Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 7, стр. 357 — 360 10 октября 1991 г.

КОЛЛАПС ПЫЛЕВИДНОЙ СРЕДЫ И ПРАВИЛО ТИЦИУСА-БОДЕ В ЕСТЕСТВЕННЫХ ЕДИНИЦАХ

А.Э.Филиппов

Физико-технический институт АН УССР
340114, Донецк

Поступила в редакцию 22 августа 1991 г.

Показано, что в том случае, если формирование протопланетного облака происходит в виде плоского блина коллапсирующей пыли, то в системе возникает выделенный масштаб орбиты наиболее массивной планеты, задающий последовательность орбит других планет, удовлетворяющих в нулевом приближении простому правилу резонансов периодов обращения.

Одним из вероятных сценариев формирования протопланетного диска может быть процесс развития неустойчивости движения пылевидной среды с различными скоростями отдельных ее частей, качественно схожий с процессом образования галактик [1]. Для этого необходимо, чтобы элемент объема среды вдоль какого-нибудь направления сокращался, образуя для функции плотности катастрофу складки. Можно показать, что наиболее вероятным результатом такого процесса является образование плоского эллипсоида - "блина" [1,2]. Сжатие и нагрев пыли на его поверхности останавливает движение частиц в ортогональном к ней направлении, тогда как тангенциальные составляющие скоростей встречных потоков пыли, столкивающихся на поверхности "блина", практически сохраняются. Поскольку скорости потоков, вообще говоря, не параллельны даже при потенциальном течении среды, описанный процесс должен приводить к возникновению вращательного момента [3,4]. Несохранение вихря возможно благодаря тому, что в плоскости "блина" энтропия растет [1].

Заметим, что "блин" в результате такого процесса имеет некоторую определенную тангенциальную составляющую скорости v_0. Наличие выделенной величины v_0 должно иметь наблюдаемые следствия в структуре планетарной системы. Действительно, если бы все частицы в "блине" имели одинаковую скорость v_0, то в его гравитационном поле (в основном в поле его центрального "банджа") они двигались бы по траекториям, допускающим формирование единственной планеты. В приближении круговой орбиты, в частности, фиксированная величина v_0 задает радиус $r_0 \propto 1/v_0^2$. Однако, скорости частиц распределены случайным образом относительно v_0. Наличие дисперсии скоростей делает возможным вращение частиц на произвольном радиусе $r \neq r_0$. И все же, если выделенная скорость v_0 существует, распределение пыли по r будет существенно неоднородным еще до того, как начнется его распад на коллапсирующие кольца [1,5], причем, заранее можно ожидать формирвания планеты, содержащей основную массу системы в окрестности $r = r_0$.

Оценим плотность $\rho(r)$ потока частиц, обращающихся на орбите радиуса r. Будем считать распределение скоростей относительно v_0 нормальным (в отличие от масштабов галактик [1] здесь нормальное распределение можно считать установившимся) $f(v) \propto \exp[-(v-v)_0^2/\bar{\sigma}]$. Учтем также, что плотность $w(r;b)$ "блина", сформировавшегося в ходе катастрофы складки, также зависит от r и монотонно (с некоторой дисперсией b) спадает с радиусом. В цилиндрически симметричной системе при $v(r) \propto 1/r^{1/2}$ имеем оценку:

$$\rho(r) \propto rw(r;b)\exp[-(1-1/r^{1/2})/\sigma]. \tag{1}$$

Выделенный характер r_0 делает его естественным масштабом системы, так что в формуле (1) $r_0 \doteq 1$. Естественно также выбрать $\rho(r=1) = 1$. В этих единицах $\rho(r)$ универсальна и ее структура определяется лишь дисперсиями функций f и w. На рис. 1 функция $\rho(r)$ показана при $\sigma = 0,6$; $b = 2$. Она обладает характерными особенностями, позволяющими считать ее хорошим нулевым приближением для распределения масс в реальной Солнечной системе (в единицах массы Юпитера, соответственно). Прежде всего, она задает резкое различие масс внешних и внутренних по отношению к Юпитеру планет, благодаря фактору $\propto \exp[-(1-1/r^{1/2})/\sigma]$. Кроме того, можно отметить хорошее согласие $\rho(r)$ с массами крайних планет. Хуже всего это приближение работает для ближних к Юпитеру планет. Последнее обусловлено процессом перераспределения массы протопланетного диска, переносом ее в область наибольшего сгущения при $r \simeq r_0$ [1].

Неплохое согласие затравочного распределения $\rho(r)$ с массами $m(r_k)$ $(k = 1,2,...)$ свидетельствует о реальном существовании выделенного масштаба в системе еще на раннем этапе ее эволюции. Представляется естественным использовать этот масштаб для анализа правила Тициуса-Боде, определяющего положения планетарных орбит (точнее, аналогичного ему соотношения в единицах r_0).

Исторически формулу Тициуса-Боде принято записывать в виде:

$$\bar{r}_k = 0,1 \cdot [3 \cdot 2^k + 4] \equiv \alpha\beta^k + \gamma, \tag{2}$$

где $\bar{r}_k$ вычисляются в астрономических единицах, причем: $k \to -\infty$ для Меркурия, $k = 0$ для Венеры; $k = 1,2,...$ для остальных планет. Из-за случайного выбора астрономических единиц в качестве масштаба приходится использовать большое количество подгоночных параметров α, β, γ (не говоря уже об искусственности предела $k \to -\infty$), что делает формулу (2) трудной для осмысления.

Независимо от того, насколько точны изложенные выше представления о возникновении масштаба r_0, выделенное положение самой массивной планеты (Юпитера, сосредотачивающего 2/3 всей массы системы) в согласовании движения всей системы представляется достаточно очевидным, а сама величина

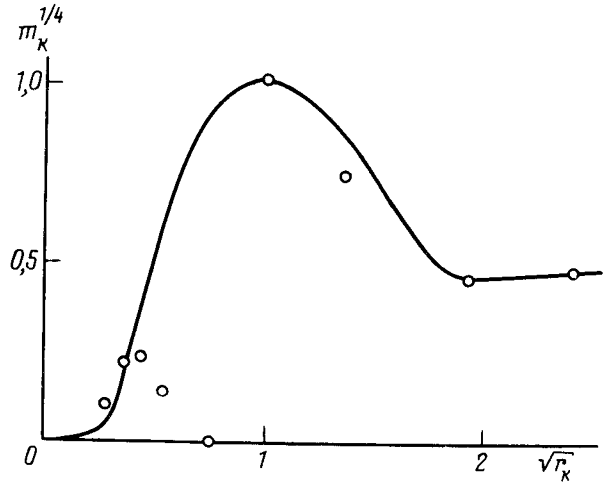

Рис. 1. Структура $\rho(r)$ при наличии выделенного масштаба r_0. Кружками показаны массы планет (при $m(r_o) = m_{k=6} = 1$)

r_0 - естественной единицей для правила типа (2). Непосредственное вычисление дает, что неплохим приближением является

$$r_k = (2,5)^{\frac{2}{3}(k-6)}, \tag{3}$$

или, принимая во внимание третий закон Кеплера, получаем для периодов обращения T_k при $T_6 = 1$ простое соотношение

$$T_k = (2,5)^{(k-6)} \tag{3a}$$

Иными словами, (идеализированное) движение системы образует цепочку резонансов, таких, что период обращения каждой последующей планеты составляет $2\frac{1}{2}$ периода предыдущей, а главная мода этого движения задается самой массивной из планет[1]. На рис. 2 видно, что соотношение (3а) хорошо выполняется для планет ближайших к Юпитеру (с учетом усредненной орбиты астероидов). Эти же планеты в наибольшей степени испытали потерю массы из-за набора ее Юпитером (см. рис. 1). В результате следующие за ними (от Юпитера) планеты демонстрируют своего рода темперацию, отходя от соотношения $T_{k+1}/T_k = 2\frac{1}{2}$ "в пользу" других резонансов. Интересно, что для T_2/T_1 соотношение $T_2/T_1 = 2\frac{1}{2}$ снова восстанавливается, так что наибольшее

[1]Конкретная величина $T_{k+1}/T_k = 2\frac{1}{2}$ определяется вероятнее всего дисперсией σ распределения масс. Фиксированная же величина отношения $r_{k+1}/r_k = r_k/r_{k-1}$ может быть понята из следующих качественных соображений. Слои "блина", вращающиеся на орбитах с текущим радиусом $r > r_k (r < r_k)$ отстают (обгоняют) от слоя $r = r_k$ с относительной скоростью $\Delta v = |v(r) - v_k|$. Гравитационный развал "блина" приводит к образованию стягивающихся областей, ширина которых имеет порядок, определяемый из условия $(v(r) - v_k)^2 = A/|r - r_k|$, где A - зависящий от дисперсии формфактор. В единицах $y = r/r_k$ имеем: $z(y) = (y^{1/2} - 1)^2|y - 1|/y = A$. Решение уравнения $z(y) = A$ дает оценку границ, в которых вещество "блина" стягивается к орбите радиуса r_k и, соответственно, оценку расстояний между соседними r_{k+1} и r_k. Легко проверить, что $z(y) = z(1/y)$ и, следовательно, $r_{k+1}/r_k = r_k/r_{k-1}$.

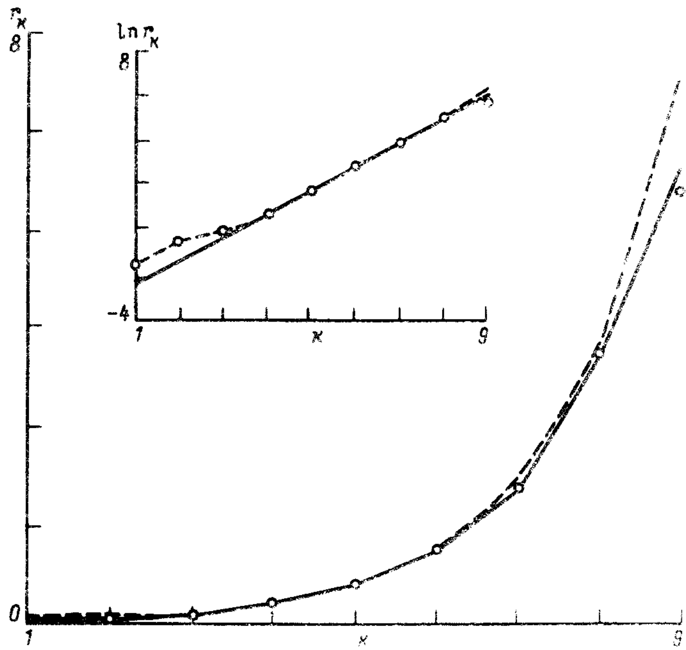

Рис. 2. Аппроксимация последовательности r_k (кружочки) функцией $r = (2,5)^{\frac{2}{3}(k-6)}$ (сплошная линия). Функция Тициуса-Боде показана штриховой линией. На вставке те же величины даны в логарифмическом масштабе

отклонение от правила (3а) имеет место для орбиты Земли при $k = 3$. В результате, выбор астрономических единиц в качестве масштаба оказывается наименее удачным и сильно затеняющим природу последовательности r_k.

---

1. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной, М: Наука, 1975, 736 с.
2. Трубников Б.А. Письма в ЖЭТФ, 1988, 47, 365.
3. Чернин А.Д. Письма в ЖЭТФ, 1970, 11, 317.
4. Doroshkevich A.G. Astrophys. Lett., 1973, 14, 11.
5. Поляченко В.Л., Фридман А.М. ЖЭТФ, 1988, 94, 1.