Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 11, с. 763 – 768 © 2016 г. 10 декабря

Учет эффектов связи частиц с фононами в нечетно-четных двойных разностях масс полумагических ядер

Э. Е. Саперштейн[a,b 1)], *М. Балдо*[c 2)], *С. С. Панкратов*[a,d], *С. В. Толоконников*[a,d]

[a] *Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

[b] *Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", 115409 Москва, Россия*

[c] *Национальный институт ядерной физики, Отделение в г. Катания, I-95125 Катания, Италия*

[d] *Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия*

Поступила в редакцию 21 октября 2016 г.

После переработки 28 октября 2016 г.

Предложен метод описания эффектов взаимодействия частиц с фононами (ВЧФ) в проблеме нахождения нечетно-четных двойных разностей масс (ДРМ) полумагических ядер в подходе, стартующем со свободного NN-потенциала. Поправка ВЧФ $\delta\Sigma^{\rm PC}$ к массовому оператору Σ находится в рамках g_L^2-приближения, где g_L – вершина рождения L-фонона. Учитывается неполюсной член оператора $\delta\Sigma^{\rm PC}$. Метод основан на прямом, без использования теории возмущений, решении уравнения Дайсона с массовым оператором $\Sigma(\varepsilon) = \Sigma_0 + \delta\Sigma^{\rm PC}(\varepsilon)$ для нахождения одночастичных энергий и Z-факторов. В свою очередь, они являются основой для нахождения различных поправок ВЧФ к значениям ДРМ. Результаты расчетов для цепочки четных полумагических ядер $^{200-206}$Pb показывают, что учет поправок ВЧФ значительно улучшает согласие с экспериментом.

DOI: 10.7868/S0370274X16230016

Недавно нами был разработан метод нахождения поправок от взаимодействия частиц с фононами (ВЧФ) в задаче нахождения нечетно-четных двойных разностей масс (ДРМ) магических ядер в подходе, стартующем со свободного NN-потенциала (СП) [1, 2]. Эта проблема тесно связана с задачей нахождения спаривательной щели Δ, исходя из СП, см. обзор [3] и ссылки в нем. Подход базируется на, так называемом, g_L^2-приближении, где g_L – вершина рождения L-фонона, которое хорошо работает в магических ядрах. Использование теории возмущений (ТВ) по поправке $\delta\Sigma^{\rm PC}(\varepsilon)$ относительно исходного массового оператора Σ_0 для нахождения одночастичных (ОЧ) энергий – дополнительное приближение, используемое в [1, 2]. В полумагических ядрах оно становится неприменимо из-за наличия низколежащего коллективного фонона 2^+. Это, в свою очередь, приводит к появлению малых энергетических знаменателей в выражениях для оператора $\delta\Sigma^{\rm PC}(\varepsilon)$, а также для индуцируемого фононным обменом взаимодействия $\mathcal{V}_{\rm ind}$, что делает использование ТВ неприменимым. Недавно эта проблема для ОЧ-энергий была решена нами [4] прямым решением уравнения Дайсона с массовым оператором $\Sigma(\varepsilon)$=Σ_0+$\delta\Sigma^{\rm PC}(\varepsilon)$ без использования какой-либо ТВ. В данной работе мы развиваем этот метод для расчета величины ДРМ в полумагических ядрах.

Так же как и в работе [4], мы имеем дело с нормальной подсистемой рассматриваемого ядра, поэтому общая система уравнения для ДРМ в магических ядрах [1, 2] остается верной. Однако существенно меняется метод их решения. Мы ограничиваемся здесь изотопами Pb, поэтому будут рассматриваться только протонные ДРМ, которые определяются через массы $M(N,Z)$, где N, Z – соответственно заряд и число нейронов в ядре, следующим образом:

$$D^+_{2p}(N,Z)=M(N,Z+2)+M(N,Z)-2M(N,Z+1), \quad (1)$$

$$D^-_{2p}(N,Z)=-M(N,Z-2)-M(N,Z)+2M(N,Z-1). \quad (2)$$

Чтобы сделать дальнейшее обсуждение более понятным, мы приведем кратко основные соотношения для ДРМ в полумагических ядрах без поправок ВЧФ [5, 6]. Начнем с разложения Лемана для двухчастичной функции Грина – K. В представле-

---

1) e-mail: saper43_7@mail.ru

2) M. Baldo.

нии ОЧ-состояний $|1\rangle{=}|n_1,l_1,j_1,m_1\rangle$, в стандартных обозначениях, оно имеет вид [7]:

$$K_{12}^{34}(E)=\sum_s \frac{\chi_{12}^s\chi_{34}^{s+}}{E-E_s^{+,-}\pm i\gamma}, \tag{3}$$

где E – полная энергия в двухчастичном канале, а $E_s^{+,-}$ – энергии собственных состояний ядер, образующихся при добавлении к исходному ядру двух частиц или двух дырок. Самые нижние из них определяют разности масс в (1) и (2).

Функция Грина K связана с двухчастичной амплитудой взаимодействия Γ:

$$K=K_0+K_0\Gamma K_0, \tag{4}$$

где $K_0=GG$, а G – одночастичная функция Грина. В рамках теории Бракнера, амплитуда Γ подчиняется уравнению Бете–Голдстоуна:

$$\Gamma=\mathcal{V}+\mathcal{V}GG\Gamma, \tag{5}$$

где $\mathcal{V}$ обозначает СП.

Уравнение (5) во многом подобно уравнению теории Бракнера для щели [3], обладая известной проблемой медленной сходимости. Для Аргоннского потенциала v_{18}, который мы используем как СП, ОЧ-состояния с энергиями до 1 ГэВ должны быть включены в ОЧ-пространство для достижения хорошей точности. Поэтому тот же метод двухшаговой перенормировки был использован в [5, 6], что и ранее в проблеме спаривания [8, 9]. Полное двухчастичное пространство Гильберта S разделено на модельное подпространство S_0, включающее ОЧ-состояния с энергиями меньше, чем энергия разделения E_0, и дополнительное ему подпространство S'. Практически, во всех статьях, процитированных выше, мы использовали $E_0=40$ МэВ. В результате уравнение (5) расщепляется на два:

в модельном пространстве,

$$\Gamma=\mathcal{V}_{\rm eff}+\mathcal{V}_{\rm eff}GG\Gamma|_{S_0}, \tag{6}$$

и в дополнительном пространстве,

$$\mathcal{V}_{\rm eff}=\mathcal{V}+\mathcal{V}GG\mathcal{V}_{\rm eff}|_{S'}. \tag{7}$$

При решении последнего уравнения для эффективного взаимодействия (ЭВ) $\mathcal{V}_{\rm eff}$ в проблеме спаривания был разработан метод “локально-потенциального приближения” [8, 9], в котором вместо точных ОЧ-состояний $|\lambda\rangle$ используются плоские волны. В проблеме ДРМ оно также оказалось применимо [5, 6]. Первое же из этих двух уравнений решалось в пространстве S_0 прямо, без дополнительных приближений. В этом случае удобно выполнить в (6) интегрирование произведения GG двух функций Грина по относительной энергии:

$$A_{12}(E)=\int\frac{d\varepsilon}{2\pi i}G_1\left(\frac{E}{2}+\varepsilon\right)G_2\left(\frac{E}{2}-\varepsilon\right)= \\ =\frac{1-n_1-n_2}{E-\varepsilon_1-\varepsilon_2}, \tag{8}$$

где $\varepsilon_{1,2}$ – ОЧ-энергии, а $n_{1,2}{=}(0;1)$ – соответствующие числа заполения.

В работах [8, 9] была предложена “полумикроскопическая модель”, в которой были приближенно учтены многотельные поправки к ЭВ (7), найденному исходя из СП. К главному члену (7) присоединялась δ-функционная добавка:

$$\mathcal{V}_{\rm eff}(\mathbf{r}_1,...,\mathbf{r}_4)=V_{\rm eff}^{\rm free}(\mathbf{r}_1,...,\mathbf{r}_4)+ \\ +\gamma C_0\frac{\rho(r_1)}{\bar\rho(0)}\prod_{k=2}^{4}\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_k). \tag{9}$$

Здесь $\rho(r)$ – плотность нуклонов данного сорта (протоны в нашем случае), $C_0=300\,\text{МэВ}\cdot\text{фм}^3$ – обычный для теории конечных ферми-систем [7] нормировочный фактор, а γ – безразмерный феноменологический параметр. Величина $\bar\rho(0)$ в знаменателе — усредненная центральная плотность. Величина $\gamma=0.06$ была найдена в процитированных выше работах как оптимальная для описания массива данных по спаривательной щели Δ. Оказалось, что она удачно описывает и значения ДРМ в магических и полумагических ядрах без учета ВЧФ [5, 6]. В [1, 2] было показано, что после включения поправок ВЧФ в магических ядрах феноменологическая добавка уменьшается до $\gamma=0\div0.03$. В данной работе аналогичный анализ выполнен для полумагических ядер.

Значения ДРМ без поправок ВЧФ определяются собственными энергиями E_s из следующего уравнения [5]:

$$(E_s-\varepsilon_1-\varepsilon_2)\chi_{12}^s=(1-n_1-n_2)\sum_{34\in S_0}(\mathcal{V}_{\rm eff})_{12}^{34}\chi_{34}^s, \tag{10}$$

которое отличается от уравнения Шредингера для двух взаимодействующих частиц в яме только фактором $(1{-}n_1{-}n_2)$, отражающим принцип Паули. Как и в спаривательной проблеме, угловые моменты двухчастичных состояний $|12\rangle$, $|34\rangle$ связаны в полный угловой момент $I=0$ $(S=0,L=0)$.

При включении низколежащих фононов следует учесть, что они главным образом влияют на ОЧ-состояния, близкие к уровню Ферми. Поэтому разумно выполнить дополнительную перенормировку уравнения (10), расщепив модельное пространство S_0 на "валентное" подпространство S_0^{v}, содержащее две оболочки, прилежащие к уровню Ферми, и дополнительное модельное пространство S_0'.

Для нахождения ОЧ-энергий в пространстве S_0^{v} с учетом эффектов ВЧФ мы решаем следующее уравнение:

$$\left(\varepsilon - H_0 - \delta\Sigma^{\text{PC}}(\varepsilon)\right)\phi = 0, \tag{11}$$

где H_0 – квазичастичный гамильтониан со спектром ε_λ, а $\delta\Sigma^{\text{PC}}$ – поправка ВЧФ к квазичастичному массовому оператору. Все диграммы порядка g_L^2 изображены на рис. 1. Если применима ТВ по величине

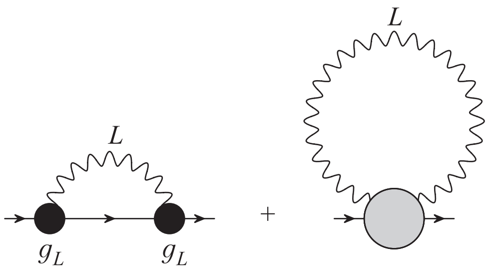

Рис. 1. Поправки ВЧФ к массовому оператору. Черный кружок – вершина g_L, серый круг – фононный неполюсной ("tadpole") член

$\delta\Sigma^{\text{PC}}$ относительно H_0, что имеет место для магических ядер, для поправленных на ВЧФ ОЧ-энергий имеем [1, 2, 10]:

$$\tilde{\varepsilon}_\lambda = \varepsilon_\lambda + Z_\lambda \delta\Sigma^{\text{PC}}_{\lambda\lambda}(\varepsilon_\lambda),$$
$$Z_\lambda = \left(1 - \left(\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\delta\Sigma^{\text{PC}}(\varepsilon)\right)_{\varepsilon=\varepsilon_\lambda}\right)^{-1}. \tag{12}$$

В этом случае, каждое ОЧ-состояние в валентном пространстве генерирует единственный поправленный на ВЧФ аналог: $|\lambda\rangle \to |\tilde{\lambda}\rangle = \sqrt{Z_\lambda}|\lambda\rangle$, и мы получаем из (10) поправленное на ВЧФ уравнение в валентном пространстве:

$$(E_s - \tilde{\varepsilon}_1 - \tilde{\varepsilon}_2)\chi^s_{12} = (1 - n_1 - n_2)\sum_{34\in S_0^{\text{v}}}(\tilde{\mathcal{V}}_{\text{eff}})^{34}_{12}\chi^s_{34}, \tag{13}$$

$$\langle 11'|\widetilde{\mathcal{V}}_{\text{eff}}|22'\rangle = \sqrt{Z_1 Z_{1'} Z_2 Z_{2'}}\langle 11'|\mathcal{V}^{\text{v}}_{\text{eff}} + \mathcal{V}_{\text{ind}}|22'\rangle, \tag{14}$$

где ЭВ $\mathcal{V}^{\text{v}}_{\text{eff}}$ подчиняется уравнению, подобному (5), но в дополнительном модельном пространстве S_0'. Это уравнение решается прямо, без каких-либо приближений. Индуцированное фононное взаимодействие $\mathcal{V}_{\text{ind}}$ изображено на рис. 2. Явное выражение для матричного элемента от $\mathcal{V}_{\text{ind}}$ таково [1, 2]:

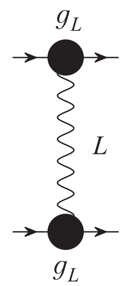

Рис. 2. Индуцированное L-фононное взаимодействие

$$\langle 11'|\mathcal{V}_{\text{ind}}|22'\rangle = -\frac{2\omega_L}{\sqrt{(2j_1+1)(2j_2+1)}} \times$$
$$\times \frac{\left(\langle j_1 l_1||Y_L||j_1 l_1\rangle (g_L)_{11'}\right)\left(\langle j_2 l_2||Y_L||j_2 l_2\rangle (g_L)_{22'}\right)^*}{\omega_L^2 - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}, \tag{15}$$

где ω_L — энергия возбуждения L-фонона, $\langle\,||Y_L||\,\rangle$ обозначает приведенный матричный элемент, а $(g_L)_{ii'}$ – радиальные матричные элементы вершины $g_L(r)$. Напомним, что мы имеем дело с каналом $I = 0$, $S = 0$, $L = 0$, поэтому состояния i, i' в (14) имеют одинаковые одночастичные угловые моменты: $j_1{=}j_{1'}$, $l_1{=}l_{1'}$; $j_2{=}j_{2'}$, $l_2{=}l_{2'}$.

В валентном подпространстве, которое мы рассматриваем, всегда имеется только одно состояние для данной комбинации (l, j), поэтому нам нужны только диагональные элементы $\delta\Sigma_{\lambda\lambda}$. Явное выражение для соответствующего полюсного члена таково [1, 10]:

$$\delta\Sigma^{\text{pole}}_{\lambda\lambda}(\varepsilon) =$$
$$= \sum_{\lambda'\,M}|\langle\lambda'|g_{LM}|\lambda\rangle|^2\left(\frac{n_{\lambda'}}{\varepsilon + \omega_L - \varepsilon_{\lambda'}} + \frac{1 - n_{\lambda'}}{\varepsilon - \omega_L - \varepsilon_{\lambda'}}\right). \tag{16}$$

В работах [1, 2] приведенные выше уравнения были успешно прменены для нахождения поправок ВЧФ к значениям ДРМ в магических ядрах. В рассматриваемых нами полумагических ядрах ТВ-решение (12) систематически становится непригодным из-за наличия низколежащего состояния 2^+. Например, в ядре ^{204}Pb имеем: $\omega_2 = 0.88$ МэВ и $\varepsilon(3s_{1/2}) - \varepsilon(2d_{3/2}) = 0.79$ МэВ. В результате катастрофически малые энергетические знаменатели $\simeq 0.1$ МэВ появляются в (15) и в (16) при $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$. Нахождение прямого решения (11) в модельном пространстве, взамен ТВ-решения (12), – ключевой шаг в решении проблемы. Он был осуществлен нами недавно [4]. Опишем кратко этот метод.

Как отмечалось выше, только диагональные элементы $\delta\Sigma_{\lambda\lambda}$ участвуют в уравнениях для валентного подпространства. В результате уравнение (11) упрощается следующим образом:

$$\varepsilon - \varepsilon_\lambda - \delta\Sigma^{\rm PC}_{\lambda\lambda}(\varepsilon) = 0, \tag{17}$$

где $\delta\Sigma^{\rm PC}(\varepsilon) = \delta\Sigma^{\rm pole}(\varepsilon) + \delta\Sigma^{\rm tad}$, с очевидными обозначениями. Неполюсной член не зависит от энергии, поэтому все сингулярные точки уравнения (17) определяются полюсами (16). Они легко находятся из (16) при заданных значениях ε_λ и ω_L. Легко убедиться что левая часть (17) всегда меняет знак между двумя соседними полюсами, поэтому соответствующее решение ε^i_λ может быть найдено обычными методами. Здесь λ просто отмечает, из какого исходного ОЧ-состояния возникло данное состояние $|\lambda, i\rangle$. Соответствующие факторы распределения одночастичной силы (S-факторы) определяются теперь производной по энергии в точном значении ОЧ-энергии:

$$S^i_\lambda = \left(1 - \left(\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\delta\Sigma^{\rm XPC}(\varepsilon)\right)_{\varepsilon=\varepsilon^i_\lambda}\right)^{-1}. \tag{18}$$

В результате в подпространстве $S^{\rm v}_0$ одночастичная функция Грина, которая без ВЧФ поправок для каждого λ имела только один полюс, $G_\lambda(\varepsilon) = (\varepsilon - \varepsilon_\lambda \pm i\delta)^{-1}$, теперь расщепляется на сумму полюсов:

$$\tilde{G}_\lambda(\varepsilon) = \sum_i G^i_\lambda(\varepsilon), \quad G^i_\lambda(\varepsilon) = \frac{S^i_\lambda}{\varepsilon - \varepsilon^i_\lambda \pm i\delta}. \tag{19}$$

Таблица 1. Примеры решений уравнения (17) для протонов в ядре ^{204}Pb

λ	i	ε^i_λ, МэВ	S^i_λ
$2d_{5/2}$	1	-11.817	$0.314\cdot10^{-2}$
	2	-11.150	0.139
	3	-9.799	$0.516\cdot10^{-1}$
	4	-8.580	0.312
	5	-8.195	0.295
	6	-7.404	0.171
$3s_{1/2}$	1	-9.877	$0.608\cdot10^{-1}$
	2	-8.536	$0.604\cdot10^{-1}$
	3	-6.493	0.839

Точная схема должна включать для валентного подпространства регулярную подстановку парциальных функций Грина G^i_λ вместо G_λ. В результате полное число уравнений, приведенных выше, сильно возрастет при замене $\varepsilon_\lambda, Z_\lambda$ на $\varepsilon^i_\lambda, S^i_\lambda$. Такой подход возможен, но довольно громоздок. Мы предпочитаем использовать приближенный подход, предложенный в [4] для нахождения поправленных на ВЧФ ОЧ-энергий. Как показывает анализ, имеется два типа решений уравнения (17). Их примеры представлены

Таблица 2. Поправленные на ВЧФ протонные одночастичные характеричтики, $\tilde{\varepsilon}_\lambda$ (МэВ) и Z_λ, в четных изотопах Pb

Nucleus	λ	ε_λ	$\tilde{\varepsilon}_\lambda$	Z_λ
^{200}Pb	$1i_{13/2}$	-0.26	-0.93	0.64
	$2f_{7/2}$	-1.05	-1.35	0.83
	$1h_{9/2}$	-2.33	-2.65	0.67
	$3s_{1/2}$	-5.81	-5.32	0.77
	$2d_{3/2}$	-6.67	-5.88	0.52
	$1h_{11/2}$	-7.06	-6.39	0.72
	$2d_{5/2}$	-7.88	-7.60	0.88
	$1g_{7/2}$	-9.97	-9.89	0.91
^{202}Pb	$1i_{13/2}$	-0.74	-1.40	0.65
	$2f_{7/2}$	-1.52	-1.81	0.83
	$1h_{9/2}$	-2.86	-3.16	0.68
	$3s_{1/2}$	-6.26	-5.75	0.77
	$2d_{3/2}$	-7.09	-6.31	0.54
	$1h_{11/2}$	-7.52	-6.87	0.73
	$2d_{5/2}$	-8.34	-8.04	0.87
	$1g_{7/2}$	-10.46	-10.38	0.91
^{204}Pb	$1i_{13/2}$	-1.21	-1.63	0.71
	$2f_{7/2}$	-2.01	-2.24	0.87
	$1h_{9/2}$	-3.36	-3.45	0.76
	$3s_{1/2}$	-6.72	-6.49	0.84
	$2d_{3/2}$	-7.51	-7.03	0.58
	$1h_{11/2}$	-7.98	-7.51	0.81
	$2d_{5/2}$	-8.80	-8.63	0.92
	$1g_{7/2}$	-10.93	-10.49	0.54
^{206}Pb	$1i_{13/2}$	-1.67	-1.94	0.77
	$2f_{7/2}$	-2.51	-2.81	0.82
	$1h_{9/2}$	-3.82	-3.77	0.84
	$3s_{1/2}$	-7.18	-7.10	0.89
	$2d_{3/2}$	-7.91	-7.64	0.65
	$1h_{11/2}$	-8.42	-8.05	0.88
	$2d_{5/2}$	-9.28	-9.16	0.95
	$1g_{7/2}$	-11.36	-11.12	0.90

в табл. 1. Есть "хорошие" ОЧ-состояния с одним доминирующим членом $|\lambda, i_0\rangle$, для которых рецепт, подобный (12), представляется разумным:

$$\tilde{\varepsilon}_\lambda = \varepsilon^{i_0}_\lambda; \; Z_\lambda = S^{i_0}_\lambda. \tag{20}$$

Подчеркнем, что эти соотношения напоминают ТВ-решение (17) только по форме. Действительно, теперь $\varepsilon^{i_0}_\lambda$ – одно из точных решений (17). Вдобавок, Z-фактор теперь определяется производной по энергии (18) массового оператора в этом точном значении ОЧ-энергии.

Бывают также случаи сильного расщепления, когда имеется несколько членов $|\lambda, i\rangle$ со сравнимыми по величине ОЧ-силами S^i_λ. Для таких случаев в [4] было предложено такое обобщение (20):

$$\tilde{\varepsilon}_\lambda = \frac{1}{Z_\lambda}\sum_i S^i_\lambda \varepsilon^i_\lambda, \; Z_\lambda = \sum_i S^i_\lambda. \tag{21}$$

Согласно [4], все состояния $|\lambda, i\rangle$ сравнительно большой силы должны быть включены в обе суммы.

В этой приближенной схеме точная функция Грина (19) заменяется на приближенную:

$$\tilde{G}_\lambda(\varepsilon) = \frac{Z_\lambda}{\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_\lambda \pm i\delta}, \qquad (22)$$

где $\tilde{\varepsilon}_\lambda$ и Z_λ берутся из (20) или из (21), в зависимости от того, с каким типом решения мы имеем дело.

Окончательный метод нахождения ДРМ в полумагических ядрах выглядит так. Мы подставляем эти значения $\tilde{\varepsilon}_\lambda$ и Z_λ-факторов из (20) или (21) в систему уравнений (13)–(15) вместо их ТВ-аналогов, как это делалось в [1, 2] для магических ядер. В данной работе мы тестируем этот метод на тех же четырех четных полумагических изотопах $^{200-206}$Pb, что и в работе [4], где метод прямого решения уравнения (17) без использования ТВ был предложен. Другие технические детали – те же, что и в [4], т.е. мы используем версию DF3-a [11] энергетического функционала плотности Фаянса [12] для генерации самосогласованного базиса $|\lambda\rangle$ и учитываем два L-фонона: 2_1^+ и 3_1^-. Их характеристики можно найти в [4].

В табл. 2 представлены значения характеристик поправленной на ВЧФ приближенной функции Грина (22), которую мы используем. Некоторые из них отличны от тех, что содержатся в аналогичной таблице [4]. Причина этого заключается в несколько различных методах отбора компонент "i" в суммах (21) для решений с большим расщеплением. В [4] мы ориентировались на процедуру, которая используется для нахождения экспериментальных ОЧ-энергий, когда в данном нечетном ядре все возбуждения с данным j^π включаются в суммы (21), если они имеют сравнительно большой спектроскопический фактор $S^i(j^\pi)$. Такой рецепт разумен для теоретических приложений, если точная функция Грина (19) интегрируется с плавной функцией энергии. Здесь мы имеем другой случай. Действительно, при использовании двух функций Грина (19) при нахождении точного выражения для индуцированного взаимодействия вместо (15) мы получим подобное выражение со знаменателями $(\omega_L^2 - (\varepsilon_2^{i_2} - \varepsilon_1^{i_1})^2)$, с очевидными обозначениями. В случае фонона 2^+, для которого $\omega_2 \simeq 1$ МэВ, это довольно резкая функция двух энергий в этом выражении, так что вклады членов с маленькими знаменателями будут усилены. Поэтому при отборе членов "i" в (21) теперь мы принимаем во внимание "фактор знаменателя", а не только величину спектроскопического фактора.

В табл. 3 приведены результаты расчета ДРМ без учета и с учетом ВЧФ эффектов: $D_2^{(0)}$ – это исходное значение ДРМ, рассчитанное на основе СП, т.е. то, что получается из (9) и (10) при γ=0. В соседней колонке значение ДРМ, рассчитанное из этих же соотношений при $\gamma = 0.06$, что является оптимальным значением этого параметра без учета ВЧФ [3, 5, 6]. Следующие три колонки представляют каждый из трех эффектов ВЧФ по-отдельности, когда два других выключены. Например, величина $\delta D_2(Z)$ – это разность между значением D_2, полученным из (13) и (14) при $\mathcal{V}_{\rm ind} = 0$ и $\tilde{\varepsilon}_\lambda = \varepsilon_\lambda$, и исходным значением $D_2^{(0)}$. Далее, разность $\delta D_2(\mathcal{V}_{\rm ind})$ вычисляется по той же схеме, но теперь в (14) учитывается индуцированное взаимодействие $\mathcal{V}_{\rm ind}$ при $Z_1 = Z_2 = 1$. Наконец, величина $\delta D_2(\delta\varepsilon)$ получается из (13) только от учета отличия ОЧ-энергий $\tilde{\varepsilon}_\lambda$ от исходных значений ε_λ. Величина $\delta D_2^{\rm PC} = D_2^{\rm PC} - D_2^{(0)}$ демонстрирует полный ВЧФ-эффект. Нужно подчеркнуть, что полная ВЧФ-поправка не равна сумме трех отдельных из-за некоторой интерференции. Например, индуцированное взаимодействие в (14) умножается на Z-факторы. Для полноты мы добавили ТВ результаты для ДРМ в магическом ядре ^{208}Pb из [1, 2]. Как видно из табл. 3, характерна ситуация, когда поправки из-за Z-фактора и благодаря индуцированному взаимодействию очень велики и имеют противоположные знаки, так что результат по абсолютной величине заметно меньше каждого из них. Иногда эффект от ВЧФ-поправки к ОЧ-энергиям тоже существенен. Две колонки, предшествующие экспериментальной, содержат полные результаты для ДРМ с учетом ВЧФ. Последняя из них содержит также феноменологическую добавку из (9) с $\gamma = 0.03$. Это значение вдвое меньше оптимального, найденного ранее без ВЧФ-поправок. Как видно, оба результата для ДРМ, поправленные на ВЧФ, хорошо согласуются с экспериментом, особенно последний из них. Чтобы оценить степень согласия с экспериментом количественно, в конце табл. 3 представлены среднеквадратичные разности между теоретическими предсказаниями и экпериментальными данными для четырех вариантов теории: чистый СП-расчет, результат полу-микроскопической модели (9) со значением $\gamma = 0.06$, найденным ранее без учета ВЧФ-поправок, и два результата с ВЧФ-поправками: с $\gamma = 0$ и $\gamma = 0.03$. Среднеквадратичные значения этих разностей приведены на последней строке табл. 3. Как видно, учет ВЧФ-поправок делает согласие с экспериментом значительно лучше, особенно в комбинации с малой феноменологической добавкой полу-микроскопической модели [8, 9] при значении $\gamma = 0.03$.

В заключение отметим, что мы разработали для полу-магических ядер метод нахождения ВЧФ-

Таблица 3. Значения двойных разностей D_2 (МэВ) с учетом и без учета ВЧФ, а также отдельные фононные поправки к значениям D_2 в четных изотопах Pb

A		$D_2^{(0)}$	$D_2(\gamma=0.06)$	$\delta D_2(Z)$	$\delta D_2(\mathcal{V}_{\rm ind})$	$\delta D_2(\delta\varepsilon)$	$\delta D_2^{\rm PC}$	$D_2^{\rm PC}$	$D_2^{\rm PC}(\gamma=0.03)$	$D_2^{\rm exp}$
200	D_2^-	1.448	0.923	−0.897	1.807	0.892	−0.208	1.240	1.166	1.0878(675)
	D_2^+	−2.099	−1.381	1.482	−1.603	−0.899	0.767	−1.332	−1.219	−1.345(56)
202	D_2^-	1.492	0.936	−0.937	1.521	0.760	−0.303	1.189	1.117	1.0856(324)
	D_2^+	−2.139	−1.396	1.500	−1.647	−0.791	0.801	−1.338	−1.225	−1.233(41)
204	D_2^-	1.549	0.956	−0.875	1.311	0.886	−0.630	0.919	0.824	0.9333(44)
	D_2^+	−2.185	−1.415	1.373	−1.287	0.780	0.939	−1.246	−1.110	−1.1694(152)
206	D_2^-	1.617	0.981	−0.794	0.290	0.510	−0.613	1.004	0.856	0.8347(43)
	D_2^+	−2.236	−1.439	−1.119	−0.189	−0.369	−0.918	−1.318	−1.136	−1.1461(78)
208	D_2^-	1.680	1.000	−0.824	−0.083	0.569	−0.745	0.935	0.915	0.6271(312)
	D_2^+	−2.286	−1.466	1.049	−0.167	−0.329	0.830	−1.456	−1.276	−1.1844(52)
$\langle\delta D_2\rangle_{\rm rms}$		0.849	0.216	–	–	–	–	0.167	0.087	–

поправок для ДМР в подходе, стартующем со свободного NN- потенциала. Главное отличие от подобной проблемы для магических ядер [1, 2] в том, что теперь нельзя использовать ТВ при расчете ОЧ-энергии и Z-факторов. Вместо этого мы применяем метод прямого решения уравнения Дайсона без использования ТВ, развитый нами недавно [4]. Найденные таким образом ОЧ-энергии и Z-факторы используются затем во всех выражениях для ВЧФ-поправок к ДРМ. Учет ВЧФ-поправок делает согласие с экспериментом для найденных значений ДРМ значительно лучше, особенно в сочетании с полу-микроскопической моделью при значении феноменологического параметра $\gamma = 0.03$, которое вдвое меньше своего значения в подходе без ВЧФ-поправок. Как отмечалось при создании полумикроскопической модели [3, 8, 9], феноменологическая поправка, пропорциональная параметру γ, призвана эффективно учитывать три многотельных эффекта, меняющих результат простого СП-расчета. Это отличие эффективной массы нуклона в ядре от свободной, вклад высоколежащих возбуждений типа гигантских резонансов и, наконец, эффекты ВЧФ. При этом известно [3], что первые два эффекта имеют противоположные знаки и сильно погашают друг друга. В такой ситуации на первый план выходит ВЧФ-поправка. Настоящий расчет подтверждает этот анализ: учет ВЧФ-поправки уменьшает величину γ, по крайней мере, вдвое. Для дальнейшего уточнения значения γ требуется анализ более обширного массива данных и, возможно, дальнейшее уточнение расчетной схемы: переход от использованного приближенния для одночастичных функций Грина к точному выражению (19), в котором каждый одночастичный полюс расщеплен на сумму полюсов.

Работа выполнена при поддержке грантов Российского Научного Фонда # 16-12-10155 (СП часть) и # 16-12-10161 (ВЧФ часть). Авторы Э.Е.С. и С.С.П. благодарны INFN, Отделение г. Катания, за гостеприимство. Расчеты выполнены частично на ВК НИЦ "КИ".

1. E. E. Saperstein, M. Baldo, N. V. Gnezdilov, and S. V. Tolokonnikov, Письма в ЖЭТФ **103**, 3 (2016).
2. E. E. Saperstein, M. Baldo, N. V. Gnezdilov, and S. V. Tolokonnikov, Phys. Rev. C **93**, 034302 (2016).
3. E. E. Saperstein and M. Baldo, in *50 Years of Nuclear BCS*, ed. by R. Broglia and V. Zelevinsky, World Scientific Review Volume, Singapure (2012), ch. 19, p. 263.
4. Э. Е. Саперштейн, М. Балдо, С. С. Панкратов, С.В. Толоконников, Письма в ЖЭТФ **104**, 635 (2016).
5. Н. В. Гнездилов, Э. Е. Саперштейн, Письма в ЖЭТФ **95**, 683 (2012).
6. E. E. Saperstein, M. Baldo, N. V. Gnezdilov, U. Lombardo, and S. S. Pankratov, EPJ Web. Conf. **38**, 05002 (2012).
7. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, Наука, М. (1965), Wiley, N.Y. (1967).
8. С. С. Панкратов, М. Балдо, М. В. Зверев, У. Ломбардо, Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, Письма в ЖЭТФ **90**, 612 (2009).
9. S. S. Pankratov, M. V. Zverev, M. Baldo, U. Lombardo, and E. E. Saperstein, Phys. Rev. C **84**, 014321 (2011).
10. N. V. Gnezdilov, I. N. Borzov, E. E. Saperstein, and S. V. Tolokonnikov, Phys. Rev. C **89**, 034304 (2014).
11. С. В. Толоконников, Э. Е. Саперштейн, ЯФ **73**, 1731 (2010).
12. S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov, E. L. Trykov, and D. Zawischa, Nucl. Phys. A **676**, 49 (2000).