Письма в ЖЭТФ, том 105, вып. 2, с. 64 – 69

О новом механизме возбуждения абсолютной параметрической распадной неустойчивости электромагнитной волны в экспериментах по электронному циклотронному нагреву в тороидальных установках

А. Ю. Попов[1], *Е. З. Гусаков*

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 16 ноября 2016 г.

В работе анализируются экспериментальные условия, при которых имеет место возбуждение низкопороговой абсолютной параметрической распадной неустойчивости электромагнитной волны необыкновенной поляризации при электронном циклотронном нагреве плазмы на второй гармонике резонанса в тороидальных ловушках. Предложен новый механизм локализации дочерней электростатической волны в тороидальном направлении в области мощного пучка накачки. Этот механизм, наряду с двумерной локализацией дочерней волны из-за немонотонного радиального профиля плотности плазмы и полоидальной неоднородности магнитного поля, может быть ответственным за параметрическое возбуждение трехмерного резонатора для этой волны и, в результате, низкопороговой абсолютной распадной неустойчивости волны накачки.

DOI: 10.7868/S0370274X17020035

1. Введение. За последнее десятилетие было получено много экспериментальных данных, свидетельствующих о наличии аномальных явлений, которые часто сопровождают распространение пучков мощных СВЧ-волн, широко использующихся для дополнительного нагрева электронной компоненты плазмы в тороидальных установках. Среди этих явлений – аномальное отражение волны накачки со сдвигом частоты, которое может быть интерпретировано как ее отражательная параметрическая неустойчивость. Впервые это явление было обнаружено в экспериментах по электронному циклотронному (ЭЦ) нагреву плазмы на 2-й гармонике резонанса необыкновенной волной в токамаке TEXTOR [1, 2]. Позднее оно было зафиксировано в токамаках ADSEX-UG [3, 4], FTU [5, 6] и стеллараторе LHD [7]. Кроме того, совершенно неожиданной для исследователей оказалась генерация быстрых ионов и формирование хвоста на ионной функции распределения, наблюдавшиеся различными диагностическими методами при ЭЦ-нагреве на установках TCV и TJ-II [8, 9]. Перечисленные явления не вписывались в общепринятую картину и не находили объяснения в рамках существовавших к тому моменту различных сценариев параметрического распада СВЧ-волн [10–12], предсказывавших крайне высокие пороги возбуждения неустойчивостей, значительно превышающие технически достижимую мощность дополнительного нагрева. Следует отметить, что это предсказание базировалось на анализе параметрических распадов волны накачки в плазме с монотонными профилями плотности и магнитного поля, при наличии которых параметрические неустойчивости могут развиваться в узкой окрестности точки, где выполнялись распадные резонансные условия для волн, участвующих в нелинейном взаимодействии [13–15]. В итоге, большой конвективный вынос энергии генерируемых дочерних волн из области распада в направлении неоднородности, который имеет место в этом случае, является причиной предсказанных высоких порогов возбуждения разных параметрических неустойчивостей. Между тем, все вышеперечисленные аномальные явления наблюдались при немонотонном профиле плотности плазмы, причиной формирования которого служили либо конвективный вынос плазмы из области мощного ЭЦ-нагрева [9], либо особенности удержания плазмы в магнитном острове [16]. Это обстоятельство не учитывалось в более ранних теоретических работах [10–12]. Однако оно может приводить к возбуждению локализованных дочерних волн, для которых полностью подавлен конвективный вынос энергии из области нелинейного взаимодействия, что, в свою очередь, приводит к значительному снижению порога конвективной параметрической распадной неустой-

[1] e-mail: a.popov@mail.ioffe.ru

чивости волны накачки [17–22]. Более того, при учете полоидальной неоднородности магнитного поля и тороидальной симметрии установки была показана возможность возбуждения резонансов одной из дочерних волн, трехмерно локализованной в окрестности области параметрического распада, что являлось причиной возбуждения наиболее опасной абсолютной неустойчивости [23, 24]. Однако, хотя развитые теоретические модели и продемонстрировали принципиальную возможность низкопорогового развития распадных параметрических неустойчивостей, они не смогли даже качественно описать детали наблюдавшихся аномальных эффектов. Предсказанные абсолютные, т.е. экспоненциально нарастающие во времени, неустойчивости [23, 24] развивались за времена, сравнимые с характерными временами магнитогидродинамических и дрейфовых процессов. Причиной сравнительно небольших инкрементов распадных неустойчивостей являлась большая область локализации трехмерно локализованной дочерней волны (ионной Бернштейновской (ИБ) [23] или электронной Бернштейновской (ЭБ) [24]) в тороидальном направлении по сравнению с размером области (пучка накачки), в которой возможно трехволновое взаимодействие.

В настоящей работе показано, что сам пучок мощных СВЧ-волн приводит к появлению тороидальной неоднородности плазмы, что является причиной локализации дочерней волны в этом направлении. Таким образом, нами предложен новый механизм, ответственный за возбуждение быстрой абсолютной неустойчивости в присутствии немонотонного профиля плотности плазмы. Поскольку размер области тороидальной локализации дочерней волны (радиус пучка накачки) в этом случае значительно меньше длины тороидального обхода установки, можно ожидать больших инкрементов данной неустойчивости в сравнении со случаями, рассмотренными в [23, 24]. Этот механизм проиллюстрирован для условий токамака TCV [9] на примере распада пучка необыкновенных волн на ИБ- и ЭБ-волны. Сделан вывод, что рассмотренный сценарий низкопорогового распада волны накачки может объяснить аномальное ускорение ионов и формирование хвоста на ионной функции распределения, наблюдаемые на ряде установок [8, 9].

2. Теоретическая модель. Рассмотрим волну необыкновенной поляризации, распространяющуюся перпендикулярно внешнему магнитному полю $\mathbf{H} = He_\xi$ внутрь плазмы в направлении неоднородности плотности, т.е. вдоль $\mathbf{e}_x$, в экваториальной плоскости тороидальной установки:

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_0(\omega_0, x)\left[\frac{E_0(\eta,\xi)}{2}\sqrt{\frac{\omega_0}{ck_x(\omega_0,x)}}\times \right.$$
$$\left.\times \exp\left(i\int^x k_x(\omega_0,x')dx' - i\omega_0 t\right) + c.c.\right], \quad (1)$$

где $\mathbf{e}_0$ – вектор поляризации, $E_0(\eta,\xi;P_0)$ – поперечное распределение поля в пучке, которое, будем считать, имеет гауссовскую форму с радиусом w, P_0 – мощность пучка, η – координата в направлении орта $\mathbf{e}_\eta = \mathbf{e}_\xi \times \mathbf{e}_x$, $k_x(\omega,x)$ и ω_0 – радиальная компонента волнового вектора [25] и частота волны накачки соответственно, *c.c.* – член, полученный в результате комплексного сопряжения. Введем также систему координат (x,y,z), здесь y и z – координаты в полоидальном и тороидальном направлениях установки, связанную с системой координат (x,η,ξ) соотношениями $y = \eta\cos\alpha + \xi\sin\alpha$, $z = -\eta\sin\alpha + \xi\cos\alpha$, где $\alpha \ll \pi$. Проанализируем распад волны (1) в области с немонотонным профилем плотности плазмы, в результате которого возбуждаются электростатические ИБ $\mathbf{E}_I = -\nabla\phi_I$ и ЭБ $\mathbf{E}_E = -\nabla\phi_E$ волны. Как показано в работах [21, 24], ЭБ-волна может быть локализована в окрестности максимума профиля плотности x_m в экваториальной плоскости установки как в радиальном, так и в полоидальном направлениях, а ее потенциал в этом случае при отсутствии нелинейной связи с волной накачки и ИБ-волной может быть представлен в виде $\phi_E(\mathbf{r}) = C_E\varphi_n(x - x_E)\varphi_m(y)\exp(iq_E x - i\omega_E t)$, где $C_E = \text{const}$, $\varphi_k(s) = H_k(s/\delta_s)\exp[-s^2/2\delta_s^2)]$, $H_k(s/\delta_s)$ – полиномы Эрмита, $s = (x,y)$, $k = (n,m)$, $\delta_{x,y}$ – область локализации, размеры которой определяются параметрами установки; $\mathbf{r} = (x_E,0,0)$, $\mathbf{q} = (q_E,0,0)$, ω_E являются решением уравнений $D|_{\omega_E,q_E,x_E} \equiv D|_E = 0$; $\partial D/\partial q_x|_E = 0$; $\partial D/\partial x|_E = 0$. Первое из этих уравнений – дисперсионное уравнение ЭБ-волны [25], второе – условие наличия точки линейной трансформации, третье – условие наличия локального максимума плотности. В отсутствии нелинейного взаимодействия, потенциал ИБ-волны можно записать как $\phi_I(\mathbf{r}) = C_I\exp\left(i\int^x q_I(x')dx' + i\omega_I t\right)/\sqrt{D_{Iq}} + c.c.$, $\omega_I = \omega_0 - \omega_E$, $C_I = \text{const}$, q_I – решение дисперсионного уравнения ИБ-волны $D(\omega_I, q_I, x) \equiv D|_I = 0$ [25] и $D_{Iq} = \partial D/\partial q_x|_I$.

В присутствии мощной волны накачки амплитуды дочерних волн $C_{E,I}$ перестают быть постоянными и являются решениями системы связанных уравнений в частных производных [24]

$$\left\{iv_{gI}\frac{\partial}{\partial x} + \Lambda_I\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right\}C_I =$$
$$= \gamma_I(y,z)\varphi_n(x)\varphi_m(y)\exp\left[-i\int^x \Delta q dx'\right]C_E, \quad (2)$$

$$\left\{i\frac{\partial}{\partial t}+\Lambda_E\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}C_E=\int_{-\infty}^{\infty}dxdy\varphi_n^*(x)\varphi_m^*(y)\times$$

$$\times\exp\left[i\int^x\Delta q dx'\right]\gamma_E(y,z)C_I, \qquad (3)$$

где $v_{gI}=|D_{Iq}|/|D_{I\omega}|$ – групповая скорость ИБ-волны вдоль направления неоднородности, $\Lambda_I = |\partial^2 D/\partial q_\xi^2|_I/(2|\partial D/\partial\omega|_I)$ – коэффициент дифракции ИБ-волны вдоль магнитной силовой линии, $\Lambda_E=|\partial^2 D/\partial q_z^2|_E/(2|\partial D/\partial\omega|_E)$ – коэффициент дифракции ЭБ-волны в тороидальном направлении,

$$\gamma_{I,E}=\left|\frac{\partial D}{\partial\omega}\right|^{-1}_{I,E}\frac{E_0}{6H}\frac{c}{q_E\omega_0}\chi_i(\omega_I)\chi_e(\omega_E) \qquad (4)$$

– коэффициенты, описывающие нелинейную связь дочерних волн, $\chi_{e,i}$ – электронная и ионная восприимчивости плазмы на соответствующей частоте, явные выражения для которых можно найти в [25], $\Delta q(x)=k_x(x)+q_I(x)-q_E$ – малая невязка резонансного распадного условия для волновых векторов взаимодействующих волн. В уравнении (2) мы использовали систему координат (x,η,ξ), удобную при описании нелокализованной ИБ-волны, и опустили член, описывающий ее дифракцию поперек магнитного поля. Последнее обусловлено малостью этого члена в сравнении с удержанным, описывающим дифракцию волны вдоль магнитной силовой линии. Подробный вывод системы уравнений (2), (3) может быть найден в работе [24]. Интегрируя уравнение (2) с учетом граничного условия $C_I(x\to\infty)=0$, найдем амплитуду ИБ-волны

$$C_I=\int_x^\infty\frac{i}{v_{gI}}dx'\int_{-\infty}^{\infty}d\xi'G(x-x',\xi-\xi')\exp\left[-i\int^{x'}\Delta q dx''\right]\times$$

$$\times\gamma_I(x',\xi')\varphi_n(x')\varphi_m(y(\xi'))C_E(z(\xi')), \qquad (5)$$

где $G(x,\xi)=\sqrt{v_{gI}/(4\pi i\Lambda_I|x|)}\exp[iv_{gI}\xi^2/(4\Lambda_I x)]$ – функция Грина уравнения (2). Обычно, характерное время выноса энергии ИБ-волны в направлении неоднородности плазмы из области распада размером $l_d=|\partial\Delta q/\partial x|_{x_d}^{-1/2}$, где x_d – координата точки, в которой $\Delta q(x_d)=0$ [13–15], много меньше времени выноса ее энергии вдоль магнитного поля, т.е. $v_{gI}\pi w^2/(\Lambda_I l_d)\gg 1$. В этом случае интегральный оператор в правой части выражения (5) может быть сведен к дифференциальному

$$\int_{-\infty}^{\infty}d\xi'G(x-x',\xi-\xi')f(\xi')\approx f(\xi)+$$

$$+\frac{\partial^2 f}{2\partial\xi^2}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi'G(x-x',\xi-\xi')(\xi-\xi')^2+\ldots \qquad (6)$$

Подставим (5) в уравнение (3), при записи которого мы использовали координаты (x,y,z), адекватные при описании ЭБ-волны, запертой в направлениях x и y. Далее, выполним интегрирование по координатам x, y и, с учетом (6), в результате получим

$$i\frac{\partial}{\partial t}b+\Lambda_E\exp\left(-\frac{z^2}{2w^2}\right)\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left[\exp\left(\frac{z^2}{2w^2}\right)b\right]+$$

$$+\Lambda_{n,m}\frac{\partial^2}{\partial z^2}b=i\gamma_{n,m}(z)b, \qquad (7)$$

где введены следующие обозначения: $b=C_E\times\exp(-z^2/(2w^2))$,

$$\gamma_{n,m}=\frac{\gamma_E\gamma_I}{|v_{gI}|_{x_d}}\times$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{2^n n!\sqrt{\pi}\delta_x}\int_0^\infty d\rho\varphi_n\left(x+\frac{\rho}{2}\right)\varphi_n\left(x-\frac{\rho}{2}\right)\times$$

$$\times\exp\left(i\frac{x\rho}{l_d^2}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dy}{2^m m!\sqrt{\pi}\delta_y}\varphi_m^2(y)\exp\left(-\frac{y^2}{w^2}\right), \qquad (8)$$

$$\Lambda_{n,m}=\gamma_E\gamma_I\frac{|\Lambda_I|_{x_d}}{|v_{gI}|^2_{x_d}}\times$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{2^n n!\sqrt{\pi}\delta_x}\int_0^\infty d\rho\rho\varphi_n\left(x+\frac{\rho}{2}\right)\varphi_n\left(x-\frac{\rho}{2}\right)\times$$

$$\times\exp\left(i\frac{x\rho}{l_d^2}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dy}{2^m m!\sqrt{\pi}\delta_y}\varphi_m^2(y)\exp\left(-\frac{y^2}{w^2}\right). \qquad (9)$$

Коэффициент $\Lambda_{n,m}$ описывает добавочную дифракцию ЭБ-волны в результате ее нелинейной связи (в присутствии накачки) с дифрагирующей ИБ-волной. При выводе уравнения (7) мы приняли во внимание, что $\cos\alpha\approx 1$, и пренебрегли членами первого порядка малости по параметру $\sin\alpha\ll 1$. В случае наиболее опасной фундаментальной моды ЭБ-волны выражения (8) и (9) сводятся к виду

$$\gamma_{0,0}=\sqrt{\pi}\frac{\gamma_E\gamma_I}{|v_{gI}|_{x_d}}\left(\frac{1}{l_d^2}+\frac{1}{\delta_x^2}\right)^{-1/2}\frac{w}{\sqrt{w^2+\delta_y^2}}, \qquad (10)$$

$$\Lambda_{0,0}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\gamma_E\gamma_I\frac{|\Lambda_I|_{x_d}}{|v_{gI}|^2_{x_d}}\left(\frac{1}{l_d^2}+\frac{1}{\delta_x^2}\right)^{-1}\frac{w}{\sqrt{w^2+\delta_y^2}}.$$

Далее мы найдем решение уравнения (7) и покажем, что оно описывает поле, растущее во времени по экспоненциальному закону и локализованное в окрестности максимума поперечного распределения пучка накачки.

3. Дополнительная локализация ЭБ-волны мощным пучком и возбуждение абсолютной неустойчивости волны накачки. Итак, будем искать решение уравнения (7), которое описывает поле ЭБ-волны, экспоненциально растущее во времени: $b = b_0 \exp(\nu t)$. В случае, когда параметрическая накачка существенно превосходит дифракционные потери, т.е. при $\gamma_{n,m}(0,0) \gg (\Lambda_E + \Lambda_{n,m})/(2w^2)$, мы можем преобразовать уравнение (7), разложив в ряд Тейлора его коэффициенты, и тогда получим

$$(\Lambda_E + \Lambda_{n,m})\frac{\partial^2}{\partial z^2}b_0 = i\left[\gamma_{n,m}(0) - \nu - \gamma_{n,m}(0)\frac{z^2}{w^2}\right]b_0. \tag{11}$$

Собственные функции рассматриваемого уравнения имеют вид

$$b_{0l}(z) = \exp\left\{-\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)\sqrt[2]{\frac{|\gamma_{n,m}(0,0)|}{\Lambda_E + \Lambda_{n,m}}}\frac{z^2}{2w}\right\}\times$$
$$\times H_l\left\{\exp\left(-i\frac{\pi}{8}\right)\sqrt[4]{\frac{|\gamma_{n,m}(0,0)|}{\Lambda_E + \Lambda_{n,m}}}\frac{z}{\sqrt{w}}\right\}, \tag{12}$$

что демонстрирует возможность дополнительной локализации пучка в тороидальном направлении в присутствии мощного пучка накачки. В свою очередь, инкремент и поправка к собственной частоте, соответствующей собственным функциям $\varphi_n(x)$ и $\varphi_m(y)$, можно представить как

$$\nu_{n,m,l} = \gamma_{n,m}(0,0) - (2l+1)\sqrt{\frac{|\gamma_{n,m}(0,0)|}{2w^2}(\Lambda_E + \Lambda_{n,m})},$$

$$\delta\omega_{n,m,l} = -(2l+1)\sqrt{\frac{|\gamma_{n,m}(0,0)|}{2w^2}(\Lambda_E + \Lambda_{n,m})}. \tag{13}$$

Порог возбуждения абсолютной неустойчивости определяется балансом параметрической накачки и дифракционных потерь. Он может быть оценен из условия $\nu_{n,m,l}(P_{th}) = 0$ и для наиболее опасной фундаментальной моды $l = 0$ определяется соотношением $|\gamma_{n,m}(P_{th})| = (\Lambda_E + \Lambda_{n,m})/(2w^2)$.

С целью подтверждения приближенных аналитических результатов нами было проведено численное решение уравнения (7) для условий токамака TCV ($n_0 = 3 \cdot 10^{13}$ см$^{-3}$, $T_e = 800$ эВ, $H_0 = 13.7$ кГс, $\omega_0/2\pi = 82$ ГГц) [9]. На рис. 1 показана эволюция инкремента неустойчивости, нормированного на его аналитическое значение (13),

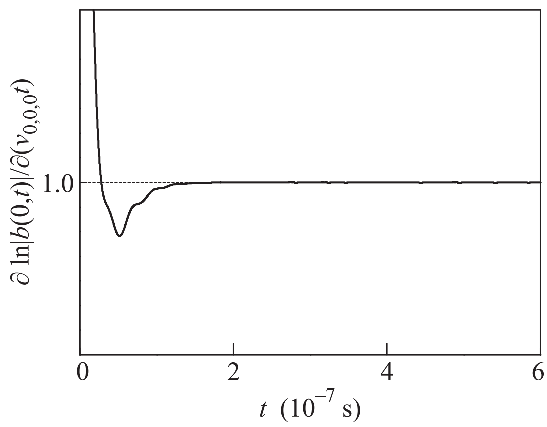

Рис. 1. Эволюция инкремента неустойчивости (численное решение уравнения (7)), нормированного на его аналитическое значение (13), т.е. $\partial \ln|b(0,t)|/\partial(\nu_{0,0,0}t)$

т.е. $\partial \ln|b(0,t)|/\partial(\nu_{0,0,0}t)$. Отметим, что эта зависимость получена при значительном превышении порога неустойчивости. Видно, что амплитуда ЭБ-волны быстро выходит на режим экспоненциального роста, предсказываемый (13) и характерный для абсолютной неустойчивости. На рис. 2 приведено про-

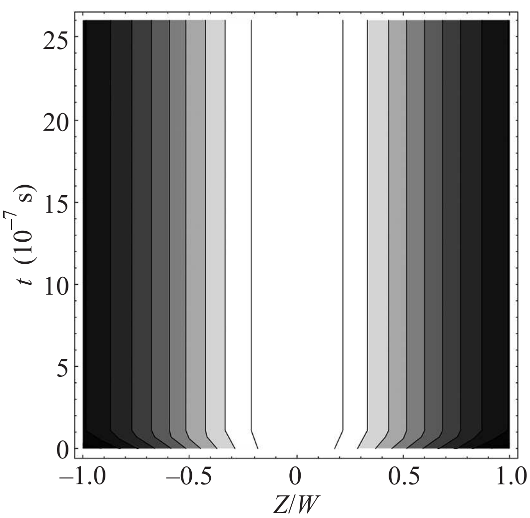

Рис. 2. Эволюция распределения $|b(z,t)|^2/|b(0,t)|^2$ энергии ЭБ-волны, найденного в результате численного решения уравнения (7)

странственное распределение поля ЭБ-волны, нормированное на его значение в центре пучка. Форма распределения $|b(z,t)|^2/|b(0,t)|^2$ не меняется во времени, что свидетельствует о наличии собственного решения этого уравнения. На рис. 3 проведено сравнение распределения $|b(z,t_0)|^2/|b(0,t_0)|^2$, $t_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ с с аналитическим решением для наиболее опасной фундаментальной моды ЭБ-волны $|b_{0l}(z)|^2_{l=0}$

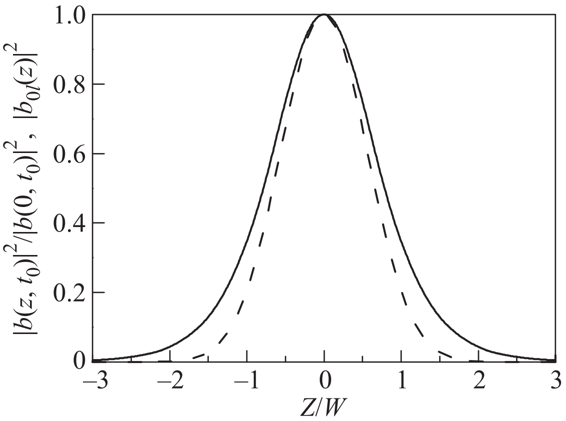

Рис. 3. Сравнение распределения $|b(z,t_0)|^2/|b(0,t_0)|^2$, $t_0 = 2\cdot 10^{-6}$, (сплошная линия) с аналитическим решением $|b_{0l}(z)|^2$ (12) (штриховая линия) для фундаментальной моды ЭБ-волны $l = 0$

(12). Результаты моделирования свидетельствуют об адекватности найденных приближенных зависимостей (12), (13) и подтверждают основной вывод аналитической модели о возбуждении в присутствии мощной накачки собственных мод ЭБ-волны, локализованных в тороидальном направлении (12). Амплитуда этих мод экспоненциально растет во времени с инкрементом (13), что говорит о возбуждении абсолютной распадной неустойчивости волны накачки (1).

Для условий токамака TCV порог этой неустойчивости, найденный численно, составляет $P_{th} = 37$ кВт, в то время как аналитическое выражение предсказывает значение $P_{th} = 50$ кВт. Таким образом, по порядку величины эти значения, полученные аналитически и численно, хорошо согласуются с результатом моделирования. Отметим, что найденный порог возбуждения распадной неустойчивости сильно превышен в экспериментах по ЭЦ-нагреву плазмы в токамаке TCV, СВЧ мощность в которых обыкновенно превосходит $P_0 = 200$ кВт в пучке. Подчеркнем также, что при мощности накачки $P_0 = 500$ кВт инкремент неустойчивости $\nu_{0,0,0} = 1.3\cdot 10^7\,\text{с}^{-1}$, что на два порядка больше, чем в случае отсутствия обсуждаемого механизма локализации [24]. Столь большие значения инкремента делают эту неустойчивость исключительно опасной. Ее насыщение вероятнее всего происходит в результате каскада распадов на вторичные, запертые в плазме ЭБ- [26, 27] и ИБ-волны. Возбужденные таким образом первичные и вторичные ИБ-волны поглощаются ионами плазмы, вызывая их ускорение.

Работа поддержана грантом РНФ (# 16-12-10043).

1. E. Westerhof, S. Nielsen, J. W. Oosterbeek, M. Salewski, M. R. De Baar, W. A. Bongers, A. Burger, B. A. Hennen, S. B. Korsholm, F. Leipold, D. Moseev, M. Stejner, and D. J. Thoen, Phys. Rev. Lett. **103**, 125001 (2009).
2. S. K. Nielsen, M. Salewski, E. Westerhof, W. Bongers, S. B. Korsholm, F. Leipold, J. W. Oosterbeek, D. Moseev, and M. Stejner, Plasma Phys. Control. Fusion **55**, 115003 (2013).
3. F. Meo, M. Stejner, M. Salewski et al. (Collaboration), J. Phys.: Conf. Ser. **227**, 012010 (2010).
4. W. A. Bongers, W. Kasparek, N. Doelman et al. (Collabaration), EPJ Web Conf. **32**, 03006 (2012).
5. U. Tartari, G. Grosso, G. Granucci, L. V. Lubyako, A. G. Shalashov, E. V. Suvorov, F. P. Orsitto, A. Simonetto, S. Nowak, F. Volpe, A. Bruschi, F. Gandini, V. Muzzini, S. Garavaglia, and G. Grossetti, Nucl. Fusion **46**, 928 (2006).
6. U. Tartari, G. Grosso, G. Granucci, F. Gandini, S. Garavaglia, G. Grossetti, A. Simonetto, V. Mellera, V. Muzzini, L. Lubyako, A. Shalashov, F. P. Orsitto, G. Ciccone, and F. Volpe, Rev. Sci. Instrum. **78**, 043506 (2007).
7. S. Kubo, M. Nishiura, K. Tanaka et al. (Collaboration), Rev. Sci. Instrum. **81**, 10D535 (2010).
8. D. Rapisarda, B. Zurro, V. Tribaldos, and A. Baciero, Plasma Phys. Control. Fusion **49**, 309 (2007).
9. A. N. Karpushov, B. P. Duval, T. P. Goodman, and C. H. Schlatter, *Proceedings of the 33rd EPS Conference on Plasma Physics, Italy, Rome* (19–23 June 2006) **30I**, P-1.152.
10. M. Porkolab and B. I. Cohen, Nucl. Fusion **28**, 239 (1988).
11. B. I. Cohen, R. H. Cohen, W. M. Nevins, and T. D. Rognlien, Rev. Mod. Phys. **63**, 949 (1991).
12. A. G. Litvak, A. M. Sergeev, E. V. Suvorov, M. D. Tokman, and I. V. Khazanov, Phys. Fluids B **5**, 4347 (1993).
13. A. D. Piliya, *Proceedings Of The 10th Conference On Phenomena In Ionized Gases, Oxford, 1971*, ed. by R.N. Franklin (Donald Parsons & Co., LTD., Oxford, 1971), P. 320.
14. M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. Lett. **29**, 565 (1972).
15. A. D. Piliya, Sov. Phys. JETP **37**, 629 (1973).
16. M. Kantor, A. J. H. Donne, R. Jaspers, and H. J. van der Meiden, Plasma Phys. Control. Fusion **51**, 055002 (2009).
17. E. Z. Gusakov and V. I. Fedorov, J. Plasma Phys. **5**, 463 (1979).
18. Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов, Письма ЖЭТФ **91**, 72415 (2010).
19. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, Phys. Rev. Lett. **105**, 115003 (2010).

20. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, Nuclear Fusion **51**, 073028 (2011).
21. А. Ю. Попов, Е. З. Гусаков, А. Н. Савельев, Письма в ЖЭТФ **96**, 178 (2012).
22. А. Ю. Попов, Е. З. Гусаков, ЖЭТФ **147**, 165 (2015).
23. Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов, Письма в ЖЭТФ **94**, 301 (2011).
24. E. Gusakov and A. Popov, EPL **99**, 15001 (2012).
25. A. I. Akhiezer, R. V. Polovin, A. G. Sitenko, and K. N. Stepanov, Plasma Electrodynamics: Linear Theory, Pergamon Press Ltd, Headington Hill hall, Oxford (1975).
26. Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов, М. А. Ирзак, ЖЭТФ **150**, 833 (2016).
27. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, Physics of Plasmas **23**, 082503 (2016).