Письма в ЖЭТФ, том 105, вып. 9, с. 577 – 580

Бифуркации рождения низкотемпературных максимумов туннельного кондактанса грязного N-I-N контакта

В. Я. Кирпиченков[1)], *Н. В. Кирпиченкова, О. И. Лозин, А. А. Пухлова*

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова, 346428 Новочеркасск, Россия

Поступила в редакцию 20 марта 2017 г.

После переработки 31 марта 2017 г.

В области низких температур получено представление туннельного кондактанса $G(T)$ "грязного" (малые концентрации одинаковых немагнитных примесей в I-слое) N-I-N контакта (N – нормальный металл, I – изолятор) в виде суммы кондактансов случайных квантовых закороток, пронизывающих неупорядоченный I-слой. Показано, что на оси параметра $\delta = |\varepsilon_0 - \varepsilon_{\mathrm{F}}|$, задающего отклонение энергии ε_0 квазилокального электронного состояния на примеси в I-слое от энергии Ферми ε_{F} грязного N-I-N контакта, существует ряд точек бифуркации, при переходе через каждую из которых (в направлении увеличения δ) число максимумов на температурной зависимости $G(T)$ увеличивается на единицу – происходит "рождение" нового максимума на кривой $G(T)$. Для характерных значений параметров грязных N-I-N контактов приведены численные оценки, показывающие возможность экспериментального наблюдения, по крайней мере, первого из этих максимумов.

DOI: 10.7868/S0370274X17090120

В неупорядоченном I-слое грязного туннельного контакта имеются маловероятные флуктуации пространственного расположения примесей в виде уединенных слабоизвилистых эквидистантных цепочек из $m = 1, 2, 3, \ldots$ примесей, соединяющих противоположные берега контакта. В пространственно узких трубках вдоль этих цепочек вблизи энергии ε_0 сосредоточены квантовые резонансно-перколяционные траектории (КРПТ) электронов, с которыми ассоциированы узкие энергетические зоны резонансной туннельной прозрачности (туннельные резонансы), энергетические ширины которых $\gamma_m \ll \varepsilon_0$, а коэффициенты упругого прохождения электронов $D_m \sim 1$, в отличие от экспоненциально малого коэффициента прохождения вне этих трубок [1]. Такие упорядоченные цепочки являются своеобразными случайными узкозонными "квантовыми закоротками" в неупорядоченном I-слое, и, хотя вероятности их образования весьма малы, именно они при $|\varepsilon_0 - \varepsilon_{\mathrm{F}}| < \gamma_m$ дают главный вклад в низкотемпературный туннельный кондактанс грязного N-I-N контакта, в широком интервале концентраций примеси превышающий на несколько порядков туннельный кондактанс соответствующего "чистого" (без примесей в I-слое) контакта [2]. Краткий обзор приложений теории КРПТ к физике грязных туннельных контактов приведен в [3].

В [3] показано, что при $\delta = |\varepsilon_0 - \varepsilon_{\mathrm{F}}| = 0$ низкотемпературный вклад случайных квантовых закороток в туннельный кондактанс грязного N-I-N контакта приводит к монотонно убывающей зависимости $G(T)$, качественно отличающейся от слабо возрастающей в области низких температур зависимости $G_0(T)$ в чистом контакте.

Ниже показано, что на оси параметра δ существует ряд точек последовательных бифуркаций низкотемпературной зависимости $G(T)$: $\delta_{c1} < \delta_{c2} < \delta_{c3} < \ldots$, при формальном переходе параметра δ через каждую из которых (в направлении увеличения δ) число максимумов на кривой $G(T)$ возрастает на единицу – происходит рождение нового максимума, вследствие чего зависимость $G(T)$ качественно изменяется при каждом таком переходе.

Рассматриваемая модель туннельного контакта в виде сэндвича N-I-N представляет собой два одинаковых нормальных металла, разделенных плоским тонким слоем изолятора толщиной L и площадью S с вкрапленными в него одинаковыми притягивающими электроны немагнитными примесями. Регулярный (не возмущенный примесями) барьерный потенциал I-слоя $U_0 = \mathrm{const} > \varepsilon_{\mathrm{F}}$, электроны в барьере предполагаются невзаимодействующими между собой, а их подбарьерное рассеяние на примесях – упругим. Энергия одноприместного электронного уровня равна ε_0, радиус локализации электронного состояния на нем $\alpha^{-1} = \left[2m_e(U_0 - \varepsilon_0)/\hbar^2\right]^{-1/2}$. По

[1)] e-mail: wkirpich@rambler.ru

объему $V_i = LS$ неупорядоченного I-слоя распределены $N_i \gg 1$ примесей макроскопически однородно с плотностью $n = N_i/V_i$ ($c = n\alpha^{-3} \ll 1$ – безразмерная концентрация примесей). Для электронов проводимости в N-берегах предполагается трехмерный изотропный квадратичный закон дисперсии $\varepsilon(\mathbf{k}) = (\hbar^2/2m_e)\mathbf{k}^2$.

Рассматривается область низких температур: $kT \ll \varepsilon_\mathrm{F}$, $U_0 - \varepsilon_\mathrm{F}$ – таких, что вероятность термоактивационного надбарьерного "переброса" электронов много меньше вероятности их подбарьерного упругого туннелирования через неупорядоченный I-слой. В этих условиях туннельный ток через уединенную m-примесную квантовую закоротку в I-слое представим в виде [3]:

$$i_m^\mathrm{res}(V,T,u) = \frac{e}{\pi\hbar}\int\limits_0^{U_0}\left[n_\mathrm{F}(\varepsilon,T) - n_\mathrm{F}(\varepsilon+eV,T)\right]d_m^\mathrm{res}(\varepsilon,u)d\varepsilon, \quad (1)$$

где

$$n_\mathrm{F}(\varepsilon,T) = \left[\exp\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_\mathrm{F}}{kT}\right)+1\right]^{-1} \quad (2)$$

– фермиевская функция распределения электронов в N-берегах,

$$d_m^\mathrm{res}(\varepsilon,u) = \iint D_m^\mathrm{res}(\varepsilon,\mathbf{q},\boldsymbol{\rho},u)d^2\rho\frac{d^2q}{(2\pi)^2}, \quad (3)$$

$$D_m^\mathrm{res}(\varepsilon,\mathbf{q},\boldsymbol{\rho},u) = \sigma(\varepsilon,\mathbf{q})\exp\left[-\frac{u\mathbf{q}^2}{2\alpha^2} - \frac{2\alpha^2|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_m|^2}{u} - \frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)^2}{\gamma_m^2}\right] \quad (4)$$

– найденный в [2] коэффициент прохождения квантовой закоротки для электронов с энергией ε, имеющих на "входе" в I-слой фиксированную поперечную (параллельную плоскости слоя) компоненту импульса $\hbar\mathbf{q}$, а на "выходе" – фиксированную поперечную (в плоскости слоя) координату $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\rho}_m$ – поперечная координата m-ой (последней) примеси в цепочке, интегрирование по $\mathbf{q}$ осуществляется по всем $0 \leqslant \mathbf{q}^2 \leqslant 2m_e\varepsilon/\hbar^2$, по $\boldsymbol{\rho}$ – в пределах площади барьера S, $V \ll \gamma_m/e$ – напряжение на контакте, $u = \alpha L_c/m$ – "шаг" эквидистантной цепочки – безразмерное расстояние между соседними примесями в слабоизвилистой квантовой закоротке длиной $L_c \geqslant L$,

$$\sigma(\varepsilon,\mathbf{q}) = \frac{(U_0-\varepsilon)\varepsilon}{\pi^4U_0^2}\sqrt{1-\frac{\hbar^2\mathbf{q}^2}{2m_e\varepsilon}}, \quad (5)$$

$$\gamma_m = \gamma_m(u) = 4(U_0-\varepsilon_0)u^{-1}e^{-u} \quad (6)$$

– энергетическая ширина туннельного резонанса, ассоциированного с квантовой закороткой.

Благодаря присутствию в (4) резко спадающих экспонент, интегралы по $\boldsymbol{\rho}$ и $\mathbf{q}$ в (3) легко вычисляются, и при $eV \ll \gamma_m$ вольтамперная характеристика (1) принимает вид:

$$i_m^\mathrm{res}(V,T,u) = g_m^\mathrm{res}(T,u)V, \quad (7)$$

где

$$g_m^\mathrm{res}(T,u) = \frac{e^2}{4\pi\hbar}\sigma(\varepsilon_0,0)f_m^\mathrm{res}(T,u) \quad (8)$$

– кондактанс уединенной m-примесной квантовой закоротки с шагом u,

$$f_m^\mathrm{res}(T,u) = \int\limits_0^{U_0}\eta(\varepsilon,T)\exp\left[-\frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)^2}{\gamma_m^2(u)}\right]d\varepsilon, \quad (9)$$

$$\eta(\varepsilon,T) = -\frac{\partial n_\mathrm{F}(\varepsilon,T)}{\partial\varepsilon}. \quad (10)$$

Функция $\eta(\varepsilon,T)$ в области низких температур ($kT \ll \varepsilon_\mathrm{F}$, $U_0-\varepsilon_\mathrm{F}$) имеет узкий максимум при $\varepsilon = \varepsilon_\mathrm{F}$. Поэтому, представляя ее в виде

$$\eta(\varepsilon,T) = \exp\left[\ln\eta(\varepsilon,T)\right], \quad (11)$$

и раскладывая $\ln\eta(\varepsilon,T)$ по степеням $(\varepsilon-\varepsilon_\mathrm{F})$ с учетом квадратичных членов, имеем

$$\eta(\varepsilon,T) = \eta(\varepsilon_\mathrm{F},T)\exp\left[\frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2\ln\eta}{\partial\varepsilon^2}\right|_{\varepsilon=\varepsilon_\mathrm{F}}(\varepsilon-\varepsilon_\mathrm{F})^2\right]. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (9) и вычисляя получившийся гауссов интеграл, получаем:

$$f_m^\mathrm{res}(\tau,u) = \frac{\gamma_m}{\sqrt{\tau^2+\gamma_m^2}}\exp\left[-\frac{\delta^2}{\tau^2+\gamma_m^2}\right], \quad (13)$$

где

$$\tau = 2kT,\ \delta = |\varepsilon_0-\varepsilon_\mathrm{F}|,\ \gamma_m = \gamma_m(u).$$

Из уравнения

$$\left.\frac{\partial f_m^\mathrm{res}}{\partial\tau}\right|_{\tau=\tau_m} = 0 \quad (14)$$

находим "температуру" τ_m, соответствующую максимуму температурной зависимости кондактанса квантовой закоротки (8):

$$\tau_m(u) = \sqrt{2\delta^2-\gamma_m^2(u)}. \quad (15)$$

Как следует из (15), имеющее физический смысл решение $\tau_m(u) \geqslant 0$ существует лишь при выполнении условия

$$\delta \geqslant \delta_{cm}(u) = 2^{-\frac{1}{2}}\gamma_m(u). \quad (16)$$

Таким образом, при $0 \leqslant \delta \leqslant \delta_{cm}(u)$ температурная зависимость кондактанса квантовой закоротки (8) является монотонно убывающей, а при $\delta > \delta_{cm}(u)$ качественно изменяется – становится немонотонной, проходя через максимум при температуре $\tau = \tau_m(u) > 0$. Следовательно, на оси параметра δ точка $\delta = \delta_{cm}(u)$ является точкой бифуркации рождения максимума на температурной зависимости кондактанса m-примесной квантовой закоротки с шагом u.

На рис. 1 приведены графики зависимости безразмерного кондактанса квантовой закоротки $f_m^{\mathrm{res}}(x)$

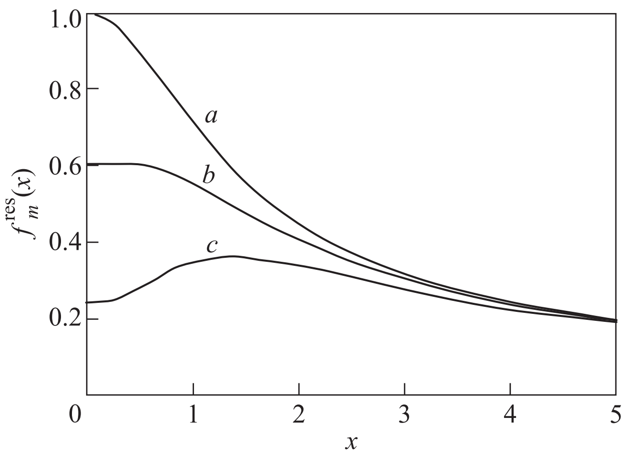

Рис. 1. Зависимость безразмерного кондактанса квантовой закоротки $f_m^{\mathrm{res}}(x)$ от безразмерной температуры x для следующих значений безразмерного параметра Δ: $\Delta = 0$ – кривая a, $\Delta = \Delta_c = 0.7$ – кривая b, $\Delta = 1.2$ – кривая c

(13) от безразмерной температуры $x = \tau\gamma_m^{-1}(u)$ для трех значений безразмерного параметра $\Delta = \delta\gamma_m^{-1}(u)$, иллюстрирующие эффект рождения максимума на зависимости $f_m^{\mathrm{res}}(x)$ при переходе параметра Δ (в сторону его увеличения) через точку бифуркации $\Delta = \Delta_{cm} = 2^{-\frac{1}{2}}$.

Отметим, что в терминах x и Δ зависимость $f_m^{\mathrm{res}}(x)$ является универсальной – одинаковой для всех квантовых закороток с различными значениями m и u.

Суммируя (8), по всем уединенным – “параллельно включенным” случайным m-примесным квантовым закороткам в неупорядоченном I-слое, получаем для усредненного по случайным конфигурациям примесей туннельного кондактанса грязного N-I-N контакта:

$$G(T) = G_0(T) + \sum_m G_m(T), \tag{17}$$

где

$$G_0(T) = G_0(0)\left[1 + (\alpha_{\mathrm{F}}L)^2\left(\frac{kT}{U_0 - \varepsilon_{\mathrm{F}}}\right)^2\right] \tag{18}$$

– туннельный кондактанс чистого контакта, слабо возрастающий с ростом T в области низких температур ($kT \ll U_0 - \varepsilon_{\mathrm{F}}, \varepsilon_{\mathrm{F}}$),

$$G_0(0) = S\alpha_{\mathrm{F}}^2\frac{e^2}{\pi\hbar}\frac{4\,(U_0 - \varepsilon_{\mathrm{F}})\,\varepsilon_{\mathrm{F}}}{\pi U_0^2\alpha_{\mathrm{F}}L}e^{-2\alpha_{\mathrm{F}}L} \tag{19}$$

– туннельный кондактанс чистого контакта при $T = 0$,

$$\alpha_{\mathrm{F}} = \left[\frac{2m_e(U_0 - \varepsilon_{\mathrm{F}})}{\hbar^2}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{20}$$

$$G_m(T) = S\int\limits_{u_{\min}}^{u_{\max}} p_m(u)g_m^{\mathrm{res}}(T,u)du \tag{21}$$

– усредненный по случайным примесным конфигурациям вклад m-примесных ($m = 1, 2, 3, \ldots$) квантовых закороток в туннельный кондактанс грязного контакта, где [1, 2]:

$$p_m(u) = \alpha^2 c^m e^{-cm\pi u^3}\left[u^2\theta^2(m,u)\right]^{m-1} \tag{22}$$

– вероятность (на единицу площади контакта) образования уединенной m-примесной квантовой закоротки с шагом u, $\theta\,(m,u) \ll 1$ – угол, характеризующий извилистость квантовой закоротки, $u_{\min} = \alpha L/m$, а поскольку главный вклад в интеграл (21) накапливается вблизи его нижнего предела, то формально можно положить $u_{\max} = \infty$.

Входящие в интеграл (21) функции $p_m(u)$ и $g_m^{\mathrm{res}}(T,u)$, как функции аргумента u, “локализованы” вблизи нижнего предела $u = u_{\min}$, экспоненциально быстро убывая при удалении от него. Это означает, что при каждом фиксированном значении m главный вклад в усредненный туннельный кондактанс $G_m(T)$ дают наиболее вероятные – слабоизвилистые квантовые закоротки, “близкие” к кратчайшей с шагом $u_{\min} = \alpha L/m$ и, соответственно, наибольшей (при данном m) энергетической шириной $\gamma_m(u_{\min})$, как это имеет место и при $T = 0$ [1, 2]. Учитывая это обстоятельство, представим с высокой точностью формулу (21) в виде, аналогичном (8):

$$G_m(T) = \frac{e^2}{4\pi\hbar}\Sigma(\varepsilon_0, 0)\cdot f_m^{\mathrm{res}}(T, u_{\min}), \tag{23}$$

где

$$\Sigma(\varepsilon_0, 0) = \sigma(\varepsilon_0, 0)S\int\limits_{u_{\min}}^{u_{\max}} p_m(u)du,\ u_{\min} = \alpha L/m. \tag{24}$$

Исследование бифуркаций температурной зависимости $G_m(T)$ (23) проводится аналогично (13)–(16), где в соответствующих формулах нужно положить $u = u_{\min} = \alpha L/m$. Таким образом, для температуры τ_m и бифуркационного значения параметра δ_{cm} зависимости $G_m(T)$ имеем:

$$\tau_m = \sqrt{2\delta^2 - \gamma_m^2}, \quad \delta_{cm} = 2^{-\frac{1}{2}}\gamma_m, \tag{25}$$

где $\gamma_m = \gamma_m(u = \alpha L/m)$.

Каждый из вкладов $G_m(T)$ (21) испытывает одну бифуркацию рождения максимума при значении параметра $\delta = \delta_{cm}$ (25), а наблюдаемый в эксперименте туннельный кондактанс всего контакта $G(T)$ (17), следовательно, испытывает совокупность этих последовательных бифуркаций при значениях $\delta_{c1} < \delta_{c2} < \delta_{c3} < \ldots$. Таким образом, при $0 \leqslant \delta \leqslant \delta_{c1}$ – зависимость $G(T)$ монотонно убывает, при $\delta_{c1} < \delta \leqslant \delta_{c2}$ она имеет один максимум, при $\delta_{c2} < \delta \leqslant \delta_{c3}$ – два максимума и т.д. (рис. 2).

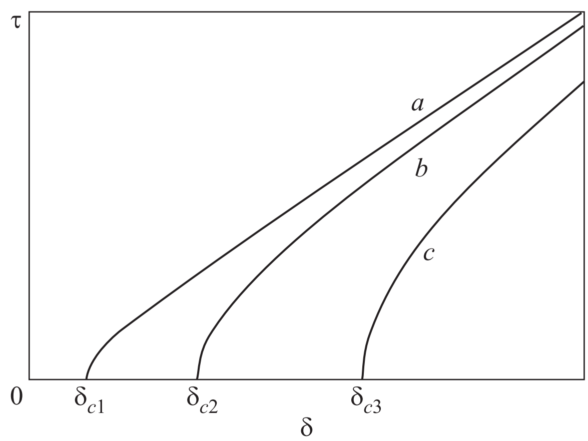

Рис. 2. Качественный вид “траекторий” $\tau_m(\delta)$ (25) первых трех ($m = 1, 2, 3$) бифуркационных максимумов зависимости $G(T)$: $\tau_1(\delta)$ – кривая a, $\tau_2(\delta)$ – кривая b, $\tau_3(\delta)$ – кривая c

В связи с описанным выше “сценарием” возникает естественный вопрос – возможно ли экспериментальное наблюдение низкотемпературных максимумов туннельного кондактанса грязного контакта $G(T)$ на фоне туннельного кондактанса чистого контакта $G_0(T)$?

Численные оценки, проведенные для характерных значений $\alpha_{\mathrm{F}} L = 10$, $U_0 = 10$ эВ, $\varepsilon_{\mathrm{F}} = 5$ эВ, дают для первых трех точек бифуркации: $\delta_{c1} \sim 10^{-4}$ эВ, $\delta_{c2} \sim 10^{-2}$ эВ, $\delta_{c3} \sim 10^{-1}$ эВ. В области низких температур $0 \leqslant T \leqslant 10^2$ K, в интервале $\delta_{c1} < \delta < \delta_{c2}$ первый бифуркационный максимум $G(T)$, обусловленный вкладом одноприместных квантовых закороток $G_1(T)$, существенно превышает $G_0(T)$ в интервале концентраций примеси $10^{-6} \ll c \ll 10^{-2}$, например, при $c \sim 10^{-3}$ и $\delta \sim 10^{-3}$ эВ – на порядок. Мезоскопические флуктуации вклада $G_1(T)$ подавляются при площади контакта [2]:

$$S \gg \alpha^{-2} c^{-1} \exp(c\pi\alpha^3 L^3) \tag{26}$$

так, что этот максимум может быть экспериментально обнаружен. Второй бифуркационный максимум, обусловленный вкладом двуприместных квантовых закороток $G_2(T)$, оказывается меньше или порядка $G_0(T)$ и, по-видимому, его экспериментальное наблюдение затруднительно.

Однако, с увеличением толщины I-слоя контакта, например, до значения $\alpha_{\mathrm{F}} L = 20$ бифуркационный спектр δ_{cm} ($m = 1, 2, 3, \ldots$) (25) сдвигается к точке $\delta = 0$ и сгущается, туннельный кондактанс чистого контакта $G_0(T)$ (18), (19) экспоненциально уменьшается, поэтому относительные вклады $G_m(T)$ квантовых закороток в туннельный кондактанс грязного контакта $G(T)$ увеличиваются. Как показывают оценки, при такой толщине I-слоя экспериментально наблюдаемыми в области низких температур становятся уже первые три бифуркационных максимума $G(T)$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект # 16-32-00135).

1. И. М. Лифшиц, В. Я. Кирпиченков, ЖЭТФ **77**, 989 (1979).
2. В. Я. Кирпиченков, ЖЭТФ **116**, 1048 (1999).
3. В. Я. Кирпиченков, Н. В. Кирпиченкова, О. И. Лозин, А. А. Постников, Письма в ЖЭТФ **104**, 530 (2016).