Письма в ЖЭТФ, том 105, вып. 2, с. 112 – 119

Электрон-электронное рассеяние и транспортные свойства двумерных баллистических контактов

К. Э. Нагаев[1)]

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 30 ноября 2016 г.

Приводится обзор недавних результатов по влиянию столкновений между электронами на электрические свойства контактов с непосредственной проводимостью в двумерном электронном газе в отсутствие рассеяния на примесях и их краях. Поправка к проводимости таких контактов от электрон-электронного рассеяния может быть как положительной, так и отрицательной, в зависимости от геометрии контактов. На значение этой поправки сильно влияет магнитное поле.

DOI: 10.7868/S0370274X17020138

1. Введение. Хорошо известно, что в отсутствие процессов переброса электрон-электронное рассеяние не влияет на проводимость объемного металла, поскольку суммарный импульс электронов сохраняется при их столкновениях [1]. Тем не менее, при наличии микроскопических неоднородностей оно приводит к зависящей от температуры поправке к проводимости. Эта поправка может быть, например, вызвана интерференцией между электрон-электронным взаимодействием и рассеянием на примесях [2, 3] или рассеянием на шероховатых краях в узких каналах, когда электрон-электронные столкновения отклоняют летящие вдоль их оси электроны к краям, где они могут рассеивать свой импульс [4, 5]. Однако передача импульса краям контакта не обязательно должна иметь стохастический характер. Оказывается, что даже в случае контактов с гладкими краями электрон-электронное рассеяние может менять число электронов, которые проходят через них, и тем самым влиять на их проводимость.

Имеется большое число экспериментальных и теоретических работ, в которых исследовались эффекты электрон-электронного взаимодействия в коротких квантовых контактах с одной поперечной модой в связи с "0.7-аномалией" в зависимости их проводимости от ширины [6]. При этом чаще всего использовалось представление о квазилокализованном состоянии в этом контакте и связанном с ним эффекте Кондо [7, 8]. Недавно Лунде с соавторами получили, что вклад в сопротивление квантового провода с двумя поперечными модами от электрон-электронного рассеяния оказывается ненулевым при определенном соотношении между фермиевскими векторами электронов в этих модах [9]. Вслед за этим ряд авторов [10–13] исследовал влияние столкновений электронов на проводимость одномодового квантового провода конечной длины. Поскольку в строго одномерной системе при столкновении два электрона могут только либо сохранить свои импульсы, либо обменяться ими, вклад в сопротивление провода дают лишь тройные столкновения электронов, и он оказывается очень мал.

Здесь мы приводим результаты исследований баллистических контактов с большим числом поперечных квантовых каналов. В таких системах эффекты электрон-электронного рассеяния гораздо больше, так что они оказываются вполне экспериментально наблюдаемыми. В разделе 2 рассматривается предельный случай широкого и короткого контакта и вычисляется линейно зависящая от температуры положительная поправка к току из-за электрон-электронного рассеяния. Эта поправка оказывается гораздо больше, чем следует из качественного рассмотрения. В разделе 3 исследуется ее подавление магнитным полем, которое приводит к наблюдаемому на эксперименте положительному магнетосопротивлению. В разделе 4 рассматривается обратный предельный случай, когда контакт представляет собой длинный канал с гладкими стенками. Приводятся вычисления по теории возмущений в пределе слабого электрон-электронного рассеяния и результаты для обратного предельного случая сильного рассеяния.

2. Проводимость широкого микроконтакта. В работе [14] рассматривались микроконтакты типа Шарвина [15], которые представляют две прово-

[1)]e-mail: nag@cplire.ru

дящие полуплоскости, разделенные тонким непроницаемым барьером с щелью шириной $2a$. Предполагается, что эта ширина много больше, чем фермиевская длина волны и радиус экранирования заряда, но много меньше, чем упругая и неупругая длина пробега электрона. Для описания эффектов электрон-электронного рассеяния в таких контактах применялся метод, аналогичный использованному Куликом с соавторами [16] для случая электрон-фононного рассеяния. Функция распределения электронов $f(\mathbf{p},\mathbf{r})$ по обеим сторонам от контакта удовлетворяет уравнению Больцмана:

$$\mathbf{v}\,\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \left(e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\,[\mathbf{v}\times\mathbf{H}]\right)\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \hat{I}_{ee}(\mathbf{p},\mathbf{r}), \tag{1}$$

где $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ – электрическое, а $\mathbf{H}$ – магнитное поле (считается, что $e < 0$). Интеграл электрон-электронных столкновений в случае малой длины экранирования имеет стандартный вид [17]:

$$\hat{I}_{ee}(\mathbf{p}) = \alpha_{ee}\,\nu^{-2}\int\frac{d^2k}{(2\pi)^2}\int\frac{d^2p'}{(2\pi)^2}\int d^2k' \times$$
$$\times\,\delta(\mathbf{p}+\mathbf{k}-\mathbf{p}'-\mathbf{k}')\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}}+\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{p}'}-\varepsilon_{\mathbf{k}'})\times$$
$$\times\Big\{[1-f(\mathbf{p})]\,[1-f(\mathbf{k})]\,f(\mathbf{p}')\,f(\mathbf{k}') -$$
$$- f(\mathbf{p})\,f(\mathbf{k})\,[1-f(\mathbf{p}')]\,[1-f(\mathbf{k}')]\Big\}, \tag{2}$$

где α_{ee} – безразмерный параметр электрон-электронного рассеяния, а $\nu = dn_s/dE_F = m/\pi$ – двумерная плотность состояний. Электрический потенциал φ стремится к $V/2$ и $-V/2$ вдали от контакта в левом и правом электроде, где V – падение напряжения на контакте. Также предполагается, что функция распределения электронов в импульсном пространстве вдали от контакта имеет равновесный вид.

Уравнение (1) решается разложением по степеням α_{ee}. В отсутствие рассеивания электроны двигаются по своим классическим траекториям в фазовом пространстве, так что их координаты $\mathbf{r}_\tau$ и импульс $\mathbf{p}_\tau$ определяются уравнениями

$$\frac{d\mathbf{p}_\tau}{d\tau} = e\mathbf{E}(\mathbf{r}_\tau) + \frac{e}{c}\,[\mathbf{v}_\tau\times\mathbf{H}], \quad \frac{d\mathbf{r}_\tau}{d\tau} = \frac{\mathbf{p}_\tau}{m}, \tag{3}$$

где τ – время движения электрона. Его полная энергия $p^2/(2m) + e\varphi(\mathbf{r})$ сохраняется при движении по траекториям (3), поэтому граничные условия для уравнения (1) имеют вид $f(\mathbf{p},\mathbf{r}) = f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}})$ в правом и левом электродах вдали от контакта, где $f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}}) = 1/[1+\exp(\varepsilon_{\mathbf{p}}/T)]$, а $\varepsilon_{\mathbf{p}} = p^2/(2m) - E_F$. Вследствие сохранения полной энергии электрона функция распределения $f(\mathbf{p},\mathbf{r})$ зависит только от электрода, из которого электрон с импульсом $\mathbf{p}$ пришел в точку $\mathbf{r}$. Поскольку дающие вклад в ток электроны находятся в узком интервале энергий шириной $T \ll E_F$, можно считать их скорость не зависящей от энергии. В таком случае траектории электронов определяются только направлением их импульса. Если обозначить как $\Omega(\mathbf{r})$ область углов, содержащую импульсы электронов, прилетевших в точку $\mathbf{r}$ из контакта, то в нулевом приближении по рассеянию функция распределения имеет вид

$$f^{(0)}(\mathbf{p},\mathbf{r}) = \begin{cases} f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}} + e\varphi(\mathbf{r}) \mp eV/2), & \mathbf{p}\notin\Omega(\mathbf{r}) \\ f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}} + e\varphi(\mathbf{r}) \pm eV/2), & \mathbf{p}\in\Omega(\mathbf{r}) \end{cases} \tag{4}$$

для электронов из левого (верхний знак) или правого (нижний знак) электрода. Схематически функции распределения электронов слева и справа от контакта показаны на рис. 1.

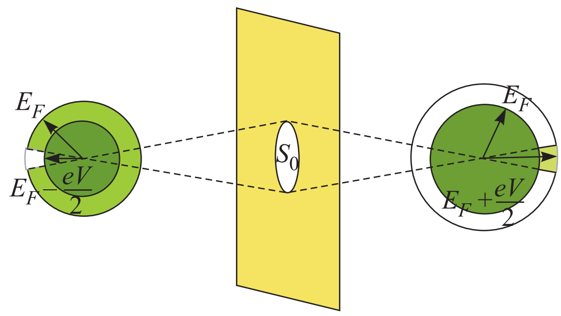

Рис. 1. (Цветной онлайн) Распределения электронов слева и справа от контакта в отсутствие рассеяния. В левом электроде распределение имеет провал, потому что вылетевшие из контакта электроны имеют меньшую энергию. В правом электроде распределение имеет выступ, потому что вылетевшие из контакта электроны имеют большую энергию

Ток через контакт дается выражением

$$I = e\int d\boldsymbol{\rho}\int\frac{d^2p}{(2\pi)^2}\,v_x\,f(\mathbf{p},\boldsymbol{\rho}), \tag{5}$$

где v_x – компонента $\mathbf{v}$, перпендикулярная к барьеру, а вектор $\boldsymbol{\rho}$ обозначает точки внутри щели в плоскости барьера. Подстановка в (5) функций (4) дает хорошо известное выражение Шарвина для проводимости точечного контакта

$$G_0 = \frac{e^2 p_F a}{\pi^2}, \tag{6}$$

представляющее произведение кванта проводимости на число поперечных каналов в контакте.

В первом приближении по α_{ee} поправка к функции распределения в щели $\delta f(\mathbf{p},\boldsymbol{\rho})$ получается интегрированием $\hat{I}_{ee}\{f^{(0)}\}$ вдоль классической траектории электрона, который приходит в точку $\boldsymbol{\rho}$ из бесконечности с импульсом $\mathbf{p}$:

$$\delta f(\mathbf{p},\boldsymbol{\rho}) = \int_0^\infty d\tau\, I_{ee}\{f^{(0)}(\mathbf{p}_\tau,\mathbf{r}_\tau)\}. \tag{7}$$

Здесь τ – время движения вдоль траектории, а $\mathbf{p}_\tau$ и $\mathbf{r}_\tau$ определяются уравнениями (3).

Интеграл столкновений в выражении (7) отличен от нуля, только если по меньшей мере один из импульсов в интеграле столкновений (2) лежит в $\Omega(\mathbf{r}_\tau)$. Как будет видно в дальнейшем, основной вклад в (7) дают точки, лежащие на расстоянии много больше a от контакта. Поэтому область углов $\Omega(\mathbf{r})$ можно считать малой, и вкладом в (7) от столкновений, в которых более чем один импульс лежит в $\Omega(\mathbf{r})$, можно пренебречь. При этом основную роль играют столкновения электронов, подлетающих к контакту, с электронами, инжектированными из противоположного электрода. Таким образом, интегрирование по $\mathbf{k}$ в (2) ограничивается областью углов $\mathbf{k}\in\Omega(\mathbf{r}_\tau)$, причем электроны с импульсом $\mathbf{k}$ следует считать инжектированными и неравновесными, а электроны с импульсами $\mathbf{p}$, $\mathbf{p}'$, и $\mathbf{k}'$ – “своими” и равновесными для данной полуплоскости. При подстановке интеграла столкновений (2) в (7) удобно повернуть локальную систему координат так, чтобы $\mathbf{p}_\tau$ совпал с $\mathbf{p}$. При этом область интегрирования $\Omega(\mathbf{r}_\tau)$ меняется на $\tilde{\Omega}(\mathbf{r}_\tau,\mathbf{p}_\tau)$, и неупругую поправку к току можно представить как

$$\begin{aligned}\delta I = 4\,e\,a\,\alpha_{ee}\nu^{-2}\!\int\! d\varepsilon\!\int\! d\varepsilon'\!\int\! d\varepsilon_1\!\int\! d\varepsilon_2 \times\\ \times\,\delta(\varepsilon+\varepsilon'-\varepsilon_1-\varepsilon_2)\,F_L(\varepsilon,\varepsilon',\varepsilon_1,\varepsilon_2)\times\\ \times\int\frac{d^2p}{(2\pi)^2}\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}}-\varepsilon)\,\Theta(v_\perp)\,v_\perp\times\\ \times\int\frac{d^2k}{(2\pi)^2}\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon')\,A(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\mathbf{p}+\mathbf{k})\,\bar{\tau}_m(\mathbf{p},\mathbf{k}).\end{aligned} \tag{8}$$

Здесь множитель

$$\begin{aligned}F_L(\varepsilon,\varepsilon',\varepsilon_1,\varepsilon_2) =\\ = [1-f_L(\varepsilon)]\,[1-f_R(\varepsilon')]\,f_L(\varepsilon_1)\,f_L(\varepsilon_2) -\\ -\,f_L(\varepsilon)\,f_R(\varepsilon')\,[1-f_L(\varepsilon_1)]\,[1-f_L(\varepsilon_2)]\end{aligned} \tag{9}$$

содержит функции распределения, а величина

$$\begin{aligned}A(\varepsilon_1,\varepsilon_2,|\mathbf{p}+\mathbf{k}|) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2p'\int d^2k'\times\\ \times\,\delta(\mathbf{p}'+\mathbf{k}'-\mathbf{p}-\mathbf{k})\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}'}-\varepsilon_1)\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'}-\varepsilon_2)\end{aligned} \tag{10}$$

представляет фазовый объем в импульсном пространстве, доступный для рассеяния при столкновении электронов с импульсами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$. Последний множитель

$$\bar{\tau}_m(\mathbf{p},\mathbf{k}) = \frac{1}{2a}\int d\rho\int_0^\infty d\tau\,\Theta[\mathbf{k}\in\tilde{\Omega}(\mathbf{r}_\tau,\mathbf{p}_\tau)] \tag{11}$$

– это время нахождения налетающего на контакт электрона с импульсом $\mathbf{p}$ в пучке инжектированных электронов с импульсом $\mathbf{k}$.

Рассмотрим сперва случай, когда магнитное поле отсутствует. Тогда траектории электронов – прямые линии, и время эффективного взаимодействия налетающих и неравновесных электронов составляет

$$\bar{\tau}_m(\mathbf{p},\mathbf{k}) = \frac{a}{v_F}\,\frac{\cos(\varphi-\varphi_{\mathbf{p}})}{|\sin\varphi|}, \tag{12}$$

где φ – угол между векторами $-\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$, а $\varphi_{\mathbf{p}}$ – угол между $-\mathbf{p}$ и нормалью к барьеру. Доступный для рассеяния фазовый объем равен

$$A(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\mathbf{p}+\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi v_F)^2}\,\frac{\Theta(\eta)}{\cos(\varphi/2)\,\sqrt{\eta}}, \tag{13}$$

где введены обозначения

$$\eta = \sin^2(\varphi/2) + D/4E_F^2, \tag{14}$$

$$D = \left[(\varepsilon_p-\varepsilon_k)^2 - (\varepsilon_2-\varepsilon_1)^2\right]/4. \tag{15}$$

Таким образом, доступное для рассеяния фазовое пространство резко увеличивается для электронов с почти противоположными импульсами и расходится при $\mathbf{p}+\mathbf{k}=0$. Действительно, если $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$ лежат строго на поверхности Ферми и $\mathbf{p}+\mathbf{k}\neq 0$, то при столкновении из-за условия $\mathbf{p}+\mathbf{k}=\mathbf{p}'+\mathbf{k}'$ электроны могут только либо обмениваться импульсами, либо сохранять их. Но если $\mathbf{p}+\mathbf{k}=0$, они могут рассеяться в любую другую пару электронов с противоположными импульсами.

Если распределение электронов по углам имеет плавную форму, то сингулярность в $A(|\mathbf{p}+\mathbf{k}|)$ усредняется по всей поверхности Ферми и приводит лишь к логарифмическому множителю $\ln(E_F/T)$ в скорости электрон-электронного рассеяния [18, 19]. Однако в выражении для поправки к току (8) $A(|\mathbf{p}+\mathbf{k}|)$ усредняется по поверхности Ферми с весом $\bar{\tau}_m(\mathbf{p},\mathbf{k})$, который тоже расходится при $\mathbf{p}+\mathbf{k}=0$. Как видно из рис. 2, в этом случае налетающий на контакт и вылетевший из него неравновесный электрон двигаются вдоль одной и той же прямой линии в противоположных направлениях, и их взаимное рассеяние возможно сколь угодно далеко от контакта. Таким образом, при $D>0$ интеграл от $A\,\bar{\tau}_m$ по φ логарифмически расходится при $\varphi=0$, поэтому придется ввести время обрезания $\tau_c\sim\tau_{ee}\sim E_F/T^2$. Это вполне естественно, поскольку узкий пучок инжектированных в электрод электронов теряет неравновесность

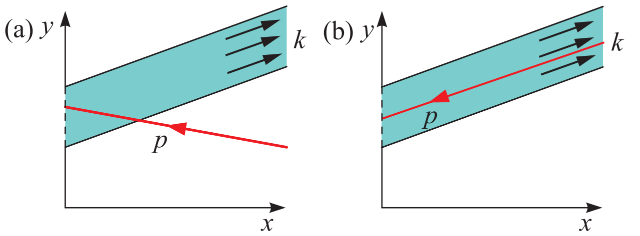

Рис. 2. (Цветной онлайн) Время возможного рассеяния электронов в отсутствие магнитного поля. Линия $x = 0$ соответствует положению барьера. (a) – Если направления импульсов налетающего и вылетевшего из контакта неравновесного электронов различны, они могут рассеиваться друг на друге на ограниченном расстоянии от контакта. (b) – Если импульсы налетающего и вылетевшего из контакта электронов противоположны, они могут рассеиваться друг на друге неограниченно далеко от контакта

на длине $l_{ee} = v_F \tau_{ee}$. Выполняя интегрирование в (8) сперва по φ и $\varphi_{\mathbf{p}}$, сохраняя наиболее сингулярные при малых разностях энергий члены порядка $1/\sqrt{D}$, а затем интегрируя по энергиям, получаем выражение для поправки к проводимости в виде

$$\frac{\delta G}{G_0} = \frac{2C_0}{\pi^2} \alpha_{ee} \frac{a}{v_F} T \ln\left(\frac{l_{ee}}{a}\right), \qquad (16)$$

где $C_0 \approx 1.87$.

В отличие от электрон-фононного рассеяния [16], электрон-электронное рассеяние приводит не к уменьшению, а к увеличению проводимости. Объясняется это следующим образом. Электрон-электронное рассеяние стремится сгладить показанные на рис. 1 провал в функции распределения слева от контакта и выступ в функции распределения справа от него, добавляя электроны на обращенную от контакта часть поверхности Ферми или удаляя их оттуда. Поскольку суммарный импульс электронов в данной точке не должен при этом измениться, то и центр масс распределения не должен сдвинуться. Следовательно, на обращенной к контакту части поверхности Ферми также либо должны появиться дополнительные электроны, либо их число там должно уменьшиться. Таким образом, электрон-электронное рассеяние затягивает в контакт дополнительные электроны со стороны отрицательного электрода и отклоняет налетающие на него электроны со стороны положительного электрода, тем самым увеличивая ток.

Можно было бы ожидать, что относительная поправка $\delta G/G_0$ будет порядка a/l_{ee}, однако она оказывается в E_F/T раз больше. Это связано с "резонансным" рассеянием электронов с противоположными импульсами, летящими к контакту и от него. Для таких электронов аномально велики как доступный для рассеяния фазовый объем, так и время их эффективного взаимодействия.

Недавно были проведены экспериментальные исследования электрических свойств двумерных баллистических микроконтактов с большим числом каналов [20, 21]. При этом действительно наблюдался рост проводимости с температурой, причем приращение было пропорционально температуре и числу поперечных квантовых каналов в достаточно широком интервале значений в соответствии с формулой (16). Величина эффекта примерно соответствовала параметру взаимодействия $\alpha_{ee} = 1$, что представляется разумной оценкой для гетероструктур GaAs с концентрацией электронов $n_s \sim 10^{11}$ см$^{-2}$.

3. Магнетосопротивление широких контактов. Аномально большая поправка к проводимости из-за электрон-электронного рассеяния вызвана тем, что электроны с противоположными импульсами двигаются по одним и тем же траекториям навстречу друг другу. Таким образом, она является следствием симметрии по отношению к обращению времени. Если эта симметрия нарушена магнитным полем, то поправка к проводимости оказывается подавлена. В этом случае траектории электронов с противоположными импульсами изгибаются в противоположные стороны, как показано на рис. 3, и поэтому

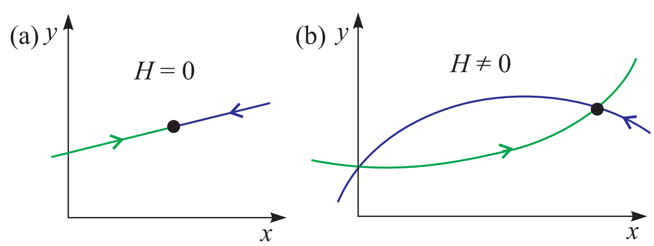

Рис. 3. (Цветной онлайн) Подавление резонансного рассеяния двигающихся в противоположных направлениях электронов в магнитном поле. Черная точка показывает место столкновения. (a) – Электроны двигаются в противоположных направлениях вдоль одной и той же траектории, и их импульсы противоположны в любой точке. (b) – Траектории электронов изогнуты магнитным полем, и в точке встречи их импульсы не противоположны друг другу

в точке встречи их импульсы оказываются не противоположны друг другу. Поскольку поправка определяется столкновениями на больших расстояниях от контакта $v_F \tau \gg a$, расходимость в $\bar{\tau}_m(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ должна подавляться в достаточно слабых магнитных полях, для которых циклотронный радиус $l_H = p_F c/eH$

много больше a. Эта поправка была вычислена в работе [22].

Чтобы вычислить $\bar{\tau}_m(\mathbf{p},\mathbf{k})$, необходимо найти угол φ, который образуют в точке встречи импульсы налетающего и вылетевшего из контакта электронов при условии, что траектория первого пересекает плоскость контакта в точке y под углом $\varphi_\mathbf{p}$, а второго – в точке y'. Из уравнений (3) следует, что

$$\varphi(\tau) = \omega_c\tau + \frac{y-y'}{v_F\tau}\cos\varphi_\mathbf{p}, \tag{17}$$

где ω_c – циклотронная частота. В плоскости (τ,φ) область $\mathbf{k}\in\tilde{\Omega}(\mathbf{r}_\tau,\mathbf{p}_\tau)$ ограничена кривыми (17), исходящими из краев контакта $y'=a$ и $y'=-a$. Эффективное время взаимодействия представляет собой суммарную длину отрезков линии $\varphi=\mathrm{const}$, ограниченных этими кривыми. Интегрирование этой величины по y от $-a$ до a и деление на $2a$ дает

$$\bar{\tau}_m(\varphi,\varphi_\mathbf{p}) = \frac{a}{v_F}\sqrt{\frac{\cos\varphi_\mathbf{p}}{\beta}}\,G\left(\frac{\varphi}{\sqrt{4\beta\cos\varphi_\mathbf{p}}}\right), \tag{18}$$

где $\beta=\omega_c a/v_F$ – безразмерное магнитное поле, а

$$G(b) = \begin{cases} b+\frac{1}{3}(b^2+2)^{3/2}+\frac{1}{3}b^3, & b<0\\ b+\frac{1}{3}(b^2+2)^{3/2}-b^3, & 0<b<\sqrt{2}\\ b+\frac{1}{3}(b^2+2)^{3/2}+ & \\ \quad+\frac{2}{3}(b^2-2)^{3/2}-b^3, & b>\sqrt{2}.\end{cases} \tag{19}$$

Эта функция непрерывна на границах интервалов и показана зеленым на рис. 4. Магнитное поле не только сглаживает сингулярность при $\varphi=0$, но и сдвигает максимум $\bar{\tau}_m(\varphi)$ в сторону от нее. Интегрирование по φ и $\varphi_\mathbf{p}$ в выражении для тока (8) дает

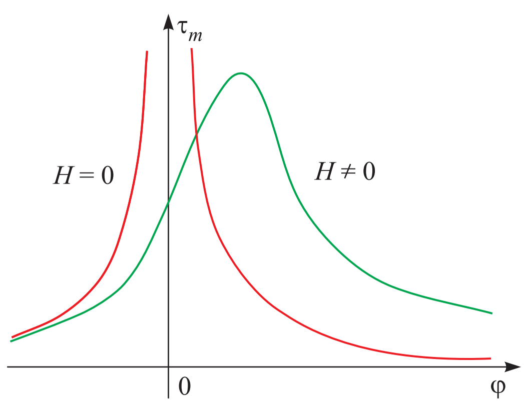

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость $\bar{\tau}_m(\varphi)$ для нулевого (красная кривая) и ненулевого магнитного поля (зеленая кривая)

$$\delta I = 4\,e\,a\,\frac{\alpha_{ee}}{\nu^2}\int d\varepsilon\int d\varepsilon'\int d\varepsilon_1\int d\varepsilon_2\,\times$$
$$\times\,\delta(\varepsilon+\varepsilon'-\varepsilon_1-\varepsilon_2)\,F_L(\varepsilon,\varepsilon',\varepsilon_1,\varepsilon_2)\,\times$$
$$\times\,C(\varepsilon,\varepsilon',\varepsilon_1,\varepsilon_2), \tag{20}$$

где вид $C(\varepsilon,\varepsilon',\varepsilon_1,\varepsilon_2)$ зависит от соотношения между $D/4E_F^2$ и β. В силу экспоненциального спадания множителя F_L вдали от поверхности Ферми можно считать, что $D\sim T^2$. В случае слабых магнитных полей $\beta\ll T^2/E_F^2$ наиболее сингулярный по температуре вклад в интеграл дается большими отрицательными значениями D, и выражение для C имеет вид

$$C = \frac{\nu^2}{8\pi^2}\,\frac{a}{v_F^2}\,\frac{E_F}{\sqrt{|\,D\,|}}. \tag{21}$$

Подстановка (21) в (20) дает

$$\frac{\delta G}{G_0} = \frac{C_0}{8\pi}\alpha_{ee}\frac{a}{v_F}T\ln\left(\frac{T^2}{\beta\,E_F^2}\right). \tag{22}$$

Выражение (22) имеет такую же форму, как и поправка для тока в нулевом поле (16), но только с $(T/E_F)^2\,l_H$ вместо l_{ee} и другим численным коэффициентом. Разные численные множители в выражениях (16) и (22) означают, что истинный переход между случаями $H=0$ и $H\neq0$ возможен только при $l_H\gg l_{ee}$.

В противоположном предельном случае относительно сильного магнитного поля $T^2/E_F^2\ll\beta\ll1$ следует использовать выражение

$$C = -\frac{\nu^2}{3\pi^4}\,\frac{a}{v_F^2}\,\frac{1}{\sqrt{\beta}}\,\ln\left|\frac{D}{4\beta E_F^2}\right|, \tag{23}$$

что дает с логарифмической точностью

$$\frac{\delta G}{G_0} = \frac{4}{9}\alpha_{ee}\frac{a}{v_F}\frac{T^2}{E_F\sqrt{\beta}}\ln\left(\frac{\beta E_F^2}{T^2}\right). \tag{24}$$

Выражения (22) и (24) показывают, что поправка к проводимости положительна, увеличивается с температурой и уменьшается с магнитным полем. При более высоких полях спадание поправки к проводимости от взаимодействия из логарифмического переходит в степенное.

Уменьшение положительной поправки к проводимости с ростом магнитного поля приводит к положительному магнетосопротивлению $\delta R(H)=-\delta G/G_0^2$ в слабых полях. В экспериментальных работах [20, 21] такое магнетосопротивление действительно наблюдалось (рис. 5), при этом соответствующие более вы-

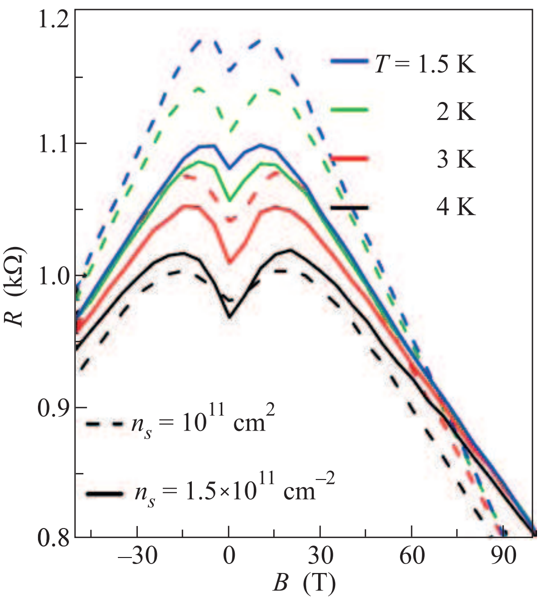

Рис. 5. (Цветной онлайн) Измеренное четырехконтактное магнетосопротивление из работы [20]

соким температурам кривые $R(H)$ располагались ниже. В более сильных полях экспериментальное магнетосопротивление проходит через максимум и затем линейно убывает с полем. Это линейное убывание можно объяснить подавлением отражения электронов от контакта магнитным полем [23] в четырехконтактной геометрии. Четырехконтактное магнетосопротивление для невзаимодействующих электронов дается формулой [24]:

$$R_4(H) = R_2 - \frac{2\pi}{e^2}\,\frac{1}{p_F l_H}, \tag{25}$$

где R_2 не зависит от H при $l_H \gg a$. Наблюдавшиеся на экспериментальных кривых максимумы можно объяснить наложением этого отрицательного магнетосопротивления на положительное из-за эффектов взаимодействия. Положение максимумов в $R_4(H)$ можно грубо оценить, подставив $R_2 = G_0^{-1} - \delta G/G_0^2$ в (25) и продифференцировав его по H. Оценки для двумерного электронного газа на основе гетероструктур GaAs с концентрацией электронов $n_s = 1.5\cdot 10^{11}\,\text{см}^{-2}$, $T = 1.5\,\text{K}$, $\alpha_{ee} = 1$, и контакта с 13 открытыми каналами [20] дают максимум $R_4(H)$ при магнитном поле около 10 мТ. Это хорошо согласуется с данными на рис. 5. С увеличением температуры и роли эффектов взаимодействия максимумы становятся более отчетливыми и сдвигаются в сторону больших полей, что также согласуется с теорией.

4. Проводимость длинных каналов. Чтобы электрон-электронное рассеяние влияло на проводимость, необходимо наличие пространственной неоднородности. В широких контактах типа Шарвина такую неоднородность создает непроницаемый барьер между электродами, который принимает на себя часть суммарного импульса электронов. В случае длинных каналов с гладкими стенками они не могут принимать на себя продольный импульс электронов, однако необходимая неоднородность создается вследствие наличия электронных резервуаров на его концах. Хотя столкновения между электронами не меняют их суммарного импульса, они изменяют их траектории и могут изменить число электронов, прошедших через канал. Не прошедшие через канал электроны уносят свой импульс обратно в резервуар (рис. 6). Поправка к проводимости таких каналов вычислена в низшем приближении по электрон-электронному рассеянию в [25].

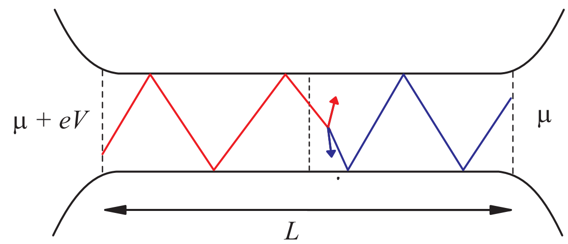

Рис. 6. (Цветной онлайн) Баллистический многомодовый провод с двумя сталкивающимися посередине электронами. Столкновение летящего влево электрона (синего) с летящим вправо (красным) не позволяет ему пройти через сечение провода, показанное штриховой линией посередине, и тем самым влияет на ток через провод, несмотря на сохранение полного импульса

Рассматривается канал с гладкими стенками длины L, много большей его ширины $2a$, как показано на рис. 6. Движение электронов в канале по-прежнему описывается уравнением (1) с интегралом столкновений (2). В нулевом приближении по рассеянию функция распределения равна

$$f^{(0)}(\mathbf{p},\mathbf{r}) = \Theta(p_x)\, f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}} - eV/2) + \\ + \Theta(-p_x)\, f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}} + eV/2), \tag{26}$$

где x – направление вдоль канала, а его проводимость дается формулой (6). При наличии электрон-электронного рассеяния к функции распределения нулевого приближения возникает поправка

$$\delta f(\mathbf{p},x) = \Theta(p_x)\int_0^x \frac{dx'}{v_x}\,\hat{I}_{ee}(\mathbf{p},x') + \\ + \Theta(-p_x)\int_x^L \frac{dx'}{|v_x|}\,\hat{I}_{ee}(\mathbf{p},x'). \tag{27}$$

Подставляя δf в выражение для тока (5) и учитывая, что интеграл столкновений сохраняет полное число электронов в данной точке, получаем неупругую поправку к току:

$$\delta I = 2\,e\,a \int_0^L dx \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2}\,\Theta(p_x)\,\hat{I}_{ee}(\mathbf{p},x). \qquad (28)$$

Таким образом, поправка δI пропорциональна скорости изменения числа движущихся вправо электронов [10]. Подстановка в (28) интеграла столкновений (2) с функцией распределения нулевого приближения (26) дает поправку к току

$$\frac{\delta G}{G_0} = -\frac{C_1}{2\pi^2}\,\frac{L}{v_F}\,\frac{\alpha_{ee}T^{5/2}}{E_F^{3/2}}, \qquad (29)$$

где $C_1 = 2.23$. В отличие от случая широкого контакта, она оказывается отрицательной. Кроме того, $\delta G/G_0$ по сравнению с наивной оценкой L/l_{ee} содержит малый множитель $(T/E_F)^{1/2}$. Наличие этого множителя объясняется следующим образом. Из законов сохранения энергии и импульса следует, что при взаимном рассеянии электронов с импульсами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$ в состояния $\mathbf{p}'$ и $\mathbf{k}'$ эти четыре состояния должны образовывать в плоскости импульсов прямоугольник, причем начальные состояния должны лежать на одной его диагонали, а конечные – на другой. Столкновение электронов дает вклад в поправку к току, только если линия $p_x = 0$ отсекает от прямоугольника ровно одну вершину. С другой стороны, все четыре импульса должны лежать в пределах $\delta\varepsilon \sim T$ от поверхности Ферми (рис. 7). Расположить прямо-

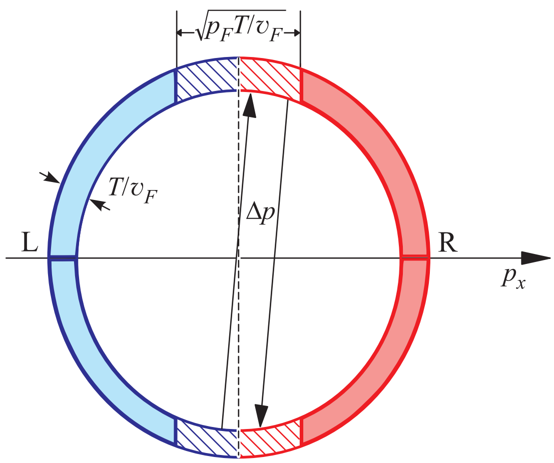

Рис. 7. (Цветной онлайн) Двумерная поверхность Ферми и процесс рассеяния, изменяющий число двигающихся вправо электронов. Заштрихованные области показывают части поверхности Ферми, которые дают вклад в такие процессы

угольник в этой кольцеобразной области так, чтобы в области положительных и отрицательных p_x находилось нечетное число вершин, можно лишь в том случае, если все его вершины лежат на почти параллельных участках кольца вблизи $p_x = 0$. Длина этих участков определяется расстоянием, на котором изгиб кольца становится порядка его толщины, т.е. $p_x \sim \sqrt{p_F T/v_F}$. Таким образом, лишь малая доля всех электрон-электронных столкновений дает вклад в ток, что и объясняет появление малого множителя в (29).

Линейная зависимость поправки к проводимости от длины канала – следствие использования теории возмущения по электрон-электронному рассеянию. Если рассеяние достаточно сильное или длина канала достаточно велика, то распределение электронов на его большей части становится равновесным с точностью до сдвига центра масс и, таким образом, обращает в ноль интеграл электрон-электронных столкновений, хотя и обеспечивает ненулевой ток. Поэтому вклад в (28) дают лишь ограниченные участки канала вблизи его краев, и эффект достигает насыщения при достаточно большой длине контакта.

Чтобы оценить поправку в насыщении, можно воспользоваться следующей приближенной моделью. Согласно [4], в двумерном электроном газе угловая релаксация слабо неравновесного распределения электронов описывается двумя разными временами релаксации. За релаксацию его четной по импульсу части отвечает время $\tau_s \sim (E_F/T)^2$, а за релаксацию нечетной – время $\tau_a \sim (E_F/T)^4$. Выделив в уравнении Больцмана симметричную и антисимметричную часть и решив систему уравнений для них, можно получить, что релаксация начального неравновесного распределения у концов канала к почти равновесному в его средней части происходит на расстоянии $v_F\sqrt{\tau_a\tau_s}$. При этом неупругая поправка к проводимости оказывается порядка $\delta G/G_0 \sim \sqrt{\tau_s/\tau_a} \sim T/E_F$ [26].

5. Обсуждение результатов и заключение. Столкновения электронов могут влиять на проводимость контактов малых размеров даже в отсутствие явной передачи импульса макроскопическому препятствию. При этом их избыточный импульс может поглощаться в глубине электродов точно так же, как поглощается избыточная энергия ускоренных разностью потенциалов электронов.

Электрон-электронное рассеяние может как увеличивать, так и уменьшать проводимость баллистических контактов малых размеров в зависимости от их геометрии. В столкновениях в длинных и узких каналах участвуют только два типа электронов – летящие вправо и влево, которые оба дают вклад в ток с противоположными знаками. Отрицательная поправка к току возникает в результате изменения числа электронов одного из этих типов за счет другого. В случае же коротких и широких контактов столкновения происходят вне сужения и, помимо летящих через него влево и вправо электронов, включают еще и третий их тип – пролетающие мимо контакта электроны, которые в отсутствие столкновений не дают вклада в ток. Положительная поправка к току возникает в результате изменения числа токонесущих электронов, налетающих на контакт справа или слева, за счет числа электронов третьего типа.

В заключение, электрон-электронное рассеяние в контактах субмикронного размера приводит к зависящей от температуры по степенному закону поправке к проводимости экспериментально наблюдаемой величины. Эта поправка сильно зависит от магнитного поля, что позволяет ее отличать от других подобных эффектов. Измерения этой поправки могут давать ценную информацию об угловой зависимости и размере сечения электрон-электронных столкновений.

Работа поддержана РФФИ, проект # 16-02-00583.

1. R. Peierls, Ann. Phys. (Leipzig) **395**, 1055 (1929).
2. B.L. Altshuler and A.G. Aronov, in *Electron-electron Interactions in Disordered Systems*, ed. by A.L. Efros and M. Pollak, North-Holland, Amsterdam (1985), p. 1.
3. G. Zala, B.N. Narozhny, and I.L. Aleiner, Phys. Rev. B **64**, 214204 (2001).
4. R.N. Gurzhi, A.N. Kalinenko, and A.I. Kopeliovich, Phys. Rev. B **52**, 4744 (1995).
5. M.J.M. de Jong and L.W. Molenkamp, Phys. Rev. Lett. **74**, 3872 (1995).
6. K.J. Thomas, J.T. Nicholls, M.Y. Simmons, M. Pepper, D.R. Mace, and D.A. Ritchie, Phys. Rev. Lett. **77**, 135 (1996).
7. S.M. Cronenwett, H.J. Lynch, D. Goldhaber-Gordon, L.P. Kouwenhoven, C.M. Marcus, K. Hirose, N.S. Wingreen, and V. Umansky, Phys. Rev. Lett. **88**, 226805 (2002).
8. V.A. Sablikov, JETP Lett. **84**, 404 (2006).
9. A.M. Lunde, K. Flensberg, and L.I. Glazman, Phys. Rev. Lett. **97**, 256802 (2006).
10. A.M. Lunde, K. Flensberg, and L.I. Glazman, Phys. Rev. B **75**, 245418 (2007).
11. T. Micklitz, J. Rech, and K.A. Matveev, Phys. Rev. B **81**, 115313 (2010).
12. A. Levchenko, T. Micklitz, J. Rech, and K.A. Matveev, Phys. Rev. B **82**, 115413 (2010).
13. A. Levchenko, Z. Ristivojevic, and T. Micklitz, Phys. Rev. B **83**, 041303 (2011).
14. K.E. Nagaev and O.S. Ayvazyan, Phys. Rev. Lett. **101**, 216807 (2008).
15. Ю. В. Шарвин, ЖЭТФ **48**, 984 (1965).
16. I.O. Kulik, R.I. Shekhter, and A.N. Omeyanchuk, Solid State Commun. **23**, 301 (1977).
17. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Теоретическая физика. Физическая кинетика*, Наука, М. (1979), т. 10, с. 375.
18. А.В. Чаплик, ЖЭТФ **60**, 1845 (1971).
19. G.F. Giuliani and J.J. Quinn, Phys. Rev. B **26**, 4421 (1982).
20. V.T. Renard, O.A. Tkachenko, V.A. Tkachenko, T. Ota, N. Kumada, J.-C. Portal, and Y. Hirayama, Phys. Rev. Lett. **100**, 186801 (2008).
21. M.Yu. Melnikov, J.P. Kotthaus, V. Pellegrini, L. Sorba, G. Biasiol, and V.S. Khrapai, Phys. Rev. B **86**, 075425 (2012).
22. K.E. Nagaev and T.V. Kostyuchenko, Phys. Rev. B **81**, 125316 (2010).
23. C.W.J. Beenakker and H. van Houten, Solid State Phys. **44**, 1 (1991).
24. H. van Houten, C.W.J. Beenakker, P.H.M. van Loosdrechtet, T.J. Thornton, H. Ahmed, M. Pepper, C.T. Foxon, and J.J. Harris, Phys. Rev. B **37**, 8534 (1988).
25. K.E. Nagaev and N.Yu. Sergeeva, Phys. Rev. B **85**, 165404 (2012).
26. K.E. Nagaev, to be published.