\mathbf{r})\right]\varphi_0(\mathbf{r}) = 0. \tag{14}$$

Далее можно вычислить $\varphi(\mathbf{r},t) = \varphi_0(\mathbf{r}) + \delta\varphi(\mathbf{r},t)$, и, как следствие, получить усредненную по примесям функцию отклика конденсатных частиц

$$S^c_{k\omega} = \frac{n_c k^2/M}{\omega^2 - \varepsilon_k^2 + 2i\omega\gamma_k}, \\ \gamma_k = \frac{1}{\tau}\left(\frac{k}{2Ms}\right)^3. \tag{15}$$

Здесь γ_k – уширение спектра боголюбовских возбуждений $\varepsilon = \varepsilon_k - i\gamma_k$, обусловленное экситон-примесным рассеянием. Коэффициент поглощения ПАВ, обусловленный конденсатными частицами, выражается через величину $\mathrm{Im}\, S^c_{k\omega}$. Выделяя мнимую часть, имеем

$$\Gamma_c(\omega) \sim \frac{n_c}{M}\left(\frac{\omega}{c}\right)^4 \frac{\omega\gamma_{k=\omega/c}}{\omega^2(1-s^2/c^2)^2 + 4\omega^2\gamma^2_{k=\omega/c}}. \tag{16}$$

Это выражение заменяет собой дельта-функцию в (11). Как и следовало ожидать, экситон-примесное рассеяние приводит к снятию сингулярности конденсатного вклада в коэффициент поглощения ПАВ в (11). В резонансе $s = c$ выражение (16) дает $\Gamma_c(\omega) \sim n_c\tau(Mc)^2$.

Учет процессов экситон-примесного рассеяния в функции отклика надконденсатных частиц производится похожим образом, но вычисления становятся более громоздкими, и, не приводя их здесь, отсылаем читателя за деталями вычислений к нашей работе [19]. Укажем лишь, что пороговое поведение второго слагаемого в (11) размывается, приводя к конечному поглощению и при $c < s$.

4. Эффект акустоэкситонного увлечения. Очевидно, что конечная величина тока увлечения (стационарная и однородная поверхностная плотность потока экситонов, вызванная распространением ПАВ) определяется вторым порядком по величине внешнего возмущения $U(\mathbf{r},t)$, т.е. пропорциональна (поверхностной) интенсивности релеевской волны I_0, которую определим следующим образом

$$I_0 = c\rho\int_{-\infty}^{0}\left[|\dot{u}_x(x,z)|^2 + |\dot{u}_z(x,z)|^2\right]dz. \tag{17}$$

Тогда вычисление тока увлечения сводится к расчету отклика второго порядка на воздействие ПАВ.

Высокие температуры. При высоких температурах $T > T_c$ динамика экситонного газа описывается функцией Грина, удовлетворяющей следующему уравнению

$$\left[i\partial_t - \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + \mu - U(x) - g\delta n(x)\right]G(x,x') = \delta_{x,x'}. \tag{18}$$

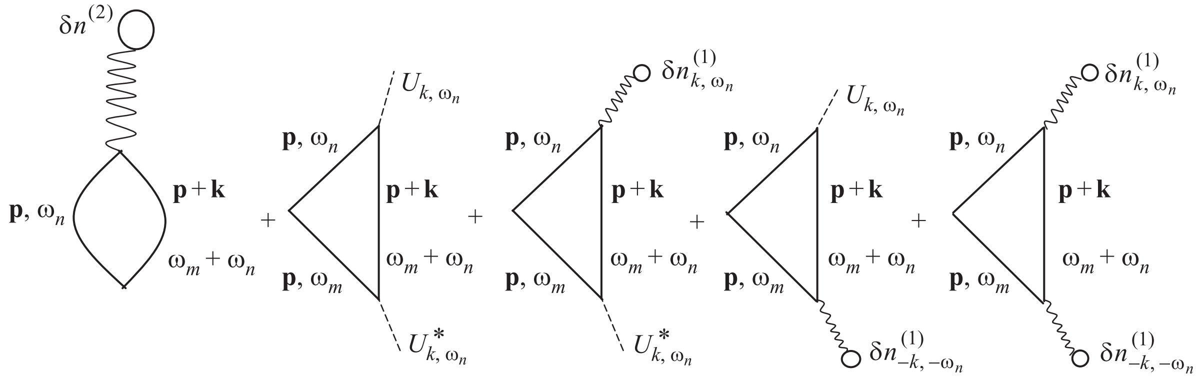

Рис. 2. Диаграммное представление вклада второго порядка в функцию Грина экситонов. Волнистые линии представляют экситон-экситонное взаимодействие, пунктирные – взаимодействие с ПАВ

Здесь для краткости используется запись $x = (\mathbf{r}, t)$. $\delta n(x)$ представляет собой отклонение плотности экситонов от равновесного значения. Решение уравнения (18) ищется разложением функции Грина и плотности экситонов в ряд по $U(x)$ до второго порядка включительно. Структуру получающихся слагаемых проще всего понять из вида соответствующих диаграмм Фейнмана, показанных на рис. 2. Анализ представленных диаграмм позволяет получить выражение для тока увлечения экситонов в баллистическом режиме, достаточно простое выражение

$$\mathbf{j} = \left|\frac{U_{k\omega}}{\varepsilon^R(\mathbf{k},\omega)}\right|^2 i\nabla_{\mathbf{k}}\left[\Pi^R_{\mathbf{k},\omega} - \Pi^A_{\mathbf{k},\omega}\right], \tag{19}$$

где $\Pi^{R(A)}$ – запаздывающий (опережающий) поляризационный оператор экситонов, $\varepsilon^R(\mathbf{k},\omega) = 1 - g_0\Pi^R_{\mathbf{k},\omega}$ – диэлектрическая проницаемость экситонного газа.

Как и для коэффициента поглощения, для тока увлечения удобно рассмотреть наиболее типичную для эксперимента ситуацию $v_T \gg c$. В этом пределе из (19) получаем

$$\mathbf{j} = \frac{M}{\pi}\frac{-|U_{k\omega}|^2 B(T)}{\left[1 + \frac{2d}{a}\left(e^{2\pi N_0/MT} - 1\right)\right]^2}\frac{\omega\mathbf{k}}{v_T k^3}. \tag{20}$$

Видим, что ток направлен по волновому вектору акустической волны. Взаимодействие экситонов друг с другом приводит к экспоненциальному уменьшению величины тока вследствие экранировки (экспоненциальная зависимость от плотности экситонов N_0 в знаменателе). Подставляя сюда $k = \omega/c$ и учитывая, что $|U_{k\omega}|^2 \sim \omega I_0$, находим, что ток увлечения экситонов при высоких температурах $j \sim I_0$ не зависит от частоты.

Учет экситон-примесного рассеяния производится усреднением треугольных диаграмм по флуктуациям случайного примесного поля, как показано на

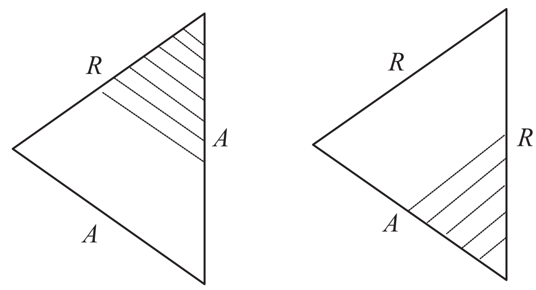

Рис. 3. Примесное усреднение треугольных диаграмм

рис. 3. В результате получаем выражение для тока увлечения в диффузионном режиме

$$\mathbf{j} = \tau\mathbf{k}\frac{(2\beta)^2}{2\pi}\left|\frac{U_{k\omega}}{\varepsilon^R(\mathbf{k},\omega)}\right|^2 \times$$
$$\times\int_0^\infty\left(-\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right)\frac{x\,dx}{(\beta^2+x^2)^2}, \tag{21}$$

в которое, как и в коэффициент поглощения ПАВ, входит параметр β, при предельных значениях которого ток увлечения имеет следующее частотное поведение

$$\begin{aligned} j &\sim \omega(\omega\tau)^3 I_0, \quad \beta \gg 1, \\ j &\sim \omega(\omega\tau) I_0, \quad \beta \ll 1. \end{aligned} \tag{22}$$

Акустоэкситонное увлечение в конденсированной фазе. Для расчета тока увлечения конденсатных и надконденсатных частиц требуется искать решение уравнения Гросса–Питаевского до второго порядка по внешнему возмущению $U_{k\omega}$, аналогично вычислению тока увлечения в нормальной фазе, а именно $\varphi(\mathbf{r},t) = \varphi_0(\mathbf{r}) + \delta\varphi^{(1)}(\mathbf{r},t) + \delta\varphi^{(2)}(\mathbf{r},t)$, где верхний индекс указывает порядок поправки по $U_{k\omega}$. После вычисления поправок ток увлечения находится усреднением по времени выражения (при наличии примесей – и по положению примесей)

$$\mathbf{j}_c = \frac{i}{2M}\left(\varphi\nabla\varphi^* - \varphi^*\nabla\varphi\right). \qquad (23)$$

В результате в чистом случае получаем результат

$$\mathbf{j}_c = 2n_c\frac{|U_{k\omega}|^2}{M^2}\frac{\omega k^2\mathbf{k}}{(\omega^2-\varepsilon_k^2)^2}, \qquad (24)$$

а после примесного усреднения в знаменателе появляется, как и в случае поглощения ПАВ, слагаемое, учитывающее конечную величину столкновительного времени жизни боголюбовских возбуждений

$$\mathbf{j}_c = 2n_c\frac{|U_{k\omega}|^2}{M^2}\frac{\omega k^2\mathbf{k}}{(\omega^2-\varepsilon_k^2)^2+4\omega^2\gamma_{\mathbf{k}}^2}. \qquad (25)$$

Резонансная форма знаменателя этих выражений описывает физику процесса – ненулевое значение тока увлечения обусловлено рождением боголюбовской квазичастицы с энергией ε_k. После подстановки $k=\omega/c$ получаем частотное поведение тока в баллистическом режиме $j_c \sim \omega I_0(1-s^2/c^2)^{-2}$ и в диффузионном

$$j_c \sim \frac{\omega I_0}{(1-s^2/c^2)^2+4\gamma_{k=\omega/c}^2/\omega^2}. \qquad (26)$$

Как видим, максимум тока увлечения при $c=s$ остается конечным $j_c^{\max} \sim I_0\tau^2/\omega^3$.

Мы не станем проводить здесь детального анализа вклада надконденсатных частиц, он выполнен в нашей работе [19]. Как и в поглощении ПАВ, этот вклад имеет пороговый характер в чистом пределе, а учет экситон-примесного рассеяния “размывает” эту особенность.

5. Генерация объемных звуковых волн экситонным газом под действием внешнего электромагнитного поля. Генерация звуковых волн в твердых телах, обусловленная возбуждением электронных степеней свободы кристалла, неоднократно рассматривалась в литературе. В частности, в работах [22–24] изучался вопрос о генерации гиперзвука плазменными колебаниями двумерного и одномерного электронного газа под действием электромагнитного возмущения.

В настоящем, заключительном, разделе рассмотрим вопрос о генерации звуковых волн экситонным газом под действием внешнего электромагнитного возмущения, промодулированного металлической дифракционной решеткой (“*grating structure*”), расположенной над 2D экситонным газом (см. рис. 4). Основным вопросом здесь является поведение амплитуды колебаний вектора смещения излучаемой в подложку звуковой волны при фазовом переходе экситонного газа в режим бозе-эйнштейновского конденсата.

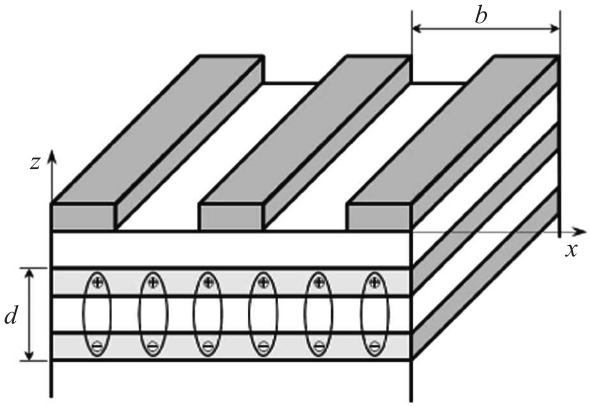

Рис. 4. Экситонный газ с дифракционной решеткой

Монохроматическая электромагнитная волна, падающая ортогонально на структуру, имеет вид $E_x(x,t) = E_x^0 e^{-iky-i\omega t}$. После прохождения металлической дифракционной решетки в прошедшей волне, кроме E_x компоненты, появляется и компонента, направленная ортогонально поверхности 2D экситонного газа, $E_z(x,t)$, которая возмущает экситонный газ. Прошедшее дифракционную решетку электромагнитное поле можно разложить на гармоники. Мы рассмотрим взаимодействие экситонов с одной гармоникой. Энергия взаимодействия дипольного момента экситона, расположенного в плоскости $z=0$, с электромагнитным полем запишется в виде

$$W(x,t) = -\mathbf{p}\mathbf{E}^0 e^{ik_b x - i\omega t}, \qquad (27)$$

где $p = ed$ – абсолютное значение дипольного момента экситона, $k_b = 2\pi/b$ – волновой вектор, величина которого определяется периодом дифракционной решетки b. Под действием этого возмущения экситонная плотность N_0 приобретает неравновесную добавку, величина которой в рамках подхода линейного отклика находится согласно выражению $\delta n_{k\omega} = S_{k\omega}W_{k\omega}$, где $S_{k\omega}$ – функция линейного отклика экситонного газа, использованная выше, $W_{k\omega}$ – фурье-образ возмущения (27). Вследствие взаимодействия экситонов с кристаллической решеткой подложки колебания экситонной плотности генерируют звуковую волну, распространяющуюся вглубь подложки. Для описания генерируемой волны можно снова использовать уравнение (1), только теперь следует взять решение, представляющее собой распространяющуюся вглубь $z<0$ волну. Постоянные коэффициенты в таком решении с помощью граничных условий на поверхности можно выразить через внешнее возмущение $W_{k\omega}$, связав тем самым амплитуды звуковой волны с напряженностью внешнего электромагнитного поля E_z^0. Полученное таким образом решение запишется в виде (опускаем общий множитель $\exp(-i\omega t)$)

$$u_x(x,y) = [A_x^l(k,\omega)e^{-i\chi_l z} + A_x^t(k,\omega)e^{-i\chi_t z}]e^{ikx},$$
$$u_y(x,y) = [A_y^l(k,\omega)e^{-i\chi_l z} + A_y^t(k,\omega)e^{-i\chi_t z}]e^{ikx}, \tag{28}$$

где амплитуды имеют вид

$$\begin{pmatrix} A_x^l(k,\omega) & A_x^t(k,\omega) \\ A_y^l(k,\omega) & A_y^t(k,\omega) \end{pmatrix} = \tag{29}$$
$$= \frac{-k\lambda S_{k\omega}W_{k\omega}}{\Delta(k,\omega)\rho c_t^2}\begin{pmatrix} 2k^2\chi_t & \chi_t(\chi_t^2-k^2) \\ -2k\chi_t\chi_l & k(\chi_t^2-k^2) \end{pmatrix},$$
$$\Delta(k,\omega) = 4k^2\chi_l\chi_t + (\chi_t^2-k^2)^2,\ \kappa_{t(l)} = \sqrt{\omega^2/c_{t(l)}^2 - k^2},$$

где следует подставить $k = k_b$. В этих выражениях (как и везде ниже) ω – частота внешнего электромагнитного возмущения. Характерные параметры, входящие в эти выражения, таковы, что неравенство $\omega \gg \max[v_T, c_l, c_t]k_b$ выполняется с большим запасом, поэтому для простоты мы рассмотрим далее этот предел. При больших частотах величина $\chi_{l,t} \approx \omega/c_{l,t} \gg k_a$ становится большой, и, как нетрудно видеть из (29), амплитуда $A_x^t(k,\omega) \sim \chi_t^3$ становится значительно больше всех остальных, т.е. излучаемая звуковая волна становится почти полностью поперечной, распространяясь в объем подложки под малым углом $\alpha \approx k_a c_t/\omega \ll 1$ к нормали структуры.

В области $\omega \gg \max[v_T, c_l, c_t]k_b$ несложно вычислить функцию отклика $S_{k\omega} \approx N_0 k_b^2/M\omega^2$ и получить выражение для амплитуды звуковой волны в этом пределе

$$A_x^t(k_a,\omega) \approx \lambda\frac{N_0\mathbf{pE}^0}{M\rho c_t}\left(\frac{k_b}{\omega}\right)^3. \tag{30}$$

Это соотношение применимо для чистого случая. При наличии примесей в параметре $\beta = 2\omega\tau/(k\ell_T)^2$ нужно положить $k = k_b$ и считать теперь ω частотой возмущающего электромагнитного поля. В общем случае интегрирование в (6) затруднительно, однако удается рассмотреть предельные случаи частотного поведения амплитуды излучаемой звуковой волны

$$A_x^t(k_a,\omega) \sim \frac{1}{\omega^2\tau},\ \ \beta \gg 1,$$
$$A_x^t(k_a,\omega) \sim \frac{1}{\omega},\ \ \beta \to 0. \tag{31}$$

Излучение звука конденсатом. В присутствие конденсата функции отклика системы в баллистическом режиме даются формулами (9) и (10). В пределе $\omega \gg \max[s, c_l, c_t]k_b$ имеем

$$A_x^t(k_a,\omega) \approx \lambda\frac{\mathbf{pE}^0}{\rho c_t}\frac{k_b}{\omega}\left(\frac{n_c k_b^2}{M\omega^2} - i\frac{(Ms)^2}{4\omega}\right), \tag{32}$$

где первое слагаемое определяется конденсатными частицами, второе – надконденсатными, причем вклад последних убывает медленнее с ростом частоты.

В "грязном" пределе, в области больших частот, выражение (15) дает асимптотическое поведение по частоте, аналогичное чистому случаю $S_{k\omega}^c \sim \sim n_c k_b^2/M\omega^2$. Надконденсатный вклад в грязном пределе вычислить сложнее. Воспользовавшись выражением (53) из нашей работы [19] для комплексной части поляризационного оператора надконденсатных частиц, в пределе $\omega/k_b \gg s$ можно получить частотное поведение этого вклада $(\omega\tau)^{2/3}/\omega^2$, а значит и амплитуды звуковой волны $A_x^t(k_a,\omega) \sim (\omega\tau)^{2/3}/\omega^3$.

Таким образом, мы рассмотрели теорию отклика экситонного газа в нормальной и конденсированной фазах на внешнее акустическое и электромагнитное возмущение. Было показано, что линейный и квадратичный отклики имеют различное поведение в разных фазовых состояниях экситонного газа, что отражается на поглощении и эффекте увлечения ПАВ. Аналогично, фазовый переход модифицирует частотную зависимость амплитуды излучаемой экситонным газом звуковой волны. Проведенные расчеты показывают, что методы акустической спектроскопии могут быть использованы как дополнительный к оптическому способ исследования конденсированных экситонных систем.

1. Ю. В. Гуляев, УФН **175**, 887 (2005).
2. A. V. Chaplik and M. V. Krasheninnikov, Sur. Sci. **98**, 533 (1980).
3. J. Rudolph, R. Hey, and P. V. Santos, Phys. Rev. Lett. **99**, 047602 (2007).
4. S. Lazic, A. Violante, K. Cohen, R. Hey, R. Rapaport, and P. V. Santos, Phys. Rev. B **89**, 085313 (2014).
5. A. Violante, K. Cohen, S. Lazic, R. Hey, R. Rapaport and P. V. Santos, New J. Phys. **16**, 033035 (2014).
6. E. A. Cerda-Mendez, D. Krizhanovskii, K. Biermann, R. Hey, P. V. Santos, and M. S. Skolnick, Superlattices and Microstructures **49**, 233 (2011).
7. E. A. Cerda-Mendez, D. N. Krizhanovskii, M. Wouters, R. Bradley, K. Biermann, K. Guda, R. Hey, P. V. Santos, D. Sarkar, and M. S. Skolnick, Phys. Rev. Lett. **105**, 116402 (2010).
8. L. V. Butov, Sol. State Comm. **127**, 89 (2003).
9. L. V. Butov, J. Phys.: Condens. Matter **16**, R1577 (2004).

10. L. V. Butov, J. Phys.: Condens. Matter **19**, 295202 (2007).
11. L. V. Butov, ЖЭТФ **149**, 505 (2016).
12. А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **73**, 342 (2001).
13. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **96**, 145 (2012).
14. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, ФНТ **42**, 438 (2016).
15. А. В. Горбунов, *Автореферат диссертации на соискание уч. степени д. ф.-м. н.* (2015).
16. М. В. Боев, В. М. Ковалев, ЖЭТФ **147**, 1115 (2015).
17. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **101**, 194 (2015).
18. М. В. Боев, В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **102**, 923 (2015).
19. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **149**, 578 (2016).
20. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. 7, *Теория упругости*, Наука, М. (1987).
21. В. А. Гергель, Р. Ф. Казаринов, Р. А. Сурис, ЖЭТФ **58**, 686 (1970).
22. М. В. Крашенинников, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **76**, 1812 (1979).
23. М. В. Крашенинников, А. В. Чаплик, ФТТ **21**, 2502 (1979).
24. М. В. Крашенинников, М. Б. Султанов, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **77**, 1636 (1979).