Письма в ЖЭТФ, том 105, вып. 6, с. 388 – 400

Генерация униполярных импульсов в нелинейных средах

Р. М. Архипов[a,b,c1)], А. В. Пахомов[d,e], М. В. Архипов[b], И. Бабушкин[f,j], Ю. А. Толмачев[b], Н. Н. Розанов[a,h,i]

[a] Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет "ИТМО"), 197101 Санкт-Петербург, Россия

[b] Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Санкт-Петербург, Россия

[c] Max Planck Institute for the Science of Light, 91058 Erlangen, Germany

[d] Самарский национальный исследовательский университет, 443086, Самара, Россия

[e] Самарский филиал Физического института РАН им. П.Н. Лебедева, 443011 Самара, Россия

[f] Institute of Quantum Optics, Leibniz University Hannover, 30167 Hannover, Germany

[j] Max Born Institute, 10117 Berlin, Germany

[h] Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова, 199053 Санкт-Петербург, Россия

[i] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, 194021 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 6 февраля 2017 г.
После переработки 20 февраля 2017 г.

Проведен обзор недавно предложенных методов генерации униполярных импульсов в нелинейных средах в терагерцовом и оптическом диапазонах электромагнитных волн. Такие импульсы обладают ненулевой "электрической площадью" (интеграл от напряженности поля по времени за всю длительность импульса) и, соответственно, существенной составляющей поля с нулевой частотой, проявляя тем самым квазистатические свойства. Эффективная генерация униполярных импульсов позволила бы, например, передавать механический импульс заряженным частицам и, следовательно, управлять движением волновых пакетов в веществе, строить компактные ускорители заряженных частиц и т.д.

DOI: 10.7868/S0370274X17060121

1. Введение. В последние годы достигнут огромный прогресс в генерации импульсов фемтосекундной и субфемтосекундной длительности [1–4]. На сегодняшний день методы получения таких импульсов основаны на генерации высоких оптических гармоник, возникающих при взаимодействии мощного фемтоскундного импульса с газовой струей или твердотельной плазмой [4]. В большинстве случаев получаемые импульсы являются биполярными. В них вектор электрического поля периодически меняет свое направление на противоположное, и они состоят из нескольких циклов колебаний светового поля, вплоть до одного цикла колебаний. Для биполярного импульса электрическая площадь импульса – интеграл от напряженности электрического поля по времени в точке пространства $\mathbf{R}$ – равен нулю, $S_E = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{R}, t) dt = 0$. Пример изменения напряженности электрического поля в предельно коротком биполярном импульсе, состоящем только из одного цикла колебаний, схематически показан на рис. 1a. В некоторых случаях получаемые биполярные импульсы содержат одну полуволну поля большой амплитуды и длинный хвост противоположный полярности, как показано на рис. 1b. Однако особый интерес в последние годы вызывает возможность получения так называемых униполярных (однополярных) импульсов света, т.е. импульсов, содержащих постоянную составляющую электрического поля. Для них электрическая площадь импульса отлична от нуля. Один из вариантов зависимости напряженности электрического поля от времени для такого импульса схематически изображен на рис. 1c. Упомянутый интерес связан с тем, что подобные импульсы, в отличие от обычных биполярных импульсов, обладают уникальным свойством однонаправленного действия на электрические заряды. Если в одноцикловом биполярном импульсе (см. рис. 1a) в пренебрежении действием магнитной составляющей поля волны первая полуволна поля выводит электрический заряд из положения равновесия и ускоряет его, то вторая по-

1)e-mail: arkhipovrostislav@gmail.com

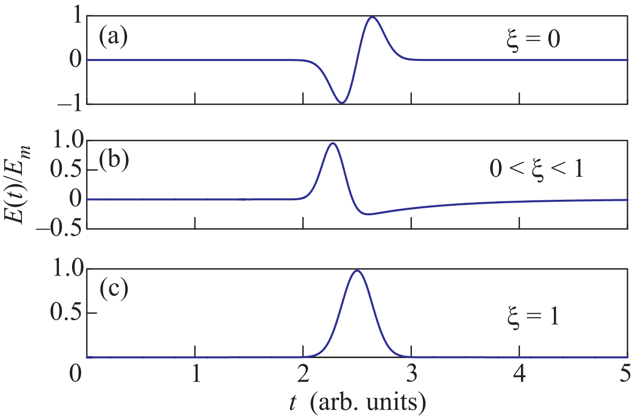

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Биполярный предельно короткий (одноцикловый) оптический импульс ($\xi = 0$). (b) – Униполярный субцикловый импульс с длинным отрицательным хвостом противоположной полярности ($0 < \xi < 1$). (c) – Строго униполярный импульс ($\xi = 1$)

луволна останавливает заряд. Суммарный механический импульс, передаваемый заряду, будет равен нулю, и после прекращения действия импульса заряд лишь незначительно сместится из исходного положения. Иная ситуация, очевидно, будет, если на заряд подействует униполярный световой импульс, напряженность поля в котором имеет вид, показанный на рис. 1c. Тогда значение передаваемого заряженным частицам механического импульса не будет равно нулю, и после окончания действия импульса заряд продолжит свое движение. Данное свойство униполярного импульса позволило бы эффективно передавать механический импульс заряженной частице – управлять движением волновых пакетов вещества, ускорять заряженные частицы [5, 6] и т.д. Обратим внимание, что в этом плане практически интересными могут быть и ситуации с биполярными импульсами вида рис. 1b, где имеется короткий всплеск с большой амплитудой одной полярности и длинный "хвост" с противоположной полярностью и существенно меньшей амплитудой. В ситуациях нелинейного взаимодействия света с веществом важен будет именно короткий всплеск. Тогда с практической точки зрения импульсы вида рис. 1b и рис. 1c можно считать равноценными.

Для определения уни- и биполярных импульсов более физично не требовать равенства или неравенства нулю электрической площади импульса, а ввести безразмерный параметр степени униполярности

$$\xi = \frac{\left|\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E} dt\right|}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\mathbf{E}\right| dt}.$$

Тогда для строго униполярного импульса получим $\xi = 1$, в противоположном случае строго биполярного импульса $\xi = 0$; для реальных импульсов степень униполярности имеет промежуточное значение (см. рис. 1). Условимся далее в тексте называть биполярными те импульсы, у которых $\xi \ll 1$, а униполярными – импульсы с $\xi \sim 1$.

Безусловно, является актуальным поиск и практическая реализация эффективных методов генерации униполярных импульсов. Целью данного мини-обзора является привлечение внимания читателей к новой и интересной области исследований, связанной с поиском методов генерации униполярных импульсов света. Прежде чем перейти к рассмотрению оригинальных работ, уместно упомянуть о принципиальных ограничениях на существование униполярных световых импульсов.

2. Принципиальные ограничения на существование униполярных импульсов света. Существует распространенное представление о невозможности получения строго униполярных импульсов электромагнитного излучения в оптическом диапазоне частот, которое основывается на следующих рассуждениях. Хорошо известно, что волновое уравнение для напряженности поля в пустом трехмерном пространстве, так называемое однородное уравнение, является следствием уравнений Максвелла. Такое уравнение имеет, например, решения в виде плоских волн $f_{\pm}(t \pm R/c)$ или сферических волн $f_{\pm}(t \pm R/c)/R$ (c – скорость света в вакууме), где в качестве функции $f_{\pm}$ может быть произвольная функция, в том числе и удовлетворяющая условию униполярности. Однако источниками поля являются движущиеся свободные заряды, связанные заряды и токи. Соответствующие члены появляются в правой части волнового уравнения, и именно они определяют зависимость поля от времени в заданной точке пространстве. Для наиболее типичной в оптике ситуации, когда имеют дело с излучением связанных зарядов, хорошо известно решение [7], которое связывает напряженность электрического поля с изменением дипольного момента частицы. Решение в запаздывающих координатах, учитывающее конечную скорость распространения поля, включает в себя члены, пропорциональные дипольному моменту, его первой и второй производным по времени. На расстояниях, больших размера диполя и характерной длины волны излучения, основной вклад в напряженность поля излучаемой волны дает член, пропорциональный второй производной дипольного момента $\mathbf{P}$ по времени, $\mathbf{E} \sim \ddot{\mathbf{P}}$. То, что именно вторая производная определяет зависимость напряженности поля от времени, позволяет сделать вывод о невозможности получения униполярного импульса от системы связанных зарядов. Действительно, если мы имели бы униполярный импульс вида рис. 1c, то первая производная дипольного момента должна была бы иметь вид сглаженной ступенчатой функции, а зависимость дипольного момента от времени имела бы уже постоянное неограниченное нарастание величины. Предельно же короткий одноцикловый биполярный импульс рис. 1a был бы возможен. В таком случае первая производная от дипольного момента имела бы униполярный характер, а дипольный момент — ступенчатый характер зависимости от времени. Однако пропорциональность поля второй производной дипольного момента является особенностью трехмерного волнового уравнения. Для одномерной задачи поле пропорционально первой производной дипольного момента [8], и это обстоятельство позволяет в ситуациях, где физически оправдано применение одномерного волнового уравнения, получать строго униполярные импульсы, для которых $\xi = 1$. Отметим также, что в эффективно одномерных схемах фигурирующая в числителе выражения для степени униполярности ξ электрическая площадь импульса $\mathbf{S}_E$ не зависит от координаты [9, 10]. Зато вдали от источников в свободном пространстве униполярность импульсов исчезает за счет того, что при дифракции света изменяется временна́я зависимость напряженности поля. Например, униполярный импульс превращается в одноцикловый биполярный, для которого $\xi < 1$. Пример эволюции униполярного импульса в биполярный показан в работе [11]. Таким образом, какого-либо принципиального запрета на генерацию униполярных импульсов нет. Они могут возникать в ситуациях, имеющих одномерный характер, и где можно пренебречь дифракцией, превращающей одномерную задачу в трехмерную.

3. Генерация субцикловых импульсов в терагерцовой области. Излучение в терагерцовой области спектра электромагнитных волн примыкает с длинноволновой стороны к инфракрасному диапазону и соответствует частотам переходов между вращательными уровнями в сложных молекулах. Получаемые экспериментально предельно короткие терагерцовые импульсы не являются строго униполярными. Они имеют вид полуволны поля и содержат длинный отрицательный хвост противоположной полярности, как на рис. 1b, и, следовательно, для таких импульсов $0 < \xi < 1$. Поэтому в этом разделе и далее мы будем называть такие импульсы субцикловыми.

Большинство существующих методов получения субцикловых импульсов в терагерцовой области спектра используют не стимулированное излучение, возникающее при квантовых переходах, а конверсию частоты из оптической области с помощью мощных коротких импульсов фемтосекундной длительности оптического диапазона [12, 13]. Фемтосекундные импульсы используют для создания кратковременного, сравнимого с их длительностью, однонаправленного импульса тока, который и является источником короткого терагерцового импульса. Отметим, что столь короткие импульсы тока нельзя получить радиотехническими способами.

Такая ситуация реализуется, например, в полупроводниках, где под действием биполярного многоциклового фемтосекундного импульса движение зарядов будет происходить только в одном направлении [12, 13]. Обычно применяют тонкую полупроводниковую пластину, которую просвечивают фемтосекундным импульсом. За пластиной ставят фильтр, отсекающий излучение лазера, и за фильтром получают терагерцовый импульс. Оказывается, что тонкие проводящие слои металлов из-за происходящих в сильных полях нелинейных процессов также обладают выпрямляющими свойствами [14] и при отражении от них формируется субцикловый импульс. Короткие терагерцовые импульсы можно получать за счет формирования однонаправленного импульса тока при фотоионизации в газах [12, 13, 15–25], когда световое поле вырывает связанные электроны преимущественно в одном направлении. Для создания соответствующей асимметрии используют поля с двумя или несколькими частотами, а также ультракороткие оптические импульсы.

Пространственную асимметрию можно создавать, проводя ионизацию во внешнем статическом электрическом поле, которое придает направленный характер движению электронов, возникших в процессе фотоионизации [26, 27]. Еще одна возможность генерации униполярных терагерцовых импульсов возникает при облучении мощными фемтосекундными импульсами твердотельных мишеней [28, 29]. В дополнение к ионизации, на формирование импульса влияет быстро движущаяся граница плазмы.

Другие методы генерации терагерцовых униполярных импульсов за счет оптического выпрямления в квадратично-нелинейных одноосных кристаллах исследованы теоретически в [30–32]. Было показано, что при распространении в таком кристалле короткого импульса возможно существование солитонного видеоимпульса необыкновенной волны. Авторы показали, что обыкновенная волна при этом представляет собой солитон огибающей, спектр которого при распространении сдвигается в красную сторону, отдавая часть энергии видеосолитону.

Отметим, что в терагерцовом диапазоне субцикловые импульсы получить сравнительно просто, по сравнению с оптическим диапазоном. Такие импульсы находят применение в спектроскопии высокого временнóго разрешения [33–37], генерации высоких гармоник в аттосекундной физике [38]. Терагерцовые импульсы могут генерироваться способами, отличными от рассмотренных здесь, например с помощью квантово-каскадных лазеров или с помощью генерации разностной частоты в нелинейных оптических кристаллах. Эти методы, однако, пока не обеспечивают генерацию субцикловых терагерцовых импульсов.

4. Генерация униполярных импульсов при когерентном взаимодействии света с веществом. Когерентное взаимодействие света с веществом возникает, когда длительность импульса излучения τ_p меньше времен релаксации населенности T_1 и поляризации T_2 в среде и частота Раби излучения $\Omega_{\mathrm{R}} = d_{12}E_0/\hbar \gg 1/T_2$ (d_{12} – дипольный момент перехода, E_0 – амплитуда элекрического поля) [39]. Наличие "фазовой памяти" T_2 приводит к тому, что характер взаимодействия ультракороткого импульса со средой существенно изменяется по сравнению со случаем более длительных импульсов. Если τ_p меньше времен релаксации T_1 и T_2, то релаксационные процессы, такие как соударения, спонтанное излучение и др., не успевают разрушить "фазовую память" среды. Это приводит к тому, что поляризация среды не следует за полем мгновенно, а зависит от значений поля во все предшествующие моменты времени [40, 41]. Наиболее ярко когерентные эффекты проявляются в эффекте самоиндуцированной прозрачности (СИП) [42]. Эффект СИП заключается в том, что короткий импульс может распространяться в резонансно-поглощающей среде без потерь в виде солитона площадью 2π. Поскольку при когерентном взаимодействии энергия из системы не уходит, генерация униполярных импульсов за счет когерентных эффектов может быть перспективным методом.

Возможность получения униполярных импульсов при когерентном взаимодействии света с комбинационно-активными средами (КАС) изучалась в работах [43, 44]. Рассматривался случай, когда ширина спектра ультракороткого импульса сравнима с обратной частотой перехода Ω^{-1} между двумя уровнями энергии, участвующими в вынужденном комбинационном рассеянии (ВКР). Авторы показали, что при распространении короткого импульса в КАС за счет стоксова рассеяния происходит перекачка энергии из высокочастотной области спектра импульса в низкочастотную, приводящая к генерации униполярного импульса.

Существование солитонного решения в виде униполярного импульса в системе уравнений Максвелла–Блоха было показано в работе [45]. В работе [46] изучалось когерентное распространение одноцикловых биполярных импульсов в резонансной двухуровневой среде. Расчеты проводили на основе системы уравнений Максвелла–Блоха без приближений медленно меняющихся амплитуд и вращающейся волны. В численных рачетах были найдены униполярные солитонные решения, форма которых совпала с аналитическим выражением для видеоимпульса, полученным в [45]. Солитонные режимы распространения униполярных электромагнитных импульсов в двухуровневых средах были также рассмотрены в [47, 48].

В работах [49–53] предложено и изучено формирование субцикловых (предельно коротких) импульсов на основе эффекта СИП в диссипативных системах – среде, состоящей из активных (с лазерной накачкой) и пассивных (без накачки) центров. В такой схеме импульс представляет собой 2π-импульс СИП для пассивных центров и π-импульс для усиливающих частиц. Как известно, π-импульс забирает в себя всю энергию, запасенную в активных центрах, что приводит к сокращению его длительности и возрастанию мощности. Этот рост стабилизируется за счет устойчивого баланса диссипативных факторов – усиления и поглощения в среде. Тем самым происходит формирование устойчивого униполярного диссипативного солитона субцикловой длительности – "аттосолитона". Механизмы стабилизации могут различаться: возбуждение более высоких уровней, волноводная дисперсия, электрическая проводимость среды и соответствующие омические потери и т.д. В частности, стабилизация генерации предельно коротких импульсов происходит в лазере с длинным резонатором, заполненным такой средой [54]; этот режим отвечает когерентной синхронизации мод, изученной ранее применительно к сравнительно длительным импульсам [55–59]. В работе [52] проведен анализ влияния дисперсии матрицы и неоднородного уширения на процесс генерации униполярных импульсов. Для того, чтобы эффект СИП был доминирующим нелинейным процессом, активными и пассивными центрами естественно выбрать квантовые точки, обладающие большим дипольным моментом рабочего перехода. Подробное описание результатов этих работ можно найти в монографии [53]. О влиянии омических потерь на распространение π-импульса в усиливающей среде написано также в [60, 61].

В работе [62] показана возможность генерации униполярного импульса при распространении изначально биполярного импульса в квадратично-нелинейной среде. Расчет проводили на основе численного решения системы уравнений Максвелла–Блоха.

Генерации широкополосного терагерцового излучения в квадратично-нелинейных кристаллах с резонансными примесями изучены в [63, 64]. При этом предполагалось наличие постоянного дипольного момента у примесей. Присутствие примесей позволяет достичь эффекта СИП, что приводит к замедлению скорости лазерного импульса, и возможно равенство скоростей лазерного и терагерцового импульсов (длинно-коротковолновый синхронизм, ДКС). Выполнение условия ДКС позволяет повысить эффективность генерации терагерцового излучения.

Генерация субцикловых солитонов в резонансных средах с постоянным дипольным моментом рассмотрена в работах [65–70]. В таких средах отличны от нуля диагональные элементы оператора дипольного момента d_{11} и d_{22}. В работах [68–70] генерация субциклового импульса происходила в режиме экстремальной нелинейной оптики, когда частота Раби сравнима с частотой перехода среды.

5. Генерация полуцикловых униполярных импульсов в комбинационно-активной среде. Рассмотрим основную идею метода генерации униполярных импульсов при возбуждении комбинационно-активной среды последовательностью сверхкоротких импульсов, предложенного в работах [71–73]. Предположим, что среда распределена вдоль некоторой прямой линии и возбуждается последовательностью идущих друг за другом ультракоротких импульсов.

Для описания отклика комбинационно-активной среды на возбуждение ультракороткими импульсами может быть использована классическая теория, в рамках которой считается, что среда состоит из двух нелинейно связанных оптических осцилляторов – высокочастотного электронного (ВЧО) и низкочастотного ядерного (НЧО). Взаимодействие комбинационно-активной среды с полем возбуждающего ультракороткого импульса описывают следующей системой уравнений Платоненко–Хохлова [74, 75]:

$$\ddot{x} + \Gamma_e \dot{x} + \Omega_0^2 x = \frac{e}{m} E - \frac{\gamma}{m} x y, \tag{1}$$

$$\ddot{y} + \Gamma_n \dot{y} + \omega_0^2 y = -\frac{\gamma}{2M} x^2, \tag{2}$$

где y – нормальная координата НЧО, x – нормальная координата ВЧО, параметр γ описывает нелинейное взаимодействие осцилляторов, M и m – эффективные массы НЧО и ВЧО соответственно, E – внешнее электрическое поле с линейной поляризацией, Γ_e и Γ_n – коэффициенты затухания осцилляторов, $\omega_0 = 2\pi/T_0$ – собственная частота НЧО, $\Omega_0 = 2\pi/T_\omega$ – собственная частота ВЧО. В рассматриваемой модели мы пренебрегаем динамикой населенности уровней комбинационно-активной среды, что соответствует импульсам, амплитуда которых много меньше амплитуды насыщения для резонансного перехода.

Поскольку для комбинационно-активных сред $\omega_0 \ll \Omega_0$, систему уравнений (1), (2) упрощаем посредством адиабатического исключения колебаний высокочастотного осциллятора [75]. В результате в правой части уравнения (2) получим слагаемое, пропорциональное квадрату электрического поля возбуждающего импульса $E^2(t)$.

Типичные значения собственной частоты колебаний НЧО для большинства комбинационно-активных сред составляют $\omega_0 \sim 10^{13}\,\text{c}^{-1}$. Поэтому для фемтосекундных возбуждающих импульсов можно считать, что за время действия импульса упругая сила связи осциллятора не успевает произвести практически никакого влияния на его движение. Тогда величина механического импульса, переданного осциллятору падающим импульсом, будет пропорциональна интегралу от действующей на осциллятор внешней силы по всему времени воздействия. Поскольку действующая на осциллятор сила пропорциональна квадрату электрического поля $E^2(t)$, переданный НЧО импульс движения будет пропорционален энергии падающего оптического импульса.

Предположим далее, что следующий импульс приходит через время, равное половине периода колебаний НЧО, $T_0/2$. Поскольку в промежутке между последовательными импульсами осциллятор совершает обычные свободные колебания, инициированные воздействием первого импульса, через половину периода колебаний осциллятор будет проходить через положение равновесия, имея скорость того же значения, но противоположного направления, которое он имел сразу после действия первого возбуждающего импульса. Если второй импульс имеет такую же энергию как и первый, то он передаст НЧО тот же самый импульс движения, в результате чего осциллятор остановится. Стоит отметить, что описанный метод похож на известный метод управления молекулярными колебаниями с помощью предельно коротких световых импульсов, когда один импульс возбуждает определенную моду колебаний, а второй импульс останавливает эти колебания [76, 77].

Предположим, что среда возбуждается двумя одинаковыми импульсами гауссовой формы:

$$E_p = E_0 e^{-t^2/\tau^2} \sin\omega t + \\ + E_0 e^{-(t-T_p)^2/\tau^2} \sin\omega(t - T_p), \qquad (3)$$

следующими друг за другом с интервалом $T_p = T_0/2$, где E_0 – амплитуда импульсов, ω – несущая частота импульсов, τ — их длительность. Для эффективного управления колебаниями НЧО мы полагаем, что длительность возбуждающих импульсов мала по сравнению с периодом колебаний НЧО: $\omega_0\tau \ll 1$ и $\omega \gg \omega_0$. На рис. 2 показаны результаты численного решения системы уравнений (1)–(2) с электрическим полем в форме (3).

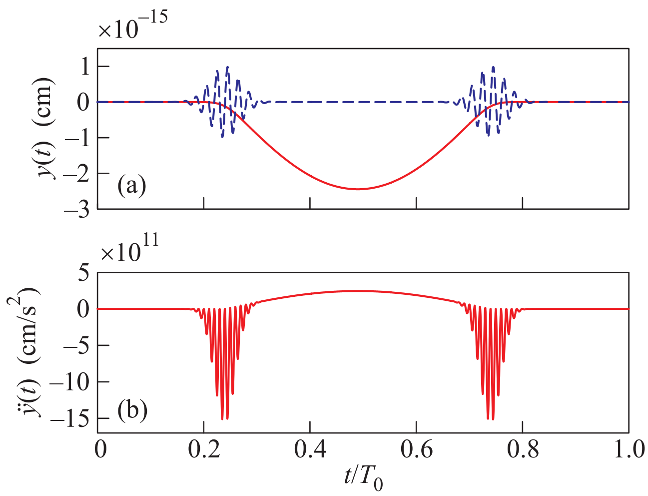

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Смещение НЧО в комбинационно-активной среде из положения равновесия $y(t)$ (сплошная красная линия) и временнáя форма поля возбуждающих предельно коротких импульсов (синяя штриховая линия, в произвольном масштабе), (b) – Ускорение НЧО $\ddot{y}(t)$. Значения остальных параметров: $\Omega_0 = 10^{15}$ рад/с, $\omega_0 = 10^{13}$ рад/с ($T_0 = 2\pi/\omega_0 = 0.628$ пс), $e = -4.8\cdot10^{-10}$ ESU, $m = 9.1\cdot10^{-28}$ г (масса электрона), $M = 1.6\cdot10^{-24}$ г (масса протона), $\gamma = 1000$ эрг/см^3, $\omega = 0.5\Omega_0$ ($T = 2\pi/\omega$), $\tau = 4T$, $T_p = T_0/2$, $E_0 = 10^5$ ESU, $\Gamma_e = \Gamma_n = 0$

Рис. 2a наглядно иллюстрирует идею метода: первый импульс инициирует колебания НЧО, а второй останавливает их. В результате временнáя зависимость смещения НЧО (следовательно, и поляризация среды) будет иметь вид половины синусоиды длительностью $T_0/2$ с постоянным знаком. В свою очередь, излученное электрическое поле пропорционально второй производной от ускорения (см. рис. 2b), которая в промежутке между импульсами также имеет вид половины синусоиды, но содержит высокочастотные осцилляции в моменты начала и остановки колебаний НЧО. Эти осцилляции обусловлены ускорением НЧО полем возбуждающих импульсов. Для получения униполярного отклика в виде полусинусоиды необходимо оставить лишь центральную часть, в то время как высокочастотные компоненты должны быть подавлены. В дальнейшем мы полагаем, что высокочастотные компоненты убираются соответствующим фильтром, в результате чего излученное поле имеет вид половины синусоиды. Стоит отметить, что в зависимости от конкретной реализации такой частотной фильтрации излучения полученный импульс может быть не строго униполярным ($\xi < 1$), а содержать слабые хвосты противоположного знака по обеим сторонам импульса, которые, однако, не играют большой роли для приложений в силу их малой амплитуды и большой длительности по сравнению с центральным пиком.

Излученное поле, таким образом, можно аппроксимировать половиной синусоиды в виде

$$E_{\text{out}}(t) \sim \sum_{k=0}^{1} e^{-\gamma t'} \sin\left[\omega_0 t'\right] \Theta\left[t'\right], \qquad (4)$$

где $t' = t - kT_p$, $\Theta(t')$ – функция Хевисайда, γ – коэффициент затухания осциллятора, T_p – временнóй промежуток между последующими предельно короткими возбуждающими импульсами.

6. Общее рассмотрение: среда, обладающая нелинейной связью с полем. Изложенный в предыдущем разделе метод получения полуцикловых импульсов основан на нелинейном характере взаимодействия связанных осцилляторов в комбинационно-активной среде. В результате этого колебания низкочастотного осциллятора в комбинационно-активной среде определяются не самим электрическим полем падающего импульса, а квадратом поля.

Исходя из этого, интерес представляет возможность получения такого нелинейного характера связи среды с внешним полем в различных материалах. В частности, наличие нелинейно связанных оптических резонансов возможно во многих гибридных оптических структурах, таких как нелинейно связанные плазмонные резонансы в металлических наночастицах [78, 79], связанные полупроводниковые микрорезонаторы, квантовые точки и др. [80–84]. Важно отметить, что оптические свойства подобных структур возможно контролировать в достаточно широких пределах, что позволяет управлять нелинейнооптическими свойствами подобных гибридных оптических сред.

Представляется интересным рассмотреть общий случай возбуждения оптического осциллятора, обладающего произвольно нелинейной связью с внешним электрическим полем [85, 86]. Для простоты рассмотрим случай оптической среды, описываемой следующим уравнением для наведенной поляризации $P(t)$:

$$\ddot{P} + \gamma \dot{P} + \omega_0^2 P = g[E(t)]E(t), \qquad (5)$$

где ω_0 – резонансная частота среды, γ – коэффициент затухания колебаний, а функция $g[E(t)]$ описывает нелинейную связь среды с полем. Уравнение (5) записано в скалярном виде, что предполагает линейную поляризацию падающего импульса.

Будем считать, что осцилляторы среды находились в состоянии равновесия до прихода первого возбуждающего импульса: $P = 0$. Тогда, предполагая как и в предыдущем разделе, что возбуждающий импульс имеет малую длительность по сравнению с периодом собственных колебаний $\omega_0\tau \ll 1$, можно считать, что падающий импульс мгновенно передает осцилляторам среды некоторый механический импульс. Используя уравнение (3) для поля падающих импульсов, определяем поляризацию среды (5) после действия первого импульса в следующем виде:

$$P(t) = \Pi_1 \sin(\omega_0 t) - \Pi_2 \cos(\omega_0 t), \qquad (6)$$

$$\dot{P}(t) = \Pi_1 \omega_0 \cos(\omega_0 t) + \Pi_2 \omega_0 \sin(\omega_0 t), \qquad (7)$$

где Π_1, Π_2 даются выражениями

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{1}{\omega_0}\int_{-\infty}^{+\infty} g[E(t')]E(t')\cos(\omega_0 t')dt', \\ \Pi_2 &= \frac{1}{\omega_0}\int_{-\infty}^{+\infty} g[E(t')]E(t')\sin(\omega_0 t')dt'. \end{aligned} \qquad (8)$$

Рассмотрим падающий импульс в более общей форме:

$$E_p = E_0 e^{-t^2/\tau^2}\sin(\omega t + \vartheta_{\mathrm{CE}}), \qquad (9)$$

где ω – центральная частота импульса, ϑ_{CE} соответствует фазовому сдвигу между несущей и огибающей импульса (carrier-envelope phase, CEP).

Для получения униполярного полуциклового импульса необходимо выполнение условия $\Pi_2 = 0$ [86]. В этом случае отклик осциллятора представляет половину синусоиды, сохраняя таким образом постоянный знак. На рис. 3 показаны зависимости амплитуд Π_1, Π_2 от CEP для случая среды с нелинейной связью с полем вида $g(E) = g_1 E$. Видно, что с увеличением произведения $\omega\tau$ величина Π_1 приближается к

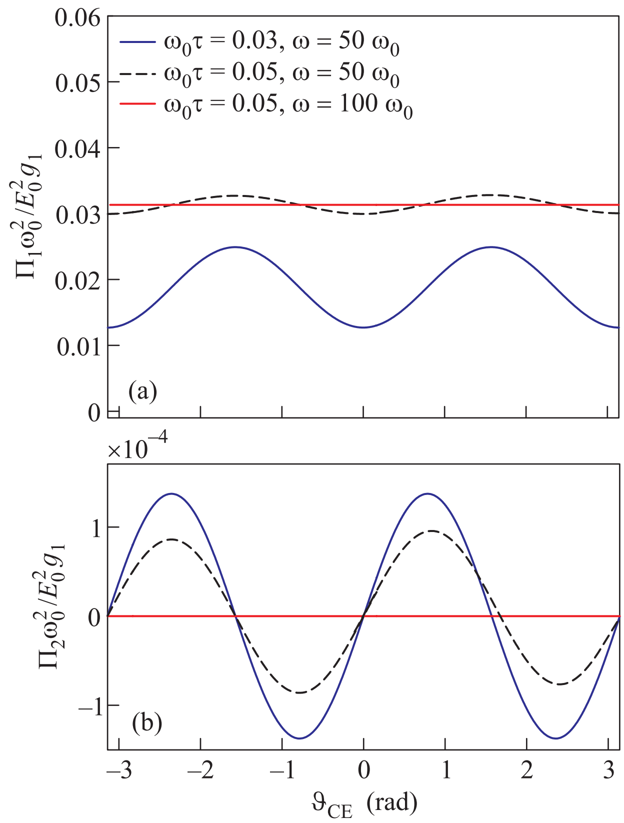

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость амплитуд отклика среды Π_1 (a) и Π_2 (b) от сдвига ϑ_{CE} между несущей и огибающей для среды с нелинейной связью с полем $g(E) = g_1 E$

постоянному значению, не зависящему от ϑ_{CE}, тогда как Π_2 является гармонической функцией ϑ_{CE}, но ее амплитуда уменьшается с ростом $\omega\tau$. В результате отклик осциллятора оказывается практически синусоидальным для любых значений ϑ_{CE}, что делает такой нелинейный вид связи среды с полем наиболее подходящим для получения униполярных импульсов описанным методом.

Интересно рассмотреть для сравнения вид амплитуд отклика среды Π_1, Π_2 для простейшей линейной среды с $g(E) = g_0 = \mathrm{const}$ [86]. В данном случае амплитуды Π_1, Π_2 оказываются простыми гармоническими функциями CEP и изменяются в противофазе друг относительно друга. В результате получение синусного отклика среды в уравнении (6) требует точного контроля значения CEP. Кроме того, эффективность передачи импульса движения линейному осциллятору оказывается значительно ниже, чем осциллятору с нелинейной связью с полем.

7. Управление формой униполярных импульсов в нелинейных средах. Рассмотренная в предыдущих разделах идея генерации униполярных субцикловых импульсов может быть использована для генерации униполярных импульсов различной формы, длительности и амплитуды. Это очень важно для различных применений в сверхбыстрой оптике и оптической информатике. Далее будет показана возможность генерации импульсов различной формы – прямоугольной, трапецеидальной и т.п.

Униполярные прямоугольные импульсы хорошо известны в радиофизике. Генерация таких импульсов в оптике, в принципе, позволяет установить аналогию между радиотехникой и оптикой и может привести к построению новых видов логических элементов в оптике. Недавно в работах [71, 72] был предложен оригинальный метод генерации униполярных импульсов прямоугольной формы.

Предложенный метод интересен также тем, что при этом среда возбуждается последовательностью фемтосекундных импульсов со сверхсветовой скоростью. Данная ситуация возникает, если световой импульс падает наклонно на резонансную среду. В данном случае сечение импульса средой (т.е. световое пятно на среде – "световой зайчик") перемещается по этой среде со сверхсветовой скоростью $V = c/\sin\beta > c$, где β – угол падения [87]. Отметим, что теория относительности не запрещает перемещение объектов со скоростью, превышающей скорость света c, если не происходит передачи информации [87–90].

Пусть нелинейная среда (например, КАС) возбуждается последовательностью из двух предельно коротких импульсов с периодом $T_0/2$ со сверхсветовой скоростью (рис. 4). Тогда каждая точка среды будет излучать полуволну поляризации, показанную на рис. 2. При этом наблюдатель в точке r далеко от среды будет регистрировать полуволны от различных участков среды, приходящие в разные моменты времени, если скорость возбуждения превышает скорость света c. Суммирование полуволн приведет к генерации униполярного импульса прямоугольной формы с плоской вершиной. Аналитически форму импульса можно рассчитать в рамках классической электродинамики, аппроксимируя полуволну на рис. 2 половиной синусоиды согласно выражению (4). Действительно, электрическое поле, излучаемое диполем, расположенным в точке пространства $\mathbf{r}$, в некоторой точке наблюдения $\mathbf{r}'$ в общем виде пропорционально второй производной по времени от поляризации:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}', t) \propto \partial_{tt}\mathbf{P}(\mathbf{r}, t - |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/c), \tag{10}$$

т.е. ускорению НЧО, изображенному на рис. 2b. Пренебрегая высокочастотными осцилляциями поля в момент старта и остановки колебаний, а также затуханием осциллятора, можно считать, что электрическое поле пропорционально наведенной поляризации, $\mathbf{E} \sim \omega_0^2\mathbf{P}$, т.е. полуволне, изображенной на рис. 2а. Учитывая указанные приближения и аппроксимируя форму излученной волны половиной синусоиды, выражение для электрического поля на большом расстоянии от среды можно записать в виде [71, 72]:

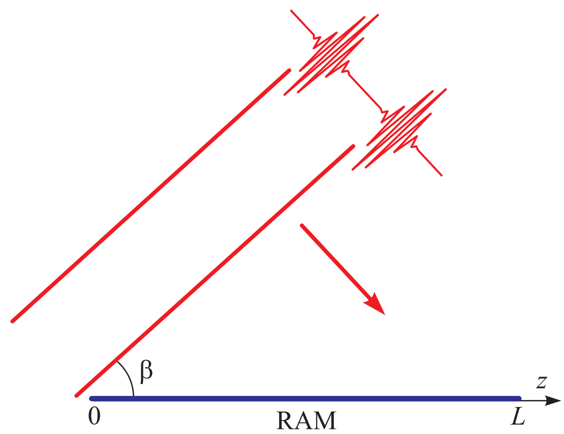

Рис. 4. (Цветной онлайн) Два сверхкоротких световых импульса с плоским волновым фронтом падают на линию осцилляторов с нелинейной связью с полем. Область пересечения импульсов с резонансной средой в случае падения пучка под углом β перемещается по среде со скоростью $V = c/\sin\beta$, которая может быть больше скорости света c. Наблюдатель находится на оси z на расстоянии $r > L$

$$E(t) = E_0 \int_0^L \sum_{k=0}^{1} \sin\left[\omega_0\left(t - \frac{z}{V} - \frac{r-z}{c}\right)\right] \times$$
$$\times\, \Theta\left[t - \frac{z}{V} - \frac{r-z}{c}\right] dz. \tag{11}$$

Длительность получаемого прямоугольного импульса определяется выражением [71, 72]:

$$\tau_p = L\left|\frac{1}{c} - \frac{1}{V}\right| \tag{12}$$

при условии, что $L/c \gg T_0$. Выражение для амплитуды имеет вид [72]:

$$A \sim \frac{2\omega_0 V}{V/c - 1}. \tag{13}$$

Видно, что длительность импульса возрастает с ростом V/c, в то время как амплитуда падает. Сказанное иллюстрируется на рис. 5, на котором приведены результаты вычислений интеграла (11).

Таким образом, предложенный метод позволяет генерировать прямоугольные униполярные импульсы со степенью униполярности $\xi \sim 1$, амплитудой

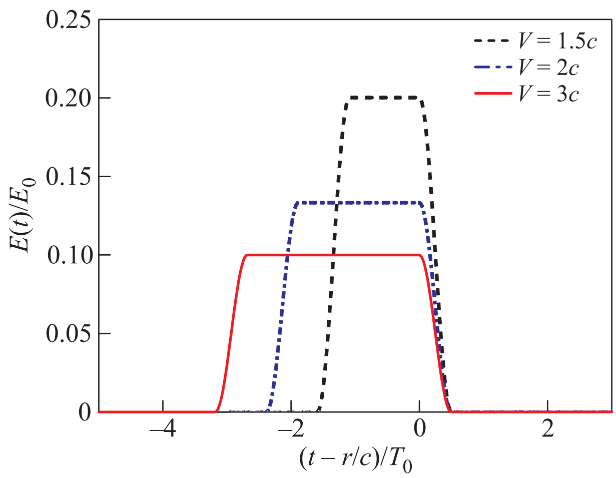

Рис. 5. (Цветной онлайн) Прямоугольные униполярные импульсы, возникающие при возбуждении низкочастотного резонанса в КАС двумя ультракороткими импульсами, следующими с периодом $T_p = T_0/2$ при разных скоростях возбуждения V, $\omega_0 L/c = 30$. Время отсчитывается от момента $t_0 = r/c$, которое проходит от момента прихода в точку наблюдения r излучения от начала среды O (см. рис. 4). Время приводится в единицах T_0. За счет сверхсветовой скорости возбуждения начало прямоугольных импульсов смещается в область отрицательных значений времени, так как поле от конца среды приходит в точку наблюдения раньше, чем от начала

и длительностью которых можно управлять. Длительность генерируемых импульсов ограничена снизу $T_0/2$ и может быть легко увеличена с ростом скорости возбуждения. Однако предложенный метод имеет следующий недостаток — увеличение длительности импульса приводит к значительному сокращению амплитуды. Для устранения этого недостатка в работе [73] было предложено использовать кольцевую геометрию среды, когда массив частиц, расположенных вдоль кольца, возбуждается двумя световыми пятнышками, быстро вращающимися по кольцу. Угловое расстояние между пятнышками должно соответствовать промежутку времени $T_0/2$. В такой геометрии, как показано в работе [73], длительность прямоугольного импульса можно легко увеличить за счет увеличения числа оборотов световых пятнышек по окружности. И это не приводит к уменьшению амплитуды импульса. Предложенный метод также позволяет провести прямую аналогию между генерацией оптических и радиоимпульсов и применяться для создания импульсных сигналов терагерцевого и субмиллиметрового диапазонов.

Прямоугольная форма импульса возникает вследствие постоянства скорости возбуждения среды и однородности линии осцилляторов. В том случае, когда мгновенная скорость возбуждения среды меняется вдоль линии осцилляторов вследствие кривизны волнового фронта возбуждающих импульсов [91] или же более сложной формы самой линии осцилляторов, получающиеся униполярные импульсы будут иметь неоднородную форму. Этот случай был рассмотрен в [85, 86]. Конкретный вид профиля получаемого импульса определяется геометрией среды и формой волновых фронтов возбуждающих импульсов и может таким образом изменяться в достаточно широких пределах. На рис. 6 показан пример униполярных импульсов,

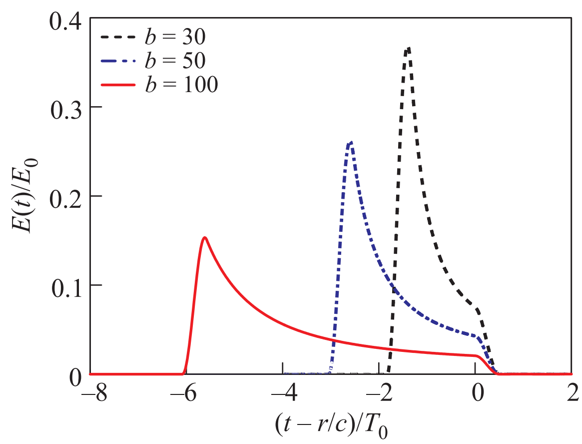

Рис. 6. (Цветной онлайн) Униполярные импульсы с неоднородным профилем, полученные при возбуждении линии осцилляторов на рис. 4 ультракороткими импульсами со сферическими фронтами. Центр фронтов расположен над концом линии $z = 0$ на высоте $H = 0.5L$, параметр $b = \omega_0 L/c$. Излучение регистрируется на оси z на расстоянии $r > L$

получаемых от линии осцилляторов, изображенной на рис. 4, в том случае, когда возбуждающие импульсы не плоские, а сферические. При этом центр волновых фронтов взят расположенным над одним из концов линии осцилляторов на высоте H, а излучение среды регистрируется в точке на оси z с координатой r. Видно, что амплитуда импульса в данном случае максимальна на переднем фронте импульса и монотонно уменьшается в направлении заднего фронта. Этот результат следует из выражения (13), согласно которому амплитуда импульса при сверхсветовом возбуждении монотонно убывает с ростом скорости V. В рассмотренном случае мгновенная скорость возбуждения максимальна вблизи того конца линии, над которой расположен источник импульсов, причем излучение от этого конца линии приходит в точку наблюдения последним, и мгновенная скорость минимальна вблизи противоположного конца среды, от которого излучение приходит в точку наблюдения раньше всего. Стоит отметить, что поместив источник импульсов над другим концом среды или поместив точку наблюдения с другой стороны от среды, мы получим импульсы с монотонно увеличивающейся амплитудой, которые фактически являются зеркальными отражениями импульсов, показанных на рис. 6.

Изменяя форму волновых фронтов возбуждающих импульсов, мы можем получать униполярные $\xi \approx 1$ импульсы необходимой формы. Дополнительные возможности здесь могут появляться вследствие варьирования геометрической конфигурации расположения осцилляторов и плотности их расположения. Таким образом, описанный подход позволяет эффективно управлять формой получаемых униполярных импульсов, чего невозможно достичь методами, основанными на эффектах, возникающих при распространении импульсов в нелинейных средах.

8. Генерация униполярных импульсов в динамическом резонаторе. Рассмотренные выше подходы существенно основывались на специфике распространения излучения в нелинейных средах. Заметим, что релятивистские эффекты позволяют сокращать длительность импульсов с одновременным преобразованием (повышением) частоты, например, при их отражении от быстро движущихся неоднородностей (плазменных зеркал) [92]. Генерация униполярных импульсов электромагнитного излучения возможна и в линейных системах с динамической архитектурой, например, в (пустом) резонаторе с осциллирующими зеркалами [93, 94]. Такая генерация отвечает параметрическому усилению исходных (флуктуационных) затравок поля. Механизм сжатия первоначально длительного импульса внутри резонатора с периодически колеблющимся зеркалом следующий. Мгновенный коэффициент отражения осциллирующего зеркала максимален и может превышать единицу в моменты, когда скорость зеркала максимальна по модулю и направлена навстречу падающему излучению. Поэтому при падении импульса на такое зеркало большее усиление получат части импульса, отвечающие “правильному” моменту падения. При идеальных зеркалах в условиях параметрического резонанса импульс будет сжиматься неограниченно, а его энергия будет экспоненциально возрастать со временем. Ограничения связаны с конечной спектральной шириной отражения зеркал, поскольку короткий импульс содержит значительную долю высокочастотного излучения, для которого коэффициент отражения зеркала невелик. Пример униполярного импульса ($\xi \approx 1$) в таком динамическом резонаторе показан на рис. 7, полученном

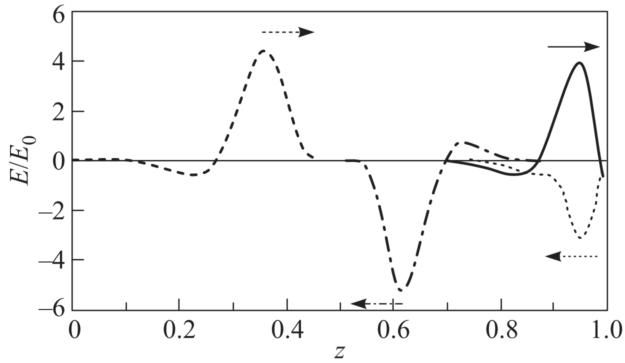

Рис. 7. Профили напряженности электрического поля в резонаторе с движущейся стенкой в четырех последовательных моментах времени: штриховая кривая, сплошная кривая, пунктир и штрих-пунктир. Стрелки показывают направление движения импульса. Неподвижное зеркало резонатора расположено при $z = 0$, осциллирующее около $z = 1$

решением линейных уравнений Максвелла с надлежащими граничными условиями [94]. Полезно сопоставление с рассмотренной выше генерацией “аттосолитонов”. В обоих случаях длительность установившегося импульса определяется спектральной шириной нерезонансных механизмов: для “аттосолитонов” в среде (дисперсия матрицы, в которую внедрены активные и пассивные центры) или в элементах схемы, а для динамического резонатора без среды — исключительно в зеркалах.

9. Заключение. Перспективы. Несмотря на свою кажущуюся “нефизичность”, униполярные оптические импульсы, тем не менее, привлекают внимание исследователей, как с точки зрения интересных физических эффектов, связанных с их генерацией, так и в связи с возможными практическими применениями. Униполярные импульсы со степенью униполярности $\xi \approx 1$ в силу преимущественного постоянства знака основных компонент электрического поля позволяют эффективно ускорять свободные заряды и передавать импульс связанным зарядам в веществе. Последнее подразумевает возможность возбуждения или ионизации атомов. Получение прямоугольных униполярных импульсов в оптике дает возможность провести аналогию с радиофизикой и может привести к созданию логических элементов и переключателей в оптике.

Классическое дипольное излучение зарядов всегда является биполярным, если возбуждающее электрическое поле биполярно. Поэтому для получения импульсов с ненулевой постоянной компонентой в большинстве случаев требуются нелинейные механизмы взаимодействия излучения со средой. Однако в некоторых случаях возможна генерация униполярных импульсов даже в пустом резонаторе с осциллирующим зеркалом и привлечение нелинейных механизмов не требуется. В обзоре дано описание основных результатов получения униполярных импульсов в нелинейных средах и в резонаторе с осциллирующим зеркалом, а также основных физических механизмов, которые лежат в их основе. Отметим также перспективность диагностики сред – определения их линейного и нелинейного откликов – при отражении предельно короткого импульса терагерцового излучения от тонкого слоя исследуемой среды [95].

Стоит отметить, что большинство изложенных механизмов основано на изменении спектра оптического импульса при его распространении в нелинейной среде. В результате этого в средах с нелинейностями различного типа оказывается возможным получить импульсы с ненулевой постоянной составляющей, в том числе униполярные импульсы солитонного типа. В частности, многие методы генерации униполярных импульсов относятся к случаю наличия резонансной нелинейности среды, которая имеет место при когерентном взаимодействии распространяющегося излучения со средой. Однако с практической точки зрения такие методы оказываются неудобными, так как они не позволяют управлять формой получаемых импульсов. Более широкие возможности предоставляют методы, основанные на возбуждении резонансных сред с нелинейной связью с полем последовательностью ультракоротких импульсов. В этом случае оказывается возможным не только эффективно получать униполярные импульсы, но и управлять их формой в соответствии с требованиями конкретных приложений.

Работа поддержана грантами РФФИ # 16-02-00762 и # 16-52-00109. Раздел по генерации импульсов в динамическом резонаторе выполнен в рамках гранта РНФ 14-12-00894.

1. U. Keller, Appl. Phys. B **100**, 15 (2010).
2. T. Brabec and F. Krausz, Rev. Mod. Phys. **72**, 545 (2000).
3. F. Krausz and M. Ivanov, Rev. Mod. Phys. **81**, 163 (2009).
4. В. В. Стрелков, В. Т. Платоненко, А. Ф. Стержантов, М. Ю. Рябикин, УФН **186**, 412 (2016) [V. V. Strelkov, V. T. Platonenko , A. F. Sterzhantov, and M. Yu. Ryabikin, Phys. Usp. **59**, 425 (2016)].
5. K. Ramasesha, S. R. Leone, and D. M. Neumark, Annu. Rev. Phys. Chem. **67**, 41 (2016).
6. C. Manzoni, O. D. Mucke, G. Cirmi, S. Fang, J. Moses, S.-W. Huang, K.-H. Hong, G. Cerullo, and F. X. Kartner, Laser Photonics Rev. **9**, 129 (2015).
7. M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics. Pergamon Press*, N.Y. (1980).
8. M. V. Arkhipov, R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. Babushkin, A. Demircan, N. N. Rosanov, and U. Morgner, arXiv: 1703.02303.
9. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. **107**, 761 (2009) [N. N. Rosanov, Opt. Spectr. **107**, 721 (2009)].
10. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. **118**, 975 (2015) [N. N. Rosanov, Opt. Spectr. **118**, 943 (2015)].
11. D. You and P. H. Bucksbaum, J. Opt. Soc. Am. B **14**, 1651 (1997).
12. H. G. Roskos, M. D. Thomson, M. Kress, and T. Loeffler, Laser Photon. Rev. **1**, 349 (2007).
13. K. Reiman, Rep. Progr. Phys. **70**, 1597 (2007).
14. F. Kadlec, P. Kuzel, and J. L. Coutaz, Opt. Lett. **29**, 2674 (2004).
15. K. Kim, J. Glownia, A. Taylor, and G. Rodriguez, Opt. Express **15**, 4577 (2007).
16. K. Kim, J. Glownia, A. Taylor, and G. Rodriguez, Nat. Photon. **2**, 605 (2008).
17. M. Kress, T. Loffler, M. D. Thomson, R. Dorner, H. Gimpel, K. Zrost, T. Ergler, R. Moshammer, U. Morgner, J. Ullrich, and H. G. Roskos, Nat. Phys. **2**, 327 (2006).
18. I. Babushkin, S. Skupin, A. Husakou, C. Kohler, E. Cabrera-Granado, L. Bergé, and J. Herrmann, New J. Phys. **13**, 123029 (2011).
19. I. Babushkin, W. Kuehn, C. Köhler, S. Skupin, L. Bergé, K. Reimann, M. Woerner, J. Herrmann, and T. Elsaesser, Phys. Rev. Lett. **105**, 053903 (2010).
20. Y. Bai, L. Song, R. Xu, C. Li, P. Liu, Z. Zeng, Z. Zhang, H. Lu, R. Li, and Z. Xu, Phys. Rev. Lett. **108**, 255004 (2012).
21. D. J. Cook and R. M. Hochstrasser, Opt. Lett. **25**, 1210 (2000).
22. T. Bartel, P. Gaal, K. Reimann, M. Woerner, and T. Elsaesser, Opt. Lett. **30**, 2805 (2005).
23. L. Berge, S. Skupin, C. Köhler, I. Babushkin, and J. Herrmann, Phys. Rev. Lett. **110**, 073901 (2013).
24. T.-J. Wang, Sh. Yuan, J. Dubois, and S. Leang Chin, Appl. Phys. Lett. **97**, 111108 (2010).
25. P. Gonzalez de Alaiza Martinez, I. Babushkin, L. Berge, S. Skupin, E. Cabrera-Granado, C. Kohler, U. Morgner, A. Husakou, and J. Herrmann, Phys. Rev. Lett. **114**, 183901 (2015).
26. W. F. Sun, Y. S. Zhou, X. KeWang, and Y. Zhang, Opt. Express **16**, 16573 (2008).
27. A. Houard, Y. Liu, B. Prade, V. T. Tikhonchuk, and A. Mysyrowicz, Phys. Rev. Lett. **100**, 255006 (2008)

28. A. Gopal, T. May, S. Herzer et al. (Collaboration), New J. Phys. **14**, 083012 (2012).
29. Y. Gao, T. Drake, Z. Chen, and M. F. DeCamp, Opt. Lett. **33**, 2776 (2008).
30. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, Письма в ЖЭТФ **75**, 746 (2002) [S. V. Sazonov and A. F. Sobolevskii, JETP Lett. **75**, 621 (2002)].
31. С. В. Сазонов, А. П. Сухоруков, Н. В. Устинов, Письма в ЖЭТФ **100**, 703 (2014) [S. V. Sazonov, A. P. Sukhorukov, and N. V. Ustinov, JETP Lett. **100**, 620 (2014)].
32. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **96**, 281 (2012) [S. V. Sazonov, JETP Lett. **96**, 263 (2012)].
33. B. Marx, Laser Focus World **43**, 44 (2007).
34. E. Pickwell and V. P. Wallace, J. Phys. D: Appl. Phys. **39**, R301 (2006).
35. W. L. Chan, J. Deibel, and D. M. Mittleman, Rep. Progr. Phys. **70**, 1325 (2007).
36. M. Woerner, W. Kuehn, P. Bowlan, K. Reimann, and T. Elsaesser, New J. Phys. **15**, 025039 (2013).
37. C. W. Luo, K. Reimann, M. Woerner, T. Elsaesser, R. Hey, and K. H. Ploog, Phys. Rev. Lett. **92**, 047402 (2004).
38. T. Popmintchev, M. C. Chen, D. Popmintchev et al. (Collaboration), Science **336**, 1287 (2012).
39. L. Allen and J. H. Eberly, *Optical resonance and two-level atoms*, Wiley, N.Y. (1975) [Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, М. (1978)].
40. П. Г. Крюков, В. С. Летохов, УФН **99**, 169 (1969) [P. G. Kryukov and V. S. Letokhov, Sov. Phys. Usp. **12**, 641 (1970)].
41. И. А. Полуэтков, Ю. М. Попов, В. С. Ройтберг, УФН **114**, 97 (1974) [I. A. Poluektov, Yu. M. Popov, and V. S. Roitberg, Sov. Phys. Usp. **18**, 673 (1975)].
42. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev. **183**, 457 (1969).
43. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, И. П. Прокопович, Письма в ЖЭТФ **55**, 223 (1992) [E. M. Belenov, A. V. Nazarkin, and I. P. Prokopovich, JETP Lett. **55**, 218 (1992)].
44. Э. М. Беленов, П. Г. Крюков, А. В. Назаркин, И. П. Прокопович, ЖЭТФ **105**, 28 (1994) [E. M. Belenov, P. G. Kryukov, A. V. Nazarkin, and I. P. Prokopovich, JETP **78**, 15 (1994)].
45. R. K. Bullough and F. Ahmad, Phys. Rev. Lett. **27**, 330 (1971).
46. V. P. Kalosha and J. Herrmann, Phys. Rev. Lett. **83**, 544 (1999).
47. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, Письма в ЖЭТФ **51**, 252 (1990) [E. M. Belenov and A. V. Nazarkin, JETP Lett. **51**, 288 (1990)].
48. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, В. А. Ущаповский, ЖЭТФ **100**, 762 (1991) [E. M. Belenov, A. V. Nazarkin, and V. A. Ushchapovskii, Sov. Phys. JETP **73**, 422 (1991)].
49. Н. В. Высотина, Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Письма в ЖЭТФ **83**, 337 (2006) [N. V. Vysotina, N. N. Rozanov, and V. E. Semenov, JETP Lett. **83**, 279 (2006)].
50. N. N. Rosanov, V. E. Semenov, and N. V. Vyssotina, Laser Phys. **17**, 1311 (2007).
51. Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Н. В. Высотина, Квантовая электроника **38**, 137 (2008) [N. N. Rosanov, V. E. Semenov, and N. V. Vysotina, Quantum. Electron. **38**, 137 (2008)].
52. Н. В. Высотина, Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Опт. и спектр. **106**, 793 (2009) [N. V. Vysotina, N. N. Rosanov, and V. E. Semenov, Opt. and Spectr. **106**, 713 (2009)].
53. Н. Н. Розанов, *Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-*, Физматлит, М. (2011), гл. 17.
54. V. V. Kozlov, N. N. Rosanov, and S. Wabnitz, Phys. Rev. A **84**, 053810 (2011).
55. V. V. Kozlov, Phys. Rev. A **56**, 1607 (1997).
56. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. В. Бабушкин, Письма в ЖЭТФ **101**, 164 (2015) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and I. V. Babushkin, JETP Lett. **101**, 149 (2015)].
57. М. В. Архипов, Р. М. Архипов, А. А. Шимко, И. В. Бабушкин, Письма в ЖЭТФ **101**, 250 (2015) [M. V. Arkhipov, R. M. Arkhipov, A. A. Shimko, and I. Babushkin, JETP Lett. **101**, 232 (2015)].
58. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and I. Babushkin, Opt. Comm. **361**, 73 (2016).
59. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, Opt. Lett. **41**, 737 (2016).
60. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **53**(8), 400 (1991) [S. V. Sazonov, JETP Lett. **8**, 420 (1991)].
61. S. V. Sazonov, J. Phys.: Condensed Matter **7**, 175 (1995).
62. N. N. Rosanov, V. V. Kozlov, and S. Wabnitz, Phys. Rev. A **81**, 043815 (2010).
63. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **92**, 260 (2010) [A. N. Bugay and S. V. Sazonov, JETP Lett. **92**, 232 (2010)].
64. A. N. Bugay and S. V. Sazonov, Phys. Lett. A **374**, 1093 (2010).
65. H. Leblond and D. Mihalache, Phys. Rep. **523**, 61 (2013).
66. H. Leblond, Phys. Rev. A **78** 013807 (2008).
67. H. Leblond, H. Triki, and D. Mihalache, Phys. Rev. A **85**, 053826 (2012).
68. X. Song, W. Yang, Z. Zeng, R. Li, and Z. Xu, Phys. Rev. A **82**, 053821 (2010).

69. X. Song, M. Wu, Z. Sheng, D. Dong, H.-Q. Wu, and W. Yang, Laser Phys. Lett. **11**, 056002 (2014).
70. X. Song, Z. Hao, M. Yan, M. Wu, and W. Yang, Las. Phys. Lett. **12**, 105003 (2015).
71. Р. М. Архипов, Опт. и спектр. **120**, 802 (2016) [R. M. Arkhipov, Opt. and Spectr. **120**, 756 (2016)].
72. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, P. A. Belov, and Yu. A. Tolmachev, Laser Phys. Lett. **13**, 046001 (2016).
73. R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. V. Babushkin, M. V. Arkhipov, Yu. A. Tolmachev, and N. N. Rosanov, J. Opt. Soc. Am. B **33**, 2518 (2016).
74. Д. Н. Клышко, *Физические основы квантовой электроники*, Наука, М. (1986).
75. С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин, *Физическая оптика*, Наука, М. (2004) [S. A. Akhmanov and S. Yu. Nikitin, *Physical Optics*, Clarendon Press, Oxford (1997)].
76. A. M. Weiner, D. E. Leaird, G. P. Wiederrecht, and K. A. Nelson, Science **247**, 1317 (1990).
77. A. M. Weiner, D. E. Leaird, G. P. Wiederrecht, and K. A. Nelson, J. Opt. Soc. Am. B **8**, 1264 (1991).
78. P. Ginzburg, A. Krasavin, Y. Sonnefraud, A. Murphy, R. J. Pollard, S. A. Maier, and A. V. Zayats, Phys. Rev. B **86**, 085422 (2012).
79. N. Berkovitch, P. Ginzburg, and M. Orenstein, J. Phys. Condens. Matter **24**, 073202 (2012).
80. Y. Qiao, F. Polzer, H. Kirmse, E. Steeg, S. Kuhn, S. Friede, S. Kirstein, and J. P. Rabe, ACS Nano **9**, 1552 (2015).
81. D. Savateeva, D. Melnikau, V. Lesnyak, N. Gaponik, and Y. P. Rakovich, J. Mater. Chem. **22**, 10816 (2012).
82. Y. Zhang, J. Zhang, S.-X.Wu, and C.-S. Yu, Int. J. Quantum. Info. **13**, 1550053 (2015).
83. L. Kouwenhoven, Science **268**, 1440 (1995).
84. W. G. Van der Wiel, S. De Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven, Rev. Mod. Phys. **75**, 1 (2003).
85. A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, I. V. Babushkin, N. N. Rosanov, and M. V. Arkhipov, Laser Phys. Lett. **13**, 126001 (2016).
86. A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, I. V. Babushkin, M. V. Arkhipov, Yu. A. Tolmachev, and N. N. Rosanov, Phys. Rev. A **95**, 013804 (2017).
87. Б. М. Болотовский, В. Л. Гинзбург, УФН **106**, 577 (1972) [B. M. Bolotovskii and V. L. Ginzburg, Sov. Phys. Usp. **15**, 184 (1972)].
88. E. Recami, Foundations of Physics. **31**, 1119 (2001).
89. Г. Б. Малыкин, Е. А. Романец, Опт. и спектр. **112**, 993 (2012) [G. B. Malykin and E. A. Romanets, Opt. and Spectr., **112**, 920, (2012)].
90. R. M. Arkhipov, I. Babushkin, M. K. Lebedev, Yu. A. Tolmachev, and M. V. Arkhipov, Phys. Rev. A **89**, 043811 (2014).
91. Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, Опт. и спектр. **122**, 89 (2017).
92. С. В. Буланов, Т. Ж. Есиркепов, М. Кандо, А. С. Пирожков, Н. Н. Розанов, УФН **183**, 449 (2013) [S. V. Bulanov, T. Zh. Esirkepov, M. Kando, A. S. Pirozhkov, and N. N. Rosanov, Phys. Usp. **56**, 429 (2013)].
93. В. Н. Красильников, *Параметрические волновые явления в классической Электродинамике*, Изд. СПбГУ, Санкт-Петербург (1996).
94. Н. Н. Розанов, Э. Г. Федоров, А. А. Мацковский, Квант. электроника **46**, 13 (2016) [N. N. Rosanov, E. G. Fedorov, and A. A. Matskovsky, Quantum Electronics **46**, 13 (2016)].
95. Н. Н. Розанов, М. В. Архипов, Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, И. В. Бабушкин, Опт. и спектр. (2017) (в печати).