Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 7, с. 534 – 539

Сила фрикционного увлечения Казимира между SiO_2 зондом и покрытой графеном SiO_2 подложкой

А. И. Волокитин[1)]

Peter Grünberg Institut, D-52425 Forschungszentrum Jülich, Germany

Самарский государственный технический уноверситет, 443100 Самара, Россия

Поступила в редакцию 25 августа 2016 г.

Обсуждается возможность механического детектирования трения Казимира с использованием бесконтактного силового микроскопа. На SiO_2 наконечник зонда, расположенный над покрытой графеном SiO_2 подложкой, будет действовать сила фрикционного увлечения за счет флуктуирующего электромагнитного поля, создаваемого током в графене. Эта сила трения будет создавать изгиб кантилевера, который может быть измерен с помощью современного бесконтактного силового микроскопа. С помощью этой экспериментальной установки может быть измерен как квантовый, так и тепловой вклады в силу фрикционного увлечения Казимира. Этот результат может использоваться для механического обнаружения трения Казимира и в микро- и наноэлектромеханических системах (МЭМС и НЭМС).

DOI: 10.7868/S0370274X16190127

Все материальные тела окружены флуктуирующим электромагнитным полем за счет тепловых и квантовых флуктуациий плотности тока и заряда внутри них. Эти электромагнитные флуктуации являются краеугольным камнем физики Казимира, которая включает в себя силы Казимира–ван-дер-Ваальса [1–3], трение Казимира с его предельным случаем – квантовым трением [4, 3], и радиационную передачу тепла в ближней зоне [5, 4]. Тепловые и квантовые флуктуации плотности тока в одном теле индуцируют плотность тока в другом теле; взаимодействие между исходной и индуцированной плотностями тока являются природой взаимодействия Казимира. Когда два тела находятся в относительном движении, индуцированный ток будет немного отставать от флуктуирующего тока, и это является природой трения Казимира. В настоящее время трение Казимира привлекает значительное внимание в связи с тем, что оно является одним из механизмов бесконтактного трения между телами в отсутствие непосредственного механического контакта [4]. Бесконтактное трение определяет предел, до которого может быть уменьшена сила трения и, следовательно, также флуктуации силы, т.к. они связаны с трением посредством флуктуационно-диссипативной теоремы. Флуктуации силы (и, следовательно, трение) имеют важное значение для сверхчувствительной регистрации сил.

Трение Казимира изучалось в конфигурациях пластина-пластина [4, 6–10] и нейтральная частица-пластина [4, 11–22]. Хотя предсказания теории сил Казимира были проверены во многих экспериментах [3], детектирование трения Казимира до сих пор является сложной проблемой для экспериментаторов. Однако, фрикционное увлечение между квантовыми ямами [23, 24] и графеновыми листами [25, 26] и вольт-амперная зависимость графена на поверхности полярного диэлектрика SiO_2 [27], были хорошо описаны с помощью теории трения Казимира [28, 29, 30]. В эксперименте фрикционного увлечения сила трения Казимира между свободными носителями заряда в 2D-структурах за счет плотности тока в одной 2D-структуре индуцирует электрическое поле в другой 2D-структуре, которое может быть измерено. Для листа графена, расположенного поблизости от полярного диэлектрика, сила трения Казимира между свободными носителями заряда в графене с поверхностными фононными поляритонами в диэлектрике приводит к изменению удельного сопротивления графена, которое также может быть измерено. До сих пор трение Казимира регистрировалось только с помощью электрических эффектов, которые оно создает. Таким образом, эффект фрикционного увлечения может наблюдаться только между двумя проводящими 2D структурами, и электрический транспорт в графене можно измерять только для графена на диэлектрической подложке, ко-

[1)]e-mail: alevolokitin@yandex.ru

гда теплопроводность между графеном и подложкой велика.

В этом письме рассматривается возможность механического детектирования трения Казимира с использованием бесконтактного атомного силового микроскопа (АСМ). Схемы для экспериментальных установок приведены на рис. 1. На рис. 1a SiO_2 зонд

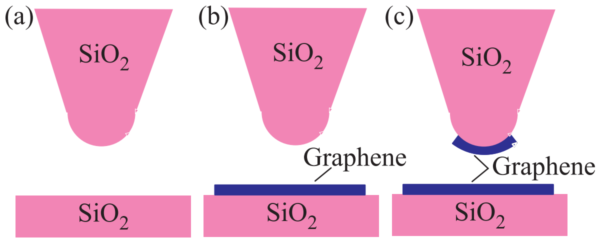

Рис. 1. (Цветной онлайн) Различные конфигурации для измерения силы трения Казимира с помощью бесконтактного силового микроскопа: (a) – SiO_2 зонд и SiO_2 подложка (DD); (b) – SiO_2 зонд и покрытая графеном SiO_2 подложка (DGD); (c) – покрытый графеном SiO_2 зонд и покрытая графеном SiO_2 подложка (DGGD)

и SiO_2 подложка имеют чистые поверхности. На рис. 1b SiO_2 подложка покрыта графеном и SiO_2 зонд имеет чистую поверхность, и на рис. 1c поверхности зонда и подложки покрыты графеном. Согласно теории трения Казимира, фрикционное напряжение между двумя пластинами при параллельном относительном движении со скоростью v вдоль оси $\hat{x}$ с перпендикулярной пластинам осью $\hat{z}$ определяется xz-компонентой максвелловского тензора напряжения: $f_{\text{friction}} = \sigma_{xz} = f_T + f_0$, где при $d \ll \lambda_T$ и $v \ll c$ вклады от тепловых (f_T) и квантовых (f_0) флуктуаций определяются формулами [4, 7, 10, 29]

$$f_T = \frac{\hbar}{\pi^3}\int_0^\infty dq_y \int_0^\infty dq_x q_x e^{-2qd} \times$$
$$\times \left\{ \int_0^\infty d\omega \left(\frac{\text{Im}R_1(\omega)\text{Im}R_2(\omega^+)}{|\,1 - e^{-2qd}R_1(\omega)R_2(\omega^+)\,|^2} \times \right.\right.$$
$$\left. \times\, [n_1(\omega) - n_2(\omega^+)] + (1 \leftrightarrow 2) \right) -$$
$$\left. - \int_0^{q_x v} d\omega \left(\frac{\text{Im}R_1(\omega)\text{Im}R_2(\omega^-)}{|\,1 - e^{-2qd}R_1(\omega)R_2(\omega^-)\,|^2} n_1(\omega) + (1 \leftrightarrow 2) \right) \right\}, \tag{1}$$

$$f_0 = -\frac{\hbar}{2\pi^3}\int_0^\infty dq_y \int_0^\infty dq_x q_x e^{-2qd} \times$$
$$\times \int_0^{q_x v} d\omega \left(\frac{\text{Im}R_1(\omega)\text{Im}R_2(\omega^-)}{|\,1 - e^{-2qd}R_1(\omega)R_2(\omega^-)\,|^2} + (1 \leftrightarrow 2) \right), \tag{2}$$

где $\omega^{\pm} = \omega \pm q_x v$, R_{ip} – амплитуда отражения для p-поляризованных электромагнитных волн для пластины i, $n_i(\omega) = [\exp(\omega/k_B T_i) - 1]^{-1}$. Символ $(1 \leftrightarrow 2)$ обозначает члены, которые получаются из предыдущих членов перестановкой 1 и 2. Амплитуда отражения для диэлектрика

$$R_d = \frac{\epsilon_d - 1}{\epsilon_d + 1}, \tag{3}$$

где ϵ_d – диэлектрическая функция диэлектрика. Диэлектрическая функция аморфного SiO_2 может быть описана осцилляторной моделью [31]

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty + \sum_{j=1}^{2} \frac{\sigma_j}{\omega_{0,j}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_j}, \tag{4}$$

где параметры $\omega_{0,j}$, γ_j и σ_j были получены аппроксимацией экспериментальных данных для SiO_2 с помощью уравнения (3): $\epsilon_\infty = 2.0014$, $\sigma_1 = 4.4767 \times 10^{27}\,\text{c}^{-2}$, $\omega_{0,1} = 8.6732 \times 10^{13}\,\text{c}^{-1}$, $\gamma_1 = 3.3026 \times 10^{12}\,\text{c}^{-1}$, $\sigma_2 = 2.3584 \times 10^{28}\,\text{c}^{-2}$, $\omega_{0,2} = 2.0219 \times 10^{14}\,\text{c}^{-1}$, и $\gamma_1 = 8.3983 \times 10^{12}\,\text{c}^{-1}$. Для покрытой графеном SiO_2 подложки амплитуда отражения R_{dg} может быть выражена через амплитуды отражения для чистой поверхности подложки R_d, опреляемой уравнением (3), и для изолированного графена, определяемой формулой [28]

$$R_g = (\varepsilon_g - 1)/\varepsilon_g, \tag{5}$$

где диэлектрическая функция графена

$$\varepsilon_g = 1 + \frac{2\pi i q \sigma_l}{\omega}, \tag{6}$$

где σ_l – продольная проводимость для графенового листа. For $qa \ll 1$, где a – расстояние между графеном и диэлектриком,

$$R_{dg} = 1 - \frac{(1 - R_d)(1 - R_g)}{1 - R_d R_g} = \frac{\epsilon_d - 1 + 2(\varepsilon_g - 1)}{\epsilon_d + 1 + 2(\varepsilon_g - 1)}. \tag{7}$$

В настоящем исследовании использовалась диэлектрическая функция графена, которая была вычислена в приближении случайных фаз (RPA) [32, 33]. Диэлектрическая функция является аналитической функцией в верхней полуплоскости комплексной ω-плоскости:

$$\varepsilon_0(\omega, q) = 1 + \frac{4k_F e^2}{\hbar v_F q} - \frac{e^2 q}{2\hbar\sqrt{\omega^2 - v_F^2 q^2}} \times$$
$$\times \left\{ G\left(\frac{\omega + 2v_F k_F}{v_F q}\right) - G\left(\frac{\omega - 2v_F k_F}{v_F q}\right) - i\pi \right\}, \tag{8}$$

где

$$G(x) = x\sqrt{x^2-1} - \ln(x + \sqrt{x^2-1}), \qquad (9)$$

где волновой вектор Ферми $k_F = (\pi n)^{1/2}$, n – энергия Ферми $\epsilon_F = \hbar v_F k_F$, $v_F \approx 10^6$ м/с – скорость Ферми.

Наконечник зонда атомного силового микроскопа с радиусом кривизны $R \gg d$, находящегося на расстоянии d над гладкой поверхностью подложки, можно аппроксимировать сферой с радиусом R. В этом случае силу трения между зондом и плоскостью можно оценить с помощью приближенного метода Дерягина [34], позже названного приближением близости для силы (PFA) [35]. В соответствии с этим методом сила трения в зазоре между двумя гладкими изогнутыми поверхностями при малом расстоянии между ними может быть приближенно представлена в виде суммы сил, действующие между парами небольших параллельных пластин, соответствующих изогнутой геометрии зазора. В частности, в этом приближении сила трения в конфигурации сфера-плоскость определяется формулой

$$F_{\text{friction}} = 2\pi \int_0^R d\rho \rho f_{\text{friction}}(z(\rho)), \qquad (10)$$

где $z(\rho) = d + R - \sqrt{R^2-\rho^2}$ определяет расстояние зонд-поверхность, как функцию расстояния ρ от оси симметрии зонда, и сила трения на единицу площади $f_{\text{friction}}(z(\rho))$ определяется для плоских поверхностей.

В линейном по скорости v порядке сила трения $f_{\text{friction}} = \gamma v$, где при $T_1 = T_2 = T$ коэффициент трения определяется формулой [4]

$$\gamma = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 k_B T}\int_0^\infty \frac{d\omega}{\sinh^2\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right)} \times$$

$$\times \int_0^\infty dq\, q^3 e^{-2qd} \frac{\mathrm{Im}R_{1p}\mathrm{Im}R_{2p}}{|1 - e^{-2qd}R_{1p}R_{2p}|^2}. \qquad (11)$$

Коэффициент трения в конфигурации зонд-плоскость Γ может быть получен из (11), используя для силы приближение близости. В эксперименте Γ определяется путем измерения добротности для колебаний кантилевера параллельно поверхности подложки [36]. В настоящее время коэффициент трения может быть определен только в диапазоне $10^{-12} - 10^{-13}$ кг/с [36]. На рис. 2 показана зависимость коэффициента трения от расстояния между зондом и поверхностью подложки для различных конфигураций. Красные, зеленые и синие кривые на рис. 2 представляют результаты для конфигураций: *1* – SiO_2 – SiO_2 (DD) (рис. 1a); *2* – SiO_2 + графен-SiO_2 (DGD) (рис. 1b); *3* – SiO_2 + графен-SiO_2 + графен

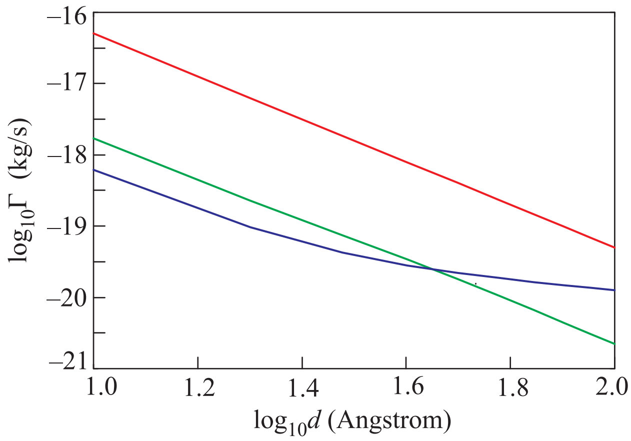

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость коэффициента трения Γ для сферического наконечника с радиусом кривизны $R = 1$ мкм от расстояния d между зондом и подложкой для различных конфигураций при $T = 300$ K. Красные, зеленые и синие кривые представляют результаты для конфигураций: *1* – DD (рис. 1a); *2* – DGD (рис. 1b); *3* – DGGD (рис. 1c), соответственно. Концентрация носителей заряда в графене $n = 10^{16}$ м$^{-2}$

(DGGD) (рис. 1c), соответственно. Коэффициент трения в этих конфигурациях меньше 10^{-16} кг/с, и таким образом, он не может быть измерен с помощью современной экспериментальной техники. Тем не менее, в работе [37] было предсказано, что для некоторых конфигураций с наличием адсорбатов коэффициент трения Казимира может быть достаточно большим и может быть измерен с помощью современной бесконтактной силовой микроскопии.

При колебаниях кантилевера скорость наконечника зонда не превышает 1 м/с. Однако, сила трения Казимира может сильно возрасти при большой относительной скорости скольжения. Эта сила трения может быть обнаружена, если она производит достаточно большой изгиб кантилевера. Рис. 3 показывает зависимость силы трения, действующей на наконечник с радиусом кривизны $R = 1$ мкм, от относительной скорости v между зондом и подложкой для SiO_2–SiO_2 конфигурации (см. рис. 1a) при расстоянии $d = 1$ нм и для различных температур. Сила трения $F_{\text{friction}} = F_0 + F_T$, где F_0 – вклад от квантовых флуктуаций, которые существуют даже при $T = 0$ K (это трение обозначается как квантовое трение [6], $F_{\text{friction}}(T = 0\,\text{K}) = F_0$) и F_T – вклад от тепловых флуктуаций, которые существуют только при конечной температуре. Тепловой вклад доминирует при $v < k_B T d/\hbar$ и квантовый вклад доминирует при $v > k_B T d/\hbar$. На рис. 3 $F_{\text{friction}} > 10^{-12}$ Н для $v > 10^5$ м/с . В современном эксперименте [38] коэффициент упругости кантилевера находится в интер-

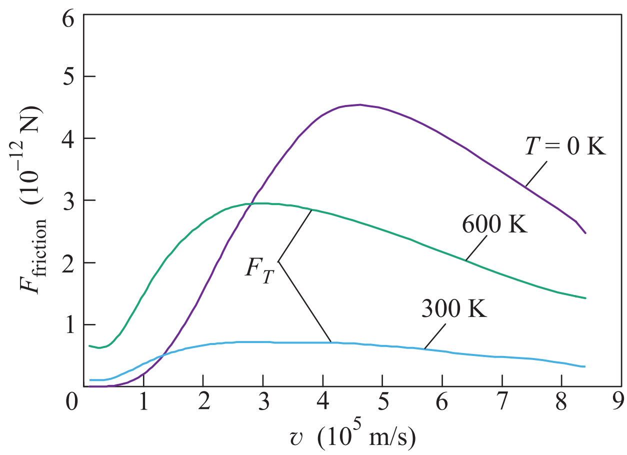

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость силы трения $F_{\text{friction}} = F_0 + F_T$, действующей на сферический наконечник зонда с радиусом кривизны $R = 1$ мкм, от относительной скорости скольжения v между зондом и подложкой для SiO_2–SiO_2 конфигурации (см. рис. 1a) при расстоянии $d = 1$ нм и для различных температур, где F_0 определяет вклад в силу трения от квантовых флуктуаций (это трение обозначается как квантовое трение [6], $F_{\text{friction}}(T = 0\,\text{K}) = F_0$) и F_T – вклад от тепловых флуктуаций

вале между $k_0 = 30$ и $k_0 = 50$ мкмН/м. Сила трения $\approx 10^{-12}$Н будет приводить к смещению наконечника порядка 10^2 нм, что легко может быть измерено. Однако, в настоящее время нет экспериментальной установки, в которой можно получить относительную скоростью скольжения между зондом и подложкой $\sim 10^5$м/с.

Альтернативный способ обнаружения трения Казимира возможнен для конфигурации $SiO_2 +$ графен-SiO_2 (см. рис. 1b). Для этой конфигурации ток в графеновом листе со скоростью дрейфа свободных носителей заряда v_{Drift} будет приводить к флуктуирующему электромагнитному полю, которое подобно электромагнитному полю при механическом движении листа со скоростью $v = v_{\text{Drift}}$ [4, 28–30]. Из-за высокой подвижности носителей заряда в графене, в сильном электрическом поле электроны (или дырки) могут двигаться с очень высокой скорости (до 10^6 м/с), что дает возможность для изучения трения Казимира в большом диапазоне скорости. Дрейфовое движение носителей заряда в графене будет приводят к изменению амплитуды отражения графена из-за эффекта Доплера [6]. С учетом этого эффекта амплитуда отражения для графенового листа с дрейфовым движением носителей заряда определяется амплитудой отражения R'_g в системе отсчета, сопутствующей дрейфовому движению носителей заряда в графене: $R'_g = R_g(\omega^-)$, где $R_g(\omega)$ – амплитуда отражения в системе покоя графенового листа без тока, $\omega^- = \omega - q_x v$, $v = v_{\text{Drift}}$.

В вакуумном зазоре между двумя пластинами в конфигурации $SiO_2 +$ графен-SiO_2 напряженность электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{q}, \omega, z)$ может быть записана в виде [10]

$$\mathbf{E}(\mathbf{q}, \omega, z) = v_p \hat{n}_p{}^{+} e^{-qz} + w_p \hat{n}_p{}^{-} e^{qz}, \qquad (12)$$

где $\hat{n}_p^{\pm} = (\mp i\mathbf{q}, q)$,

$$v_p = \frac{E_{dg}^{f\prime} + R'_{dg} E_d^f e^{-qd}}{1 - e^{-2qd} R'_{dg} R_d}, \; w_p = \frac{R_d E_{dg}^{f\prime} e^{-2qd} + E_d^f e^{-qd}}{1 - e^{-2qd} R'_{dg} R_d}, \qquad (13)$$

где $E_{dg}^{f\prime}$ и E_d определяют амплитуды флуктуирующих электрических полей, создаваемых в вакууме на поверхностях пластин $SiO_2 +$ графен и SiO_2 флуктуациями плотности заряда внутри пластин $SiO_2 +$ графен и SiO_2, соответственно, и где, в присутствии дрейфа свободных носителей Заряда в графеновом слое со скоростью v_{Drift}, амплитуда отражения R'_{dg} определяется уравнением (7) с R_g, замененной на $R'_g = R_g(\omega^-)$:

$$R'_{dg} = 1 - \frac{(1 - R_d)(1 - R'_g)}{1 - R_d R'_g} = \frac{\epsilon_d - 1 + 2(\varepsilon'_g - 1)}{\epsilon_d + 1 + 2(\varepsilon'_g - 1)}, \qquad (14)$$

где $\varepsilon'_g = \varepsilon_g(\omega^-)$. Электрическое поле с напряженностью $E_{dg}^{f\prime}$, определяемое интерференцией электрических полей, создаваемых SiO_2 пластиной и графеновым листом, при $qa \ll 1$ определяется формулой

$$E_{dg}^{f\prime} = \frac{E_d^f (1 - R'_g) + E_g^{f\prime}(1 - R_d)}{1 - R_d R'_g} = \frac{E_d^f(\epsilon_d + 1) + E_g^{f\prime} \varepsilon'_g}{\epsilon_d + 1 + 2(\varepsilon'_g - 1)}, \qquad (15)$$

где E_d^f и $E_g^{f\prime}$ определяют электрические поля, создаваемых на поверхности $SiO_2 +$ графен подложки SiO_2 пластиной и графеновым листом при наличии в нем дрейфового движения носителей заряда, соответственно. Согласно общей теории флуктуирующего электромагнитного поля [4] спектральная плотность флуктуации для электрического поля:

$$\langle |E_i^f|^2 \rangle_\omega = \frac{2\hbar}{q} \left(n_i(\omega) + \frac{1}{2} \right) \text{Im} R_i, \qquad (16)$$

где $\langle ... \rangle$ означает статистическое усреднение по случайному полю, создаваемого i-й поверхностью, $i = d, g$. Фрикционное напряжение f_x, действующее на поверхность SiO_2 пластины, определяется

xz-компонентой максвелловского тензора напряжения σ_{ij}, вычисленного при $z = +0$:

$$f_x = \sigma_{xz} = \frac{1}{8\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega [\langle E_z E_x^*\rangle + \langle E_z^* E_x\rangle)]_{z=+0} =$$

$$= 2\mathrm{Im}\int_0^{\infty}\frac{d\omega}{2\pi}\int\frac{d^2q}{(2\pi)^2}\frac{q_x}{q}\langle w_p^* v_p\rangle, \qquad (17)$$

где символ $\langle ... \rangle$ обозначает статистическое усреднение по случайным полям $\mathbf{E}_d^f$ и $\mathbf{E}_g^f$. Используя (12)–(15) в (17), после усреднения по случайным электрическим полям в (17) с использованием (16), получим

$$f_x = \frac{\hbar}{2\pi^3}\int_0^{\infty} d\omega \int d^2q\, q_x \times$$

$$\times \frac{\mathrm{Im}R_d}{\left|1 - e^{-2qd}\mathrm{Im}R_d \mathrm{Im}R'_{dg}\right|^2}\Big(\mathrm{Im}R'_{dg}[n_g(\omega^-) - n_d(\omega)] +$$

$$+ \frac{2\mathrm{Im}\epsilon_d}{|\epsilon_d + 1 + 2(\varepsilon_g^- - 1)|^2}[n_g(\omega) - n_g(\omega^-)]\Big). \qquad (18)$$

В уравнении (18) функции n_g и n_d вычисляются при температурах T_g и T_d для SiO_2 + графен и SiO_2 пластин, соответственно. Вклад в трение от квантовых флуктуаций может быть получен из (18) при $T_g = T_d = 0\,$K:

$$f_x(T = 0\mathrm{K}) = -\frac{2\hbar}{\pi^3}\int_0^{\infty} d\omega \times$$

$$\times \int d^2q\, q_x \frac{\mathrm{Im}R_d \mathrm{Im}\varepsilon'_g}{\left|1 - e^{-2qd}\mathrm{Im}R_d \mathrm{Im}R'_{dg}\right|^2 |\epsilon_d + 1 + 2(\varepsilon'_g - 1)|^2}. \qquad (19)$$

Рис. 4 показывает зависимость силы фрикционного увлечения, действующей на SiO_2 наконечник в конфигурации SiO_2 + графен-SiO_2 от скорости дрейфа v_{Drift} электронов в графеновом листе. Для $v_{\mathrm{Drift}} > 10^5$ м/с сила трения больше 10^{-12}N и может быть измерена с помощью современного бесконтактного силового микроскопа. Вклад в силу трения от тепловых флуктуаций доминирует при $v_{\mathrm{Drift}} < 10^6$ м/с, а вклад от квантовых флуктуаций доминирует при $v_{\mathrm{Drift}} > 10^6$ м/с. Важно отметить, что в отличие от конфигурации SiO_2–SiO_2, для которой смещение наконечника зонда за счет трения Казимира может быть обнаружено только при очень большой относительной скорости скольжения между наконечником и подложкой ($\sim 10^5$ м/с), для конфигурации SiO_2 + графен-SiO_2 трение того же порядка может быть получено с помощью создания электрического тока в графене с помощью сильного электрического поля, что легко можно осуществить в современном эксперименте.

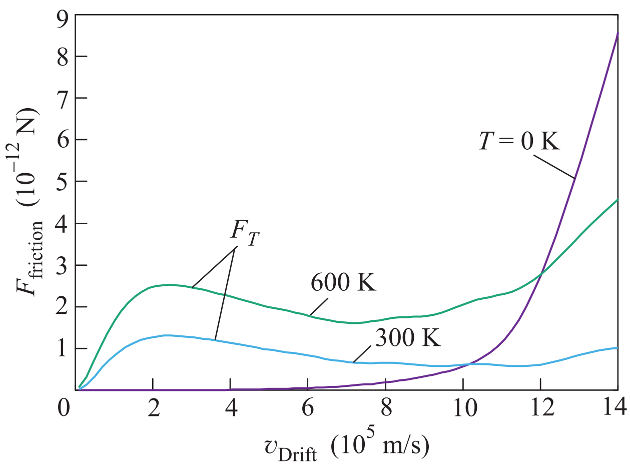

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость силы трения, действующей на наконечник зонда, от скорости дрейфа v_{Drift} свободных носителей заряда в графене для SiO_2 + графен-SiO_2 конфигурации (см. рис. 1b). Обозначения на рисунке и параметры конфигурарации такие же, что на рис. 3

Заключение. Ток в графене приводит к флуктуирующему электромагнитному полю, которое аналогично полю, создаваемого движущимся графеновым листом. В сильных электрических полях электроны в графене, расположенному на поверхности SiO_2 подложки, могут двигаться с большой скоростью дрейфа (больше 10^6 м/с [27]), достаточной для создания действующей на наконечник силы фрикционного увлечения, которая может быть измерена с помощью современного бесконтактного силового микроскопа. С помощью этой экспериментальной установки могут быть измерены как тепловой, так и квантовый вклады в трение Казимира. Полученные результаты могут использоваться в эксперименте для механического детектирования трения Казимира и для применения эффекта фрикционного увлечения в микро- и наноэлектромеханических устройствах (МЭМС и НЭМС).

Исследование было выполнено при поддержке РФФИ (грант # 16-02-00059-а).

1. H. B. G. Casimir, Proc. K. Ned. Akad. Wet. **51**, 793 (1948).
2. E. M. Lifshitz, ZhETF **29**, 94 (1955) [Sov. Phys.-JETP **2**, 73 (1956)].
3. *Casimir Physics*, ed. by D. A. R. Dalvit, P. Milonni, D. Roberts, and F. da Rose, Springer, Berlin (2011).
4. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Rev. Mod. Phys. **79**, 1291 (2007).
5. D. Polder and M. Van Hove, Phys. Rev. B **4**, 3303 (1971).

6. J. B. Pendry, J. Phys.: Cond. Matt. **9**, 10301 (1997).
7. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, J. Phys.: Cond. Matt. **11**, 345 (1999).
8. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. Lett. **91**, 106101 (2003).
9. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. B **68**, 155420 (2003).
10. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. B **78**, 155437 (2008).
11. M. S. Tomassone and A. Widom, Phys. Rev. B **56**, 4938 (1997).
12. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. B **65**, 115419 (2002).
13. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, Phys. Lett. A **339**, 212 (2005).
14. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, J. Phys.: Cond. Matt. **20**, 354006 (2008).
15. G. Barton, New J. Phys. **12**, 113045 (2010).
16. J. S. Høye and I. Brevik, Entropy **15**, 3045 (2013).
17. J. S. Høye and I. Brevik, Eur. Phys. J. D **68**, 61 (2014).
18. M. F. Maghrebi, R. Golestanian, and M. Kardar, Phys. Rev. D **87**, 025016 (2013).
19. F. Intravaia, R. O. Behunin, and D. A. R. Dalvit, Phys. Rev. A **89**, 050101(R) (2014).
20. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, New J. Phys. **16**, 118001 (2014).
21. G. Pieplow and C. Henkel, New J. Phys. **15**, 023027 (2013).
22. G. Pieplow and C. Henkel, J. Phys.: Cond. Matt. **27**, 214001 (2015).
23. T. J. Gramila, J. P. Eisenstein, A. H. MacDonald, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **66**, 1216 (1991).
24. U. Sivan, P. M. Solomon, and H. Shtrikman, Phys. Rev. Lett. **68**, 1196 (1992).
25. S. Kim, I. Jo, J. Nah, Z. Yao, S. K. Banerjee, and E. Tutuc, Phys. Rev. B **83**, 161401 (2011).
26. R. V. Gorbachev, A. K. Geim, M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, T. Tudorovskyiy, T. V. Grigorieva, A. H. MacDonald, K. Watanabe, T. Taniguchi, and L. P. Ponamarenko, Nature Phys. **8** 896 (2012).
27. M. Freitag, M. Steiner, Y. Martin, V. Perebeinos, Z. Chen, J. C. Tsang, and P. Avouris, Nano Lett. **9**, 1883 (2009).
28. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, J. Phys.: Cond. Matt. **13**, 859 (2001).
29. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. Lett. **106**, 094502 (2011).
30. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, EPL **103**, 24002 (2013).
31. D. Z. A. Chen, R. Hamam, M. Soljacic, J. D. Joannopoulos, and G. Chen, Appl. Phys. Lett. **90**, 181921 (2007).
32. B. Wunscvh, T. Stauber, F. Sols, and F. Guinea, New J. Phys. **8**, 318 (2006).
33. E. H. Hwang and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **75**, 205418 (2007).
34. B. Derjaguin, Kolloid-Z. **69**, 155 (1934).
35. J. Blocki, J. Randrup, W. J. Swiatecki, and C. F. Tsang, Ann. Phys. **105**, 427 (1977).
36. E. Gnecco and E. Meyer, *Elements of friction theory and nanotribology*, ed. by E. Gnecco and E. Meyer, Cambridge University Press (2015).
37. A. I. Volokitin, B. N. J. Persson, and H. Ueba, Phys. Rev. B **73**, 165423 (2006).
38. A. Mehlin, F. Xue, D. Liang, H. F. Du, M. J. Stolt, S. Jin, M. L. Tian, and M. Poggio, Nano Lett. **15**, 4839 (2015).