Письма в ЖЭТФ, том 105, вып. 11, с. 707 – 720 © 2017 г. 10 июня

Рождение тяжелых кваркониев в адронных экспериментах

А. К. Лиходед[1)], *А. В. Лучинский*[1)], *С. В. Пославский*[1)]

Институт физики высоких энергий им. А.А.Логунова Национально-исследовательского центра "Курчатовский институт", 142281 Протвино, Россия

Поступила в редакцию 18 апреля 2017 г.

После переработки 10 мая 2017 г.

В статье рассмотрены процессы одиночного и парного рождения тяжелых кваркониев в условиях ускорителя LHC в рамках формализма нерелятивистской квантовой хромодинамики. На основе анализа доступных экспериментальных данных были поставлены ограничения на матричные элементы синглетных и октетных по цвету состояний. Как показывает наше исследование, основной вклад в сечения указанных процессов дает механизм цветового синглета со значениями синглетных матричных элементов, превышающими феноменологические данные, полученные исходя из решения потенциальных моделей или экспериментальных ширин распадов соответствующих мезонов. Показано также, что для описания отношения сечений рождения тензорного и аксиального чармониев необходимо учитывать вклад октетных по цвету состояний. На основе этих результатов мы проанализировали одиночное рождение боттомониев, парное рождение тяжелых кваркониев и рождение векторного чармония в струях. Полученные теоретические предсказания хорошо согласуются с экспериментальными данными.

DOI: 10.7868/S0370274X17110108

1. Введение. Тяжелые кварконии, т.е. мезоны, которые в валентном приближении состоят из кварк-антикварковой пары с массой кварка m_Q, значительно превышающей характерный масштаб сильного взаимодействия $\Lambda_{\rm QCD}$, всегда представляли большой интерес как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения. Благодаря наличию двух существенно различающихся энергетических масштабов, процессы рождения этих частиц проходят в два этапа: рождение кварк-антикварковой пары и ее адронизация в экспериментально наблюдаемый мезон. Поскольку константа сильного взаимодействия $\alpha_s(m_Q)$ в этих процессах мала, на первом этапе можно использовать теорию возмущений КХД. Адронизация кварк-антикварковой пары, с другой стороны, является процессом существенно непертурбативным и для ее описания необходимо использовать другие подходы, такие как решение потенциальных моделей, правила сумм КХД или анализ доступных экспериментальных данных. Таким образом, изучение процессов рождения тяжелых кваркониев позволяет исследовать физику сильного взаимодействия как в рамках применимости теории возмущений, так и в непертурбативном режиме.

Исторически первым подходом к этой задаче была модель цветового синглета (CSM) [1, 2], когда кварк-антиварковая пара в мезоне находится в синглетном по цвету состоянии с квантовыми числами, совпадающими с квантовыми числами самого мезона. Позднее появилась модель нерелятивистской квантовой хромодинамики (NRQCD) [3], согласно которой в фоковский столбец тяжелого кварткония входят и октетные по цвету состояния, а общая цветовая нейтральность обеспечивается наличием дополнительных глюонов. В рамках этой модели число независимых параметров существенно увеличивается, но поскольку наличие глюонов приводит к подавлению сечения рождения соответствующего состояния малой относительной скоростью кварков в мезоне, можно ограничиться только первыми несколькими членами фоковского разложения и определять неизвестные вероятности адронизации, например, на основе анализа экспериментальных данных.

Для проведения этой процедуры необходимо, в частности, определиться с теоретическими предсказаниями сечений рождения кваркониев в жестких взаимодействиях. В ведущем порядке теории возмущений одиночное рождение происходит в реакции $gg \to \mathcal{Q}$, но такой подход имеет ряд существенных недостатков. Прежде всего, в этом процессе сохранением зарядовой четности запрещено рождение синглетного по цвету векторного кваркония. Кроме того, в коллинеарном приближении, когда импульсы глюонов совпадают по направлению с импульсами начальных адронов, эта модель не позволяет опи-

[1)]e-mail: Anatolii.Likhoded@ihep.ru, alexey.luchinsky@gmail.com, stvlpos@mail.ru

сать распределения по поперечному импульсу конечного мезона. Оба результата существенно противоречат экспериментальным данным, но эти проблемы можно решить, если перейти к рассмотрению эффектов высшего порядка и учесть возможность рождения дополнительных глюонов в конечном состоянии.

В нашей статье мы попробуем учесть оба упомянутых обстоятельства и рассмотреть рождение тяжелых кваркониев с учетом октетных по цвету состояний, используя следующий порядок теории возмущений. В следующем разделе мы приводим краткое описание используемой в дальнейшем теоретической модели. Раздел 3 посвящен анализу одиночного рождения тяжелых кваркониев и определению из сравнения с экспериментом необходимых непертурбативных параметров модели. Используя полученные результаты, в разделе 4 рассматривается парное рождение тяжелых кваркониев на ускорителе LHC. Краткие итоги нашей работы подводятся в заключительном разделе статьи.

2. Теоретический формализм. В рамках применимости теоремы о факторизации сечение адронной реакции при высоких энергиях равняется

$$d\sigma_{pp} = \sum_{i,j} \int_0^1 dx_1 dx_2 f_i(x_1) f_j(x_2) d\hat{\sigma}_{ij}, \qquad (1)$$

где суммирование ведется по партонам i, j, $x_{1,2}$ – доли продольных импульсов партонов в начальных адронах, $f_{i,j}(x_{1,2})$ – партонные функции распределения, а $d\hat{\sigma}_{ij}$ – сечение рождения конечного состояния в жесткой реакции. Поскольку в области больших энергий характерные значения $x_{1,2}$ малы, то основной вклад в выражение (1) дает глюон-глюонное взаимодействие, и задача сводится к вычислению партонных сечений рождения тяжелых кваркониев в глюонных реакциях. Для партонных функций распределения можно найти несколько параметризаций, например, CTEQ61 [4], CT10 [5] или CT14 [6]. Именно эти распределения мы и будем использовать в нашей работе. Заметим,также, что партонные функции зависят от масштаба μ. Для того, чтобы оценить неопределенность, связанную с выбором масштаба, мы будем использовать три варианта: поперечную массу конечного кваркония $\mu^2 = m_T^2 = M^2 + p_T^2$, $\mu^2 = m_T^2/2$ и $\mu^2 = 2m_T^2$.

В нашей работе для вычисления этих сечений мы будем использовать формализм нерелятивистской квантовой хромодинамики (NRQCD) [3]. Согласно этой модели состояние тяжелого кваркония $|\mathcal{Q}\rangle$ можно записать в виде

$$|\mathcal{Q}\rangle = \sum_n |Q\bar{Q}[n]\rangle, \qquad (2)$$

где суммирование ведется по различным квантовым числам кварк-антикварковой пары ($Q\bar{Q}$). Следует подчеркнуть, что помимо синглетного по цвету состояния в разложение (2) входят также октетные компоненты. Общая цветовая нейтральность в этом случае обеспечивается наличием дополнительных глюонов, что, согласно правилам отбора NRQCD, приводит к подавлению вклада соответствующей компоненты малым параметром порядка относительной скорости кварков в мезоне ($v \sim 0.3$ для чармониев $c\bar{c}$ и $v \sim 0.2$ в случае боттомониев $b\bar{b}$). Это позволяет рассматривать выражение (2) как разложение в ряд по малому параметру v и ограничиться при практических вычислениях только несколькими первыми членами. Например, для P-волновых состояний χ_{QJ} квантовые числа синглетной компоненты, очевидно, равняются ${}^3P_J^{[1]}$, а в случае октета оказывается достаточным учесть вклады состояний ${}^3S_1^{[8]}, {}^1P_1^{[8]}, {}^3P_{J'}^{[8]}$. В случае S-волнового мезона η_Q мы будем рассматривать вклады состояний ${}^1S_0^{[1]}$, ${}^3S_1^{[8]}$, ${}^1P_1^{[8]}$. В этих выражениях для обозначения квантовых чисел мы используем обычную спектрографическую нотацию ${}^{2S+1}L_J^{[c]}$, где $L = S, P$ – угловой момент кварк-антикварковой пары, S – ее спин, $c = 1, 8$ – цветовой заряд, а J – полный спин мезона.

В соответствии с разложением (2), сечение жесткой реакции можно представить как сумму сечений рождения отдельных состояний:

$$d\hat{\sigma}_{\mathcal{Q}} = \sum_n \langle \mathcal{O}[n] \rangle d\hat{\sigma}(Q\bar{Q}[n]), \qquad (3)$$

где $d\sigma(Q\bar{Q}[n])$ – сечение рождения кварк-антикварковой пары в состоянии n, которые можно посчитать в рамках теории возмущений с помощью метода, описанного в работе [7]. Что касается матричных элементов $\langle \mathcal{O}[n] \rangle$, описывающих вероятность адронизации, то эти величины, очевидно, являются существенно непертурбативными. В случае синглетных по цвету состояний их значения можно определить из решений потенциальных моделей. Помимо этого можно использовать экспериментальные значения ширин распадов соответствующих мезонов, например, $J/\psi \to \mu\mu$ или $\chi_{c0,2} \to \gamma\gamma$. В случае октетных матричных элементов таких источников информации у нас нет, и мы можем определить их только из анализа экспериментальных данных по рождению тяжелых кваркониев.

3. Одиночное рождение тяжелых кваркониев.

3.1. $pp \to \eta_c + X$

Рассмотрим инклюзивное рождение η_c-мезона в условиях ускорителя LHC. В ведущем порядке теории возмущений эта частица может родиться в партонной реакции $gg \to \eta_c$, но такое приближение имеет ряд недостатков. Например, в описанной в предыдущем разделе коллинеарной модели, импульсы глюонов направлены по импульсам начальных адронов, а потому поперечный импульс рожденного η_c должен быть равен нулю, что противоречит экспериментальным данным. Одним из способов выйти из этого затруднения мог быть переход к так называемому методу k_T-факторизации [8], когда в выражении (1) явно вводится зависимость структурных функций партонов от поперечного импульса. Такой подход, однако, затруднен тем, что зависящие от k_T функции распределения партонов известны довольно плохо.

Альтернативным подходом является переход к поправкам высшего порядка по константе сильного взаимодействия за счет излучения дополнительного глюона в конечном состоянии и рассмотрения партонной реакции

$$gg \to \eta_c g. \tag{4}$$

Ясно, что наличие дополнительного глюона позволяет решить упомянутую выше проблему и описать распределение конечного чармония по поперечному импульсу. Ясно также, что в области больших p_T, где константа сильного взаимодействия мала, более выгодно излучить один жесткий глюон, чем несколько более мягких, а потому представляется оправданным ограничиться только реакцией (4). Далее это приближение мы будем обозначать NLO*.

Согласно описанной в предыдущем разделе модели, сечение указанной реакции равняется

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{\sigma}(gg \to \eta_Q g)}{dp_T} &= |R_{cc}(0)|^2 \frac{d\hat{\sigma}(gg \to c\bar{c}[^1S_0^{[1]}]g)}{dp_T} + \\ &+ \langle \mathcal{O}_S^{\eta_c} \rangle \frac{d\hat{\sigma}(gg \to c\bar{c}[^3S_1^{[8]}]g)}{dp_T} + \\ &+ \langle \mathcal{O}_P^{\eta_c} \rangle \frac{d\hat{\sigma}(gg \to c\bar{c}[^1P_1^{[8]}]g)}{dp_T},\end{aligned} \tag{5}$$

где $|R_{cc}(0)|$ – значение волновой функции S-волнового чармония в начале координат, а $\langle \mathcal{O}_{S,P}^{\eta_c} \rangle$ – октетные матричные элементы, определенные согласно

$$\langle \mathcal{O}_S^{\eta_c} \rangle = \langle R_{\eta_c}[^3S_1^{8)}] \rangle = \frac{\pi}{6} \langle 0 | \mathcal{O}_8^{\eta_c}[^3S_1] | 0 \rangle, \tag{6}$$

$$\langle \mathcal{O}_P^{\eta_c} \rangle = \langle R_{\eta_c}[^1P_1^{(8)}] \rangle = \frac{\pi}{18} \langle 0 | \mathcal{O}_8^{\eta_c}[^1P_1] | 0 \rangle. \tag{7}$$

Входящие в (5) жесткие партонные сечения можно вычислить с помощью описанной в предыдущем разделе процедуры на основании показанных на рис. 1 диаграмм Фейнмана. Аналитические выражения для

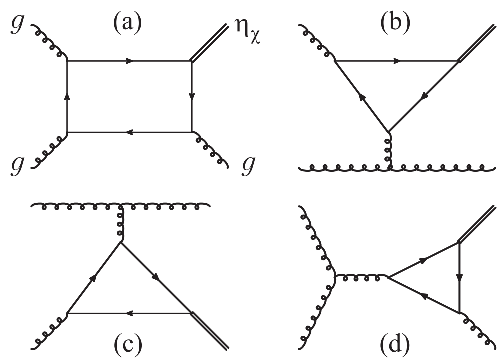

Рис. 1. Типичные диаграммы Фейнмана для процесса $gg \to \eta_c g$

этих сечений можно найти, например, в работе [9].

Для сравнения теоретических предсказаний с доступными экспериментальными данными [10] необходимо определиться с численными значениями матричных элементов NRQCD. Синглетный матричный элемент, как уже говорилось выше, связан с шириной лептонного распада J/ψ-мезона

$$|R_{\eta_c}(0)|^2 = \left|R_{J/\psi}(0)\right|^2 = \frac{M_\psi^2 \Gamma(J/\psi \to ee)}{4\alpha^2 e_c^2} \approx 0.58\,\text{ГэВ}^3. \tag{8}$$

Что касается октетных матричных элементов, то, как показывает наш анализ [11], в котором использовалась параметризация CTEQ6L [4] партонных функций распределения, для описания экспериментальных данных [10] достаточно учесть только вклад S-волнового цветового октета с матричным элементом

$$1.5 \cdot 10^{-3}\,\text{ГэВ}^3 < \langle \mathcal{O}_S^{\eta_c} \rangle < 5.3 \cdot 10^{-3}\,\text{ГэВ}^3, \tag{9}$$

что соответствует

$$2.9 \cdot 10^{-3}\,\text{ГэВ}^3 < \langle O_8^{\eta_c}[^3S_1] \rangle < 1.0 \cdot 10^{-2}\,\text{ГэВ}^3. \tag{10}$$

Вклад P-волнового октета оказывается сильно подавленным. Используя эти значения параметров легко вычислить сечение инклюзивного рождения η_c-

мезона в условиях детектора LHCb с кинематическими обрезаниями $p_T > 6.5$ ГэВ на поперечный импульс конечного чармония:

$$\sigma^{\rm th}_{\rm LHCb}[pp \to \eta_c(1S) + X] = 0.58\,\text{мкбн}, \qquad (11)$$

при этом вклады цветового синглета и S-волнового цветового октета составляют 70 % и 30 % соответственно. Предсказание (11) хорошо согласуется с экспериментальным значением [10]:

$$\sigma^{\rm exp}_{\rm LHCb}[pp \to \eta_c(1S)+X] = 0.52\pm0.11\pm0.09\pm0.08\,\text{мкбн}. \qquad (12)$$

На рис. 2 показано распределение по поперечному импульсу конечного чармония в сравнении с экспериментом.

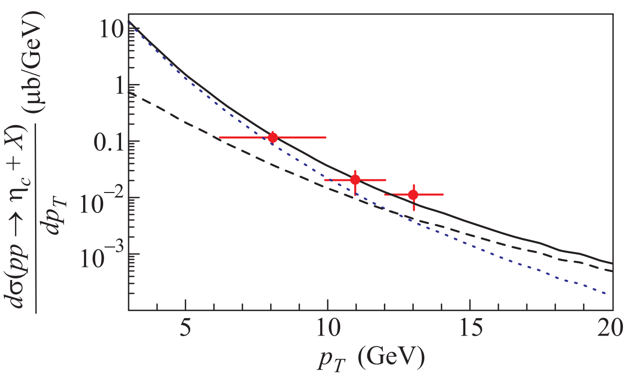

Рис. 2. (Цветной онлайн) Распределение по поперечному импульсу η_c мезона в условиях детектора LHCb в сравнении с экспериментальными данными [10]. Сплошная, точеная и пунктирная линии соответствуют полному сечению, вкладу цветового синглета и S-волнового цветового октета

Видно, что теоретические предсказания с этими данными прекрасно согласуются. В табл. 1 приведены также теоретические предсказания сечений рассматриваемого процесса в условиях различных детекторов ускорителя LHC.

Таблица 1. Теоретические предсказания сечений инклюзивного рождения η_c-мезонов в условиях различных детекторов LHC

Детектор	LHCb	CMS	ATLAS
σ, мкбн	0.58	0.85	0.63

Стоит также отметить, что приведенные в (8), (9) значения параметров сильно скоррелированы и, например, увеличивая синглетный матричный элемент до $|R_{\eta_c}(0)|^2 \approx 0.8\,\text{ГэВ}^3$, можно обойтись без учета октетных вкладов.

3.2. $pp \to \chi_{cJ} + X$

Рассмотрим теперь инклюзивное рождение P-волновых состояний чармония $\chi_{c0,1,2}$ в адронных взаимодействиях. Как уже говорилось выше, в коллинеарном приближении нельзя получить распределение χ_c по поперечному импульсу и мы с необходимостью переходим к NLO*. Существует еще одно существенное обстоятельство. Согласно теореме Ландау–Янга рождение аксиального мезона на двух тождественных глюонах запрещено, что противоречит эксперименту. Подход NLO* решает эту проблему, поскольку один из глюонов является виртуальным. Далее мы будем учитывать вклады синглетных по цвету компонент ${}^3P_J^{[1]}$ и цветовых октетов ${}^3S_1^{[8]}$, ${}^1P_0^{[8]}$, ${}^3P_{J'}^{[8]}$, поэтому партонное сечение можно записать в виде, аналогичном (5). Численное значение синглетного матричного элемента $|R'_{cc}(0)|^2$ определяется из решения потенциальных моделей или экспериментальных значений ширин распадов $\chi_{c0,2}$-мезонов:

$$|R'_{cc}(0)|^2 = \frac{45M^4\Gamma(\chi_{c2}\to 2\gamma)}{1024\alpha^2} \approx 0.075\,\text{ГэВ}^5. \qquad (13)$$

Что касается октетных матричных элементов, то ограничения на них можно получить из анализа доступных экспериментальных данных [12–16].

Как показывают расчеты, вклады синглетных и октетных компонент оказываются сильно скоррелированы. Например, в табл. 2 приведено характерное поведение распределений различных сечений по поперечному импульсу в области больших и малых p_T, и из этой таблицы видно, что разделить вклады состояний ${}^3P_J^{[8]}$ и ${}^1P_1^{[8]}$ затруднительно. Поэтому далее мы будем говорить только об их линейной комбинации

$$\frac{d\sigma({}^1P_1^{[8]})}{dp_T}\left(\langle\mathcal{O}^{\chi_{c0}}[{}^1P_0^{[8]}]\rangle + k\langle\mathcal{O}^{\chi_{c0}}[{}^3P_0^{[8]}]\rangle\right), \qquad (14)$$

где

$$k = \sum_{J'}\left(\frac{d\sigma\left({}^3P_{J'}^{(8)}\right)}{dp_T}\Big/\frac{d\sigma\left({}^1P_1^{(8)}\right)}{dp_T}\right) \approx 6.8\pm0.2. \qquad (15)$$

В дальнейшем мы используем следующие обозначения для феноменологических параметров, значения которых будут определены из анализа экспериментальных данных:

$$|R'_{cc}(0)|^2,$$
$$\langle\mathcal{O}^{\chi_c}\rangle = \langle\mathcal{O}^{\chi_{c0}}[{}^3S_1^{[8]}]\rangle,$$
$$\langle\mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle = \langle\mathcal{O}^{\chi_{c0}}[{}^1P_0^{[8]}]\rangle + k\langle\mathcal{O}^{\chi_{c0}}[{}^3P_0^{[8]}]\rangle. \qquad (16)$$

Заметим, что в нашем рассмотрении синглетный матричный элемент $|R'_{cc}(0)|^2$ также считается свободным параметром и может не совпадать с феноменологическим значением (13).

Таблица 2. Поведение дифференциальных сечений различных компонент в области больших и малых поперечных импульсов конечного чармония

	${}^3P_1^{[1,8]}$	${}^3P_{0,2}^{[1]}$	${}^3P_1^{[8]}$	${}^1P_1^{[8]}$	${}^3P_{0,2}^{[8]}$	${}^3S_1^{[8]}$
$p_T \ll M$	$\sim p_T$	$\sim 1/p_T$	$\sim p_T$	$\sim 1/p_T$	$\sim 1/p_T$	$\sim p_T$
$p_T \gg M$	$\sim 1/p_T^5$	$\sim 1/p_T^5$	$\sim 1/p_T^5$	$\sim 1/p_T^5$	$\sim 1/p_T^5$	$\sim 1/p_T^3$

Для того чтобы разделить вклады синглетных и октетных компонент, удобно рассмотреть зависимость от поперечного импульса отношения сечений рождения χ_c-мезонов с различными значениями полного спина. Ясно, что в таком отношении сокращаются многие из экспериментальных неопределенностей. Из табл. 2 видно, что в области больших p_T доминирует вклад S-волнового октета и должны выполняться соотношения

$$\frac{d\sigma(\chi_{cJ_1})/dp_T}{d\sigma(\chi_{cJ_2})/dp_T} = \frac{2J_1+1}{2J_2+1}, \qquad (17)$$

и, например, $\sigma(\chi_{c2})/\sigma(\chi_{c1}) = 5/3$. Если, с другой стороны, вкладом этого октета можно пренебречь, то при $p_T \gg M$

$$\sigma(\chi_2)/\sigma(\chi_1) \approx \frac{1}{3} + \frac{\langle \mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle}{0.75\,|R'(0)|^2 + 0.64\,\langle \mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle}, \qquad (18)$$

$$\sigma(\chi_0)/\sigma(\chi_1) \approx \frac{1}{6} + \frac{\langle \mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle}{6\,|R'(0)|^2 + 5.11\,\langle \mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle}, \qquad (19)$$

$$\sigma(\chi_0)/\sigma(\chi_2) \approx \frac{1}{2} - \frac{\langle \mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle}{3.3\,|R'(0)|^2 + 0.56\,\langle \mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle}, \qquad (20)$$

где первый член соответствует модели чистого цветового синглета.

Из анализа доступных экспериментальных данных можно получить ограничения на все параметры модели. Далее в этом разделе мы будем использовать параметризацию CTEQ6L [4] партонных функций распределения и сначала рассмотрим представленные коллаборациями LHCb, CMS и ATLAS результаты. Ясно, что анализ отношений χ_{c2}/χ_{c1} позволит ограничить только безразмерные комбинации параметров модели, например, $M^2\langle \mathcal{O}_S^{\chi_c}\rangle/|R'_{cc}(0)|^2$, $\langle \mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle/|R'_{cc}(0)|^2$. На рис. 3 показаны разрешенные области изменения этих комбинаций для каждого из наборов экспериментальных данных по отдельности. Видно, что это области разделяются на две не пересекающиеся группы – [12–14] и [15, 16]. В табл. 3 приведены полученные ограничения на параметры модели для каждой из этих групп по отдельности и всех экспериментов вместе, причем указанные погрешности вызваны как произволом выбора масштаба μ^2, так и экспериментальными неопределенностями. Подводя предварительные итоги, можно сказать,

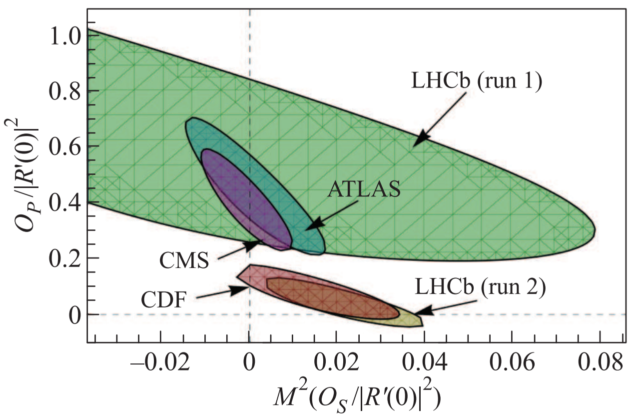

Рис. 3. (Цветной онлайн) Разрешенные области параметров

что синглетные по цвету компоненты доминируют в отношении χ_{c2}/χ_{c1}, а само это отношение является прекрасным инструментом для разделения вкладов различных механизмов.

Для того, чтобы определить все параметры модели, необходимо использовать не только отношения сечений рождения χ_{c2}- и χ_{c1}-мезонов, но и абсолютные сечения, например, представленные в работе [17]. На основе этих распределений мы получили ограничения на значения параметров, приведенные в табл. 4. Полученные с помощью этих значений теоретические предсказания распределений по p_T отношения $\sigma(\chi_{c2})/\sigma(\chi_{c1})$ и спектра J/ψ-мезона от радиационных распадов χ_c в сравнении с экспериментальными данными показаны на рис. 4 и 5 соответственно. Как видно из табл. 4 и рисунков, доминирующий вклад в сечения рождения χ_c мезонов дают синглетные по цвету состояния, вклад S-волнового цветового октета тоже заметен, а вот P-волновым цветовым октетом вполне можно пренебречь. Интересно также отметить, что приведенное в табл. 4 значение синглетного матричного элемента $|R'_{cc}(0)|^2$ примерно в три раз выше феноменологического результата (13). Напомним, что такой эффект также наблюдался и в случае рождения η_c-мезона – увеличивая синглетный матричный элемент мы можем практически полностью исключить влияние цветового октета.

3.3. Рождение боттомониев

На основании полученных результатов можно сделать предсказания для абсолютных и относи-

Таблица 3. Ограничения на параметры модели из отношения χ_{c2}/χ_{c1}

Эксперимент	$M^2\langle\mathcal{O}_S^{\chi_c}\rangle/\lvert R'_{cc}(0)\rvert^2, 10^{-2}$	$\langle\mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle/\lvert R'_{cc}(0)\rvert^2, 10^{-1}$	χ^2/DOF
[12–14]	0 ± 0.46	4.24 ± 0.70	1.31
[15, 16]	1.88 ± 1.13	0.48 ± 0.06	4.45
[12–16]	1.41 ± 0.6	1.23 ± 0.04	3.86

Таблица 4. Параметры модели

	[12–14] и [17]	[15, 16] и [17]	[12–17]
χ^2/DOF	1.24	2.64	3.14
$\lvert R'_{cc}(0)\rvert^2$ (ГэВ^5)	0.27 ± 0.03	0.38 ± 0.05	0.35 ± 0.05
$\langle\mathcal{O}_S^{\chi-c}\rangle$ (10^{-3} ГэВ^3)	$0. \pm 0.1$	0.66 ± 0.27	0.44 ± 0.16
$\langle\mathcal{O}_P^{\chi_c}\rangle$ (10^{-1} ГэВ^5)	1.14 ± 0.16	0.14 ± 0.15	0.41 ± 0.14

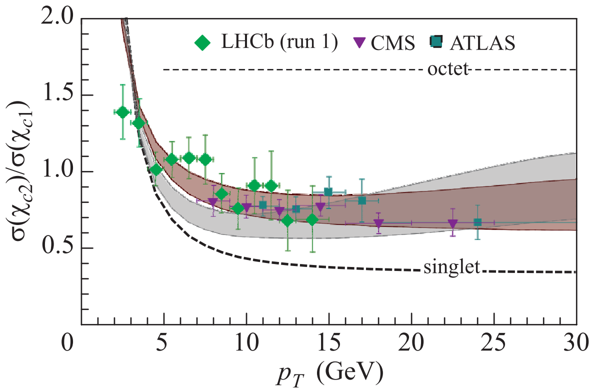

Рис. 4. (Цветной онлайн) Теоретические предсказания для отношения χ_{c2}/χ_{c1}

тельных сечений рождения боттомониев χ_{bJ}, η_b на LHC. Прежде всего, из соображений размерности понятно, что отношение сечений $d\sigma(\chi_{b2})/d\sigma(\chi_{b1})$ зависит только от двух безразмерных параметров $M^2_{\chi_b}\langle\mathcal{O}_S^{\chi_b}\rangle/\lvert R'_{bb}(0)\rvert^2$, $\langle\mathcal{O}_P^{\chi_b}\rangle/\lvert R'_{bb}(0)\rvert^2$, которые, согласно правилам отбора NRQCD, связаны с соответствующими параметрами чармониев соотношениями

$$M^2_{\chi_c}\frac{\langle\mathcal{O}_S^{\chi_c}\rangle}{\lvert R'_{cc}(0)\rvert^2} \approx M^2_{\chi_b}\frac{\langle\mathcal{O}_S^{\chi_c}\rangle}{\lvert R'_{bb}(0)\rvert^2}, \tag{21}$$

$$\frac{1}{v^2_{\chi_c}}\frac{\langle\mathcal{O}_P^{\chi_c}}{\lvert R'_{cc}(0)\rvert^2} \approx \frac{1}{v^2_{\chi_b}}\frac{\langle\mathcal{O}_P^{\chi_b}\rangle}{\lvert R'_{bb}(0)\rvert^2}. \tag{22}$$

Такая схема в дальнейшем будет обозначаться (M, v)-scaling. Как было показано в работе [18], если пренебречь зависимостью от v, отношение сечений рождения χ_b-мезонов может быть получено из отношения сечений рождения χ_c простым выражением

$$\frac{d\sigma_{b2}(zp_T)/dp_T}{d\sigma_{b1}(zp_T)/dp_T} \approx \frac{d\sigma_{c2}(p_T)/dp_T}{d\sigma_{c1}(p_T)/dp_T}, \text{ где } z = \frac{M_{\chi_b}}{M_{\chi_c}}. \tag{23}$$

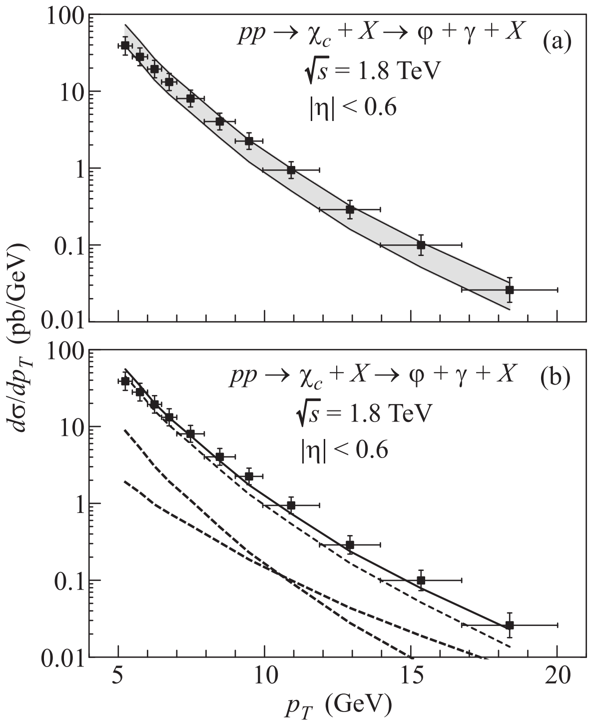

Рис. 5. Теоретические предсказания распределения по поперечному импульсу конечного чармония. (a) – Полное сечение в сравнении с экспериментальными данными [17]. (b) – Вклады различных компонент NRQCD: сплошной, пунктирной, штрих-пунктирной и точечной линиями показаны полное сечение и вклады цветового синглета, P-волнового и S-волнового цветового октета соответственно

Такая схема в дальнейшем обозначается M-scaling. Интересно отметить, что импульсные спектры J/ψ и Υ тоже удовлетворяет этому скейлингу (см. рис. 6 и работу [19]). Ясно, что соотношение (23) нарушается в NRQCD в силу (22), но если вклады P-волновых состояний октета подавлены, то им вполне можно пользоваться. На рис. 7, 8 показаны теоретические пред-

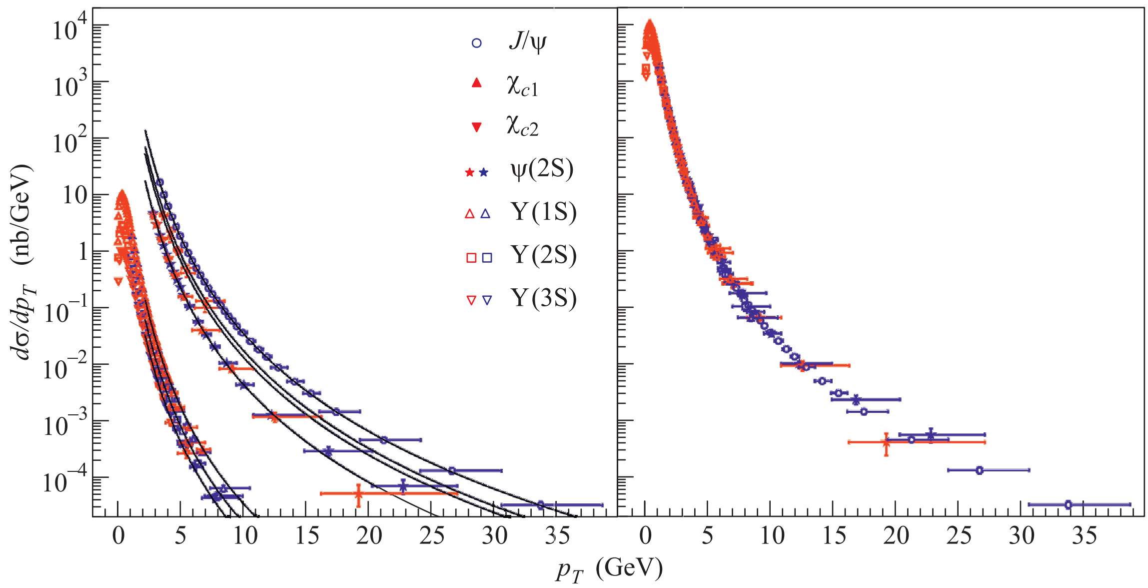

Рис. 6. (Цветной онлайн) Распределения сечений одиночного рождения тяжелых кваркониев [19]

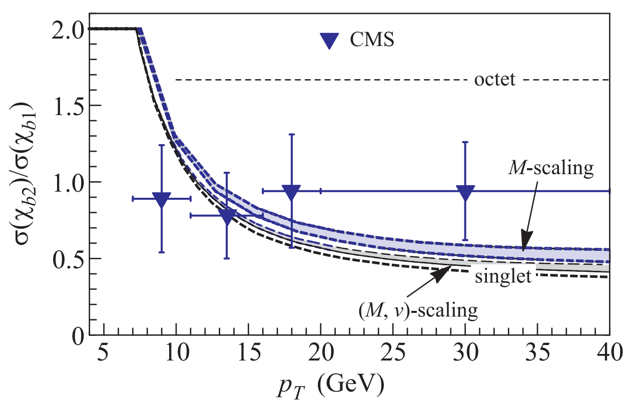

Рис. 7. (Цветной онлайн) Теоретические предсказания отношения сечений $\sigma(\chi_{b2})/\sigma(\chi_{b1})$ в сравнении с исключенными из фита экспериментальными данными [20]

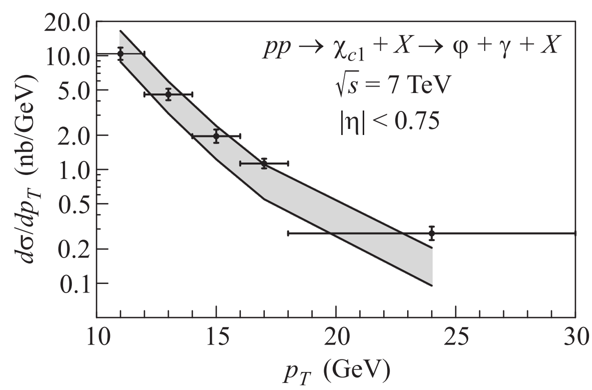

Рис. 8. Теоретические предсказания распределения по p_T сечения рождения χ_{b1}-мезона в сравнении с исключенными из фита экспериментальными данными [20]

сказания отношения $\sigma_{\chi_{b2}}/\sigma_{\chi_{b1}}$ и спектра χ_{b1}-мезона. Видно, что результаты, полученные на основе соотношения скейлинга (23), хорошо согласуются с экспериментальными данными [20, 14]. При этом значительной разницы между схемами (M, v) и M не наблюдается.

Аналогичным образом можно рассчитать сечение рождения η_b-мезона на ускорителе LHC. Соответствующая зависимость показана на рис. 9, из которого видно, что, как и в случае рождения η_c, основной вклад дает синглетное по цвету состояние.

4. Парное рождение кваркониев.

4.1. Двойное партонное взаимодействие

Рассмотрим теперь парное рождение тяжелых кваркониев на ускорителе LHC. В отличие от исследованных в предыдущем разделе реакций, помимо рождения конечных частиц в одиночном партонном взаимодействии (SPS) в этом случае возможно и так называемое двойное партонное взаимодействие (DPS), когда каждый из тяжелых кваркониев рождается в отдельной жесткой реакции и эти процессы практически не зависят друг от друга. Сечение этого канала определяется соотношением

$$\sigma_{\rm DPS} = \frac{1}{N}\frac{\sigma_{\mathcal{Q}_1}\sigma_{\mathcal{Q}_2}}{\sigma_{\rm eff}}, \tag{24}$$

где $\sigma_{\mathcal{Q}_{1,2}}$ – сечения одиночного рождения каждого из конечных кваркониев, N – комбинаторный фактор, равный 2 для тождественных конечных частиц и 1 в противном случае, а $\sigma_{\rm eff}$ – эффективное сечение,

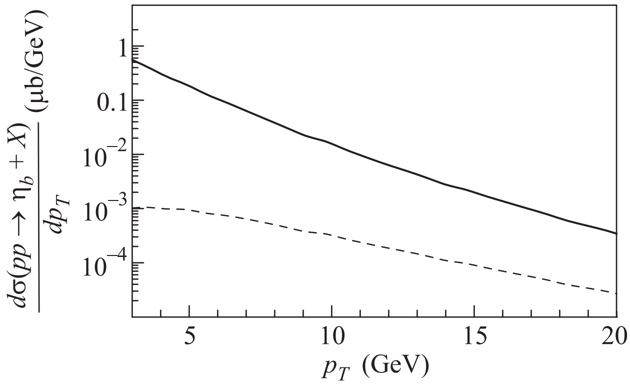

Рис. 9. Распределение по поперечному импульсу сечения рождения η_b-мезона в условиях детектора LHCb. Сплошной и пунктирной линиями показаны полное сечение и вклад S-волнового октета

численное значение которого чаще всего определяется экспериментально.

4.2. $pp \to J/\psi\Upsilon + X$

Остановимся сначала на одновременном рождении чармония и боттомония. Согласно полученным в предыдущем разделе результатам, вкладом октетных по цвету состояний в первом приближении можно пренебречь, а потому накладываются ограничения на квантовые числа конечной пары – ее полная зарядовая четность должна совпадать с полной зарядовой четностью пары начальных глюонов в белом состоянии, т.е. быть положительной. Отсюда ясно, например, что разрешено только рождение пар $\chi_b\chi_c$ и $J/\psi\Upsilon$, которые описываются диаграммами, показанными на рис. 10. При этом, согласно аналогу

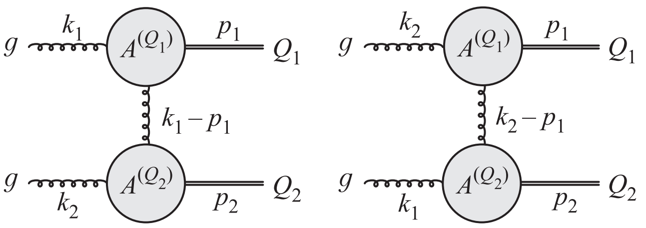

Рис. 10. Диаграммы Фейнмана для рождения чармония и боттомония

теоремы Фарри[2)], рождение векторных чармониев в таких процессах запрещено, а значит в ведущем порядке теории возмущений разрешено рождение только пар $\chi_b\chi_c$. Соответствующая этим диаграммам амплитуда может быть записана в виде

$$\mathcal{M}(gg \to \mathcal{Q}_1\mathcal{Q}_2) = \epsilon_1^\alpha \epsilon_2^\beta \times$$
$$\times \left\{ \frac{1}{\hat{t}} \mathcal{A}_{\alpha\mu}^{(\mathcal{Q}_1)}(k_1, p_1 - k_1)\, \mathcal{A}_{\beta\mu}^{(\mathcal{Q}_2)}(k_2, p_2 - k_2) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\hat{u}} \mathcal{A}_{\beta\mu}^{(\mathcal{Q}_1)}(k_2, p_1 - k_2)\, \mathcal{A}_{\alpha\mu}^{(\mathcal{Q}_2)}(k_1, p_2 - k_1) \right\}, \quad (25)$$

где $\mathcal{A}^{\mathcal{Q}}(k_1, k_2)$ – амплитуды эффективных вершин переходов $gg \to \mathcal{Q}$, явные выражения для которых можно найти в работе [21].

Если перейти к следующему порядку теории возмущений, то обусловленное теоремой Фарри ограничение можно снять, и рождение пары $\psi\Upsilon$ становится возможным. Согласно [22, 21] жесткое сечение этого процесса равняется

$$\frac{d\hat{\sigma}(gg \to \Upsilon J/\psi)}{d\hat{t}} = \frac{25\pi^3 \alpha_s^6 f_\psi^2 f_\Upsilon^2}{46656 m_b^4 m_c^4} \left[\frac{F(\hat{t}) + F(\hat{u})}{2} \right]^2, \quad (26)$$

где $\hat{s}$, $\hat{u}$, $\hat{t}$ – переменные Мандельстама рассматриваемой реакции и введен описывающий петлевые диаграммы форм-фактор

$$F(\hat{t}) \approx \frac{A e^{\alpha \hat{t}}}{1 - \hat{t}/M_0^2}, \quad (27)$$

а численные значения параметров равны

$$A = 0.8, \quad \alpha = 2.9 \cdot 10^{-3}\,\text{ГэВ}^{-2}, \quad M_0^2 = 3.6\,\text{ГэВ}^2,$$
$$f_\psi = 0.4\,\text{ГэВ}, \quad f_\Upsilon = 0.66\,\text{ГэВ}. \quad (28)$$

Используя эти значения, легко рассчитать сечение рождения пары $J/\psi\Upsilon$ в радиационных распадах χ-мезонов, прямого рождения в следующем порядке теории возмущений и за счет двойного партонного взаимодействия:

$$\sigma_{\text{SPS}}(pp \to \chi_b\chi_c + X \to \Upsilon J/\psi + X) = 0.2\,\text{пкбн}, \quad (29)$$
$$\sigma_{\text{SPS}}(pp \to \Upsilon J/\psi + X, \text{NLO}) = 1.5\,\text{пкбн}, \quad (30)$$
$$\sigma_{\text{SPS}}(pp \to \Upsilon J/\psi, \text{CO}) = 11.1\,\text{пкбн}, \quad (31)$$
$$\sigma_{\text{DPS}}(pp \to \Upsilon J/\psi + X) = 12.5\,\text{пкбн}. \quad (32)$$

Распределения по инвариантной массе и поперечному импульсу пары $J/\psi\Upsilon$ рассматриваемого процесса показаны на рис. 11 и рис. 12 соответственно.

4.3. $pp \to \psi\psi + X$

Как уже говорилось в предыдущем разделе, ограничения, связанные с сохранением зарядовой четности можно снять, если перейти к следующему порядку теории возмущений и рассмотреть процессы с

[2)]Как известно, следующая из сохранения зарядовой четности теорема Фарри запрещает рождение векторного мезона при взаимодействии четного числа фотонов. Поскольку пара глюонов в синглетном по цвету состоянии обладает положительной зарядовой четностью, эту теорему можно легко перенести на случай КХД, что запрещает вершины $gg \to J/\psi$, $gg \to \Upsilon$.

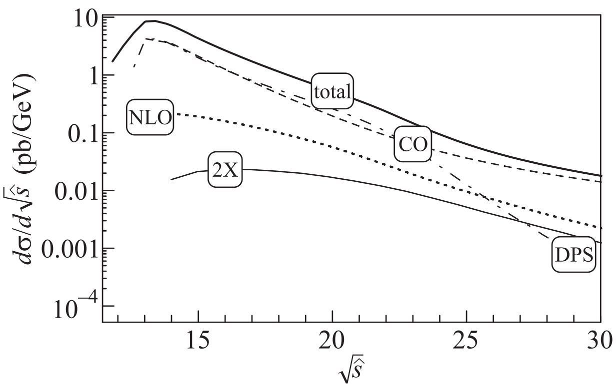

Рис. 11. Распределения по инвариантной массе пары сечения процесса $pp \to J/\psi\Upsilon + X$

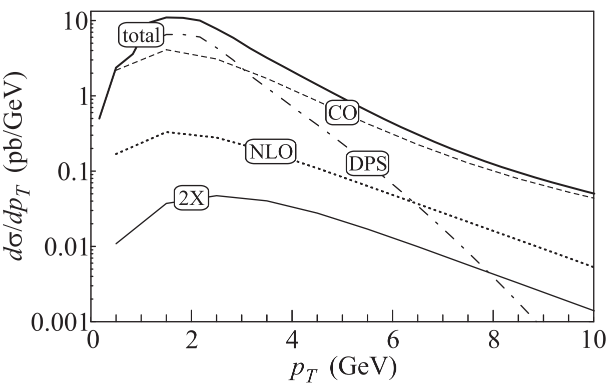

Рис. 12. Распределения по поперечному импульсу пары сечения процесса $pp \to J/\psi\Upsilon + X$

излучением дополнительного глюона в конечном состоянии [23, 24]. Такая поправка делает возможным рождение пары $J/\psi\chi_c$ в одиночном партонном взаимодействии

$$gg \to J/\psi\chi_c g. \tag{33}$$

Далее мы рассмотрим этот процесс, а также рождение пары J/ψ-мезонов в том же приближении.

Типичные диаграммы Фейнмана, описывающие эти процессы, показаны на рис. 13. Заметим, что со-

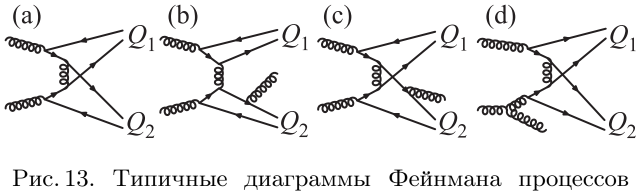

Рис. 13. Типичные диаграммы Фейнмана процессов $gg \to \phi\chi_c g$, $gg \to 2J/\psi g$

ответствующие этим диаграммам амплитуды инфракрасно расходятся, причем характер расходимости зависит от конкретного конечного состояния. Например, в случае рождения пары J/ψ-мезона показанная на рис. 13b диаграмма запрещена теоремой Фарри, но разрешена диаграмма рис. 13d. В результате, сечение рождения пары тождественных векторных чармониев будет расходиться в области малых поперечных импульсов пары, когда виртуальность t-канального глюона на последней диаграмме стремится к нулю. Эту расходимость можно обойти, если наложить ограничение на поперечный импульс

$$p_T^{\psi\psi} > \Delta_\psi. \tag{34}$$

В случае рождения состояния $J/\psi\chi$, напротив, последняя из показанных диаграмм запрещена сохранением зарядовой четности, но разрешена диаграмма рис. 13b. Это приводит к тому, что соответствующая амплитуда расходится за счет стремящегося к массовой поверхности виртуального кварка. Эту расходимость можно регуляризовать условием

$$(p_\chi p_g) > \Delta_\chi^2. \tag{35}$$

Далее мы рассмотрим предсказания для выбора параметров обрезания $\Delta_\chi = \Delta_\psi = 1$ ГэВ и 3 ГэВ.

Прежде чем перейти к обсуждению численных результатов, хотелось бы обсудить один интересный аналитический результат. Наши вычисления показывают, что в результате нетривиального сокращения различных членов полная амплитуда процесса $gg \to \psi\psi g$ оказывается пропорциональной антисимметричному цветовому тензору f_{abc}, где a, b и c – цветовые индексы глюонов. В случае рождения пары $\psi\chi$, напротив, члены с антисимметричным цензором сокращаются и амплитуда оказывается пропорциональной симметричному тензору d_{abc}. Этот результат можно объяснить, если присвоить симметричному и антисимметричному тензорам положительную и отрицательную зарядовые четности соответственно. Таким образом, меняя конечное состояние, мы можем не только включить те или иные диаграммы из базового набора, но и менять общую цветовую структуру амплитуды процесса.

Рассмотрим теперь теоретические предсказания для сечений рассматриваемых процессов в условиях детектора LHCb, причем ниже в этом разделе мы будем использовать параметризации CT10 [5] для партонных функций распределения. В ведущем порядке теории возмущений теоретические предсказания, очевидно, не зависят от Δ:

$$\sigma_{\text{LO}} = 1.29 \pm 0.02\,\text{нбн}, \tag{36}$$

где приведенные погрешности обусловлены отмеченным ранее в разделе 2 произволом выбора масштабного параметра μ^2. В следующем порядке теории возмущений появляется зависимость предсказаний от параметра обрезания и соответствующие результаты приведены в табл. 5, 6. Для того, чтобы разделить

Таблица 5. Сечения рождения пары $J/\psi\chi_{cJ}$ при различных значениях параметра обрезания

Δ (ГэВ)	$\sigma_{\psi\chi_{c0}}$, (пкбн)	$\sigma_{\psi\chi_{c1}}$ (пкбн)	$\sigma_{\psi\chi_{c2}}$ (пкбн)
1	11.4 ± 1.62	15.4 ± 2.26	28.2 ± 3.94
3	2.06 ± 0.34	4.19 ± 0.71	5.03 ± 0.83

Таблица 6. Сечения парного рождения ψ-мезонов в прямой реакции, радиационных распадах и двойного партонного взаимодействия при различных значениях параметра обрезания

Δ (ГэВ)	$\sigma_{\psi\psi}^{\text{NLO}*}$ (пкбн)	$\sigma_{\psi\chi_c}$ (пкбн)	σ_{DPS} (пкбн)
1	4.47 ± 0.79	10.8 ± 1.54	6.2 ± 2.1
3	1.68 ± 0.33	2.41 ± 0.4	4.0 ± 0.6

экспериментально вклады разных каналов, необходим анализ различных дифференциальных сечений, таких как распределений по инвариантной массе пары конечных чармониев или по ее поперечному импульсу. Некоторые из этих распределений показаны на рис. 14, 15, 16.

4.4. Рождение J/ψ в струях

Рассмотрим теперь еще один процесс – адронное рождение векторного чармония в струях. Недавно коллаборация LHCb опубликовала работу [25], согласно которой экспериментальное распределение по доли поперечного импульса J/ψ-мезона $z = p_T^{\psi}/p_T^{\text{jet}}$ сильно отличается от предсказаний, сделанных с помощью генератора Pythia8 [26] (см. рис. 17).

Аналитически это распределение можно получить в рамках формализма фрагментации, когда дифференциальное сечение записывается в виде

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dz} \sim D_{c\to J/\psi}(z), \qquad (37)$$

где $D(z)$ – функция фрагментации $c \to J/\psi$. В модели цветового синглета функция (37) вычисляется с помощью теории возмущений и в ведущем порядке имеет вид [27, 28]:

$$D_{c\to J/\psi}(z) \sim$$
$$\sim \alpha_s^2 \tfrac{4z(1-z)^2}{(2-z)^6}\left(16 - 32z + 72z^2 - 32z^3 + 5z^4\right). \qquad (38)$$

где α_s – постоянная сильного взаимодействия. Эта функция показана на рис. 17 точечной линией, Как видно, она качественно согласуется с результатами генератора Pythia8 и, соответственно, противоречит

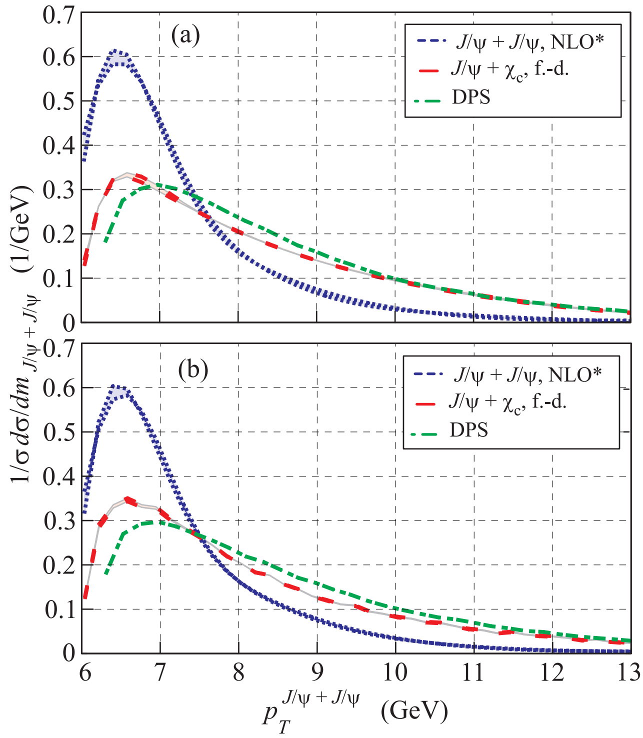

Рис. 14. (Цветной онлайн) Распределение по инвариантной массе пары $\psi\psi$. (a) и (b) соответствуют выбору параметра обрезания $\Delta = 1$ ГэВ и 3 ГэВ

экспериментальным данным. Следует, однако, подчеркнуть, что функция фрагментации $D(z)$ в выражении (37) зависит от масштаба μ и параметризация (38) соответствует значению $\mu^2 \sim \mu_1^2 = m_c^2$, тогда как для сравнения с экспериментальными данными необходимо использовать большее значение параметра масштаба порядка $\mu_2^2 = M_Z^2$. Из статей [29, 30] известно, что эволюция до этого масштаба приводит к существенному изменению формы функции распределения. Такая эволюция может быть проведена с помощью уравнения DGLAP [31–34]. Получившаяся функция распределения показана на рис. 18. Как видно из этого рисунка, после учета эффекта эволюции в области больших z формализм функции фрагментации прекрасно согласуется с экспериментальными данными, но при этом остается небольшой пик в области $z \sim 0.2$. Этот пик может быть объяснен, если учесть вклад от механизма двойного партонного взаимодействия, параметризация которого также дана в работе [25]. Следует отметить, что эта параметризация была получена с помощью генератора Pythia8, где используется $\sigma_{\text{eff}} \approx 30$ мбн. Простые оценки, с другой стороны, показывают, что для описания экспериментальных данных необходимо использовать меньшее значение этого параметра,

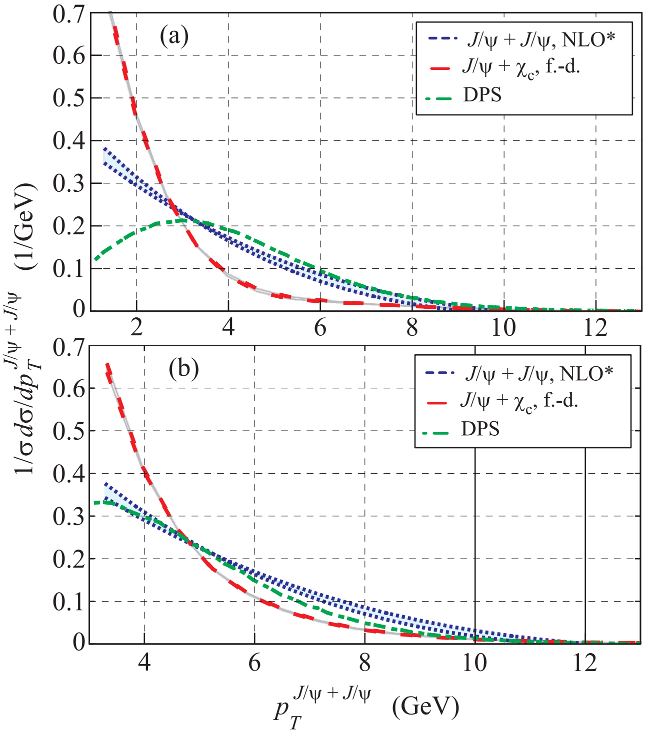

Рис. 15. (Цветной онлайн) Распределение по поперечному импульсу пары $\psi\psi$. (a) и (b) соответствуют параметру обрезания $\Delta = 1$ ГэВ и 3 ГэВ

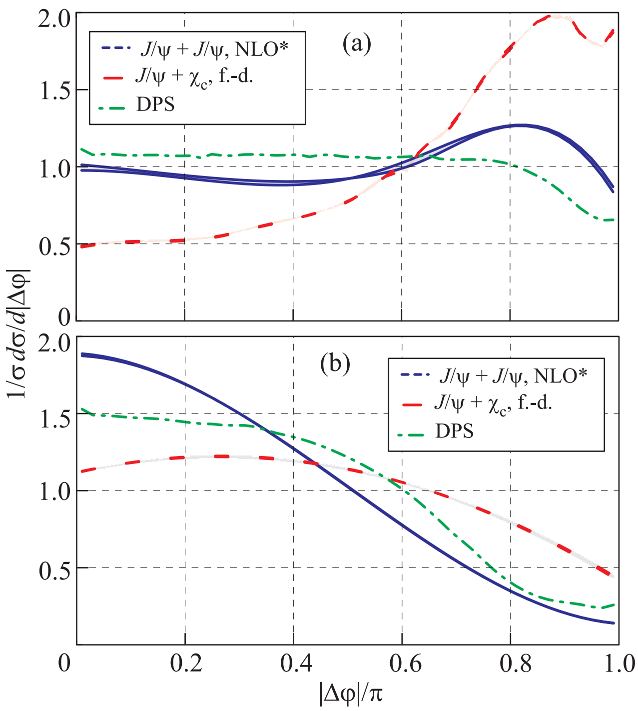

Рис. 16. (Цветной онлайн) Распределение по азимутальной асимметрии $|\Delta\phi|$. (a) и (b) соответствуют параметру обрезания $\Delta = 1$ ГэВ и 3 ГэВ

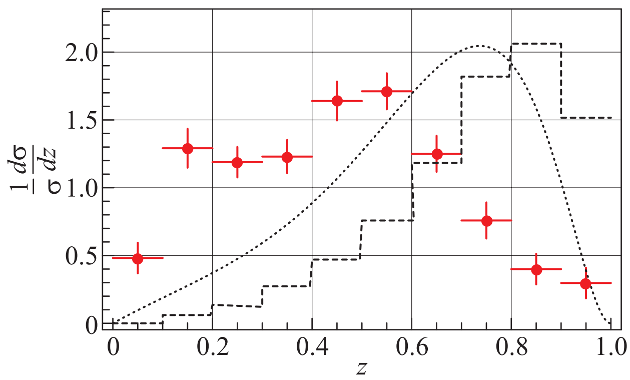

Рис. 17. (Цветной онлайн) Распределение по доле поперечного импульса J/ψ

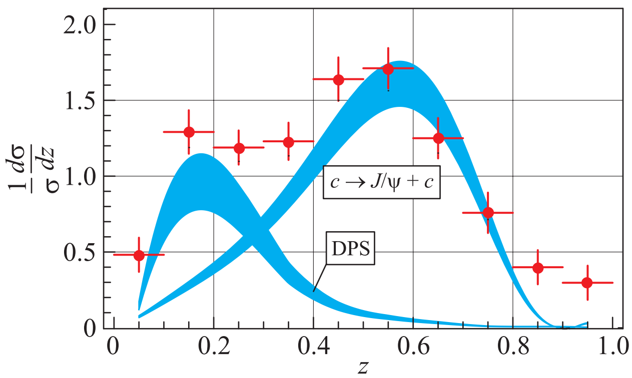

Рис. 18. (Цветной онлайн) Вклады фрагментационного механизма и DPS для рождения J/ψ-мезона в струях. Теоретические погрешности обусловлены неопределенностью параметров (40)

поэтому ниже мы не полагаемся только на форму распределения DPS.

В соответствии с этим общая форма распределения описывается суммой вкладов фрагментация механизма и DPS со свободными параметрами

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dz} = c_{\mathrm{DPS}}\left[\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dz}\right]_{\mathrm{DPS}} + c_{\mathrm{frag}}\left[\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dz}\right]_{\mathrm{frag}}, \qquad (39)$$

где численные значения

$$c_{\mathrm{frag}} = 0.59 \pm 0.05, \quad c_{\mathrm{DPS}} = 0.26 \pm 0.05 \qquad (40)$$

были определены сравнением с экспериментальной кривой. Из рис. 19 видно, что после учета эффекта эволюции и вклада двойного партонного взаимодействия теоретические предсказания прекрасно согласуются с экспериментом. Подробнее результаты этого анализа можно найти в статье [35].

5. Заключение. Перечисленные выше результаты описания рождения тяжелых кварkониев с очевидностью не покрывают все аспекты процессов

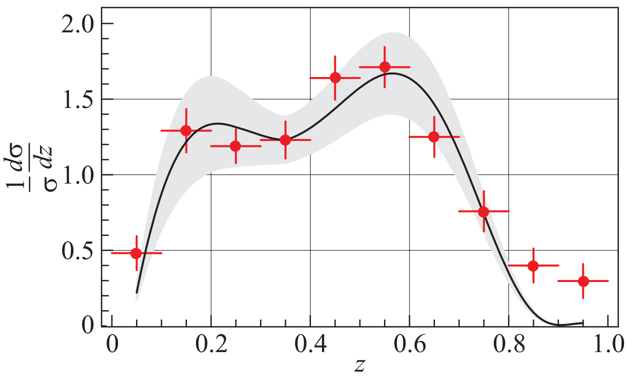

Рис. 19. (Цветной онлайн) Полное сечение рождения J/ψ-мезона в струях. Теоретические погрешности обусловлены неопределенностью параметров (40)

рождения этих частиц. Более того, само описание этих процессов содержит значительные неопределенности. Основываясь на теореме о факторизации, сечение рождения описывается как свертка жесткого глюон-глюонного рождения тяжелых кварков и распределений глюонов по продольному импульсу. Последние берутся из данных по глубоконеупругому рассеянию лептонов на нуклонах, в которых распределения по поперечному импульсу проинтегрированы. Такие распределения непригодны для вычисления даже простейших процессов рождения зарядовочетных состояний, так как получающиеся распределения сечений имеют вид дельта-функций от p_T. Это вынуждает нас ввести рассмотрение следующего порядка по α_S. В тоже время существует модель так называемой k_T-факторизации, в которой, используя уравнения эволюции БФКЛ [36–38], удается ввести глюонные распределения, обладающие помимо продольного импульса также и поперечным. При таком рассмотрении удается улучшить описание экспериментальных данных [39, 8, 40], однако, и в этом случае имеют место большие неопределенности, связанные с асимптотическим характером уравнения БФКЛ.

Как уже отмечалось во Введении, существенным дополнением к модели цветового синглета, является модель, опирающаяся на NRQCD и допускающая рождение цветового октета с различными квантовыми числами. В некоторых случаях введение октетных состояний улучшает описание данных. С другой стороны, существенным недостатком является неопределенность в значениях непертурбативных матричных элементов NRQCD, которые возможно установить только фитируя экспериментальные данные. Кроме того, даже в рамках вычислений в следующем порядке по α_S и с учетом октетных вкладов, не удается описать наблюдаемую в экспериментах поляризацию рожденного J/ψ [41]. Следует отметить большой прогресс, достигнутый в последнее время при вычислении вкладов NNLO [42–44]. В рамках NNLO удается улучшить ситуацию даже в таком критическом месте, как поляризация J/ψ [45], однако и в этом случае остается проблема с поляризацией $\psi(2S)$.

Предлагаемая статья посвящена теоретическому анализу процессов рождения тяжелых кварткониев в адронных ускорителях в рамках формализма NRQCD.

На основе анализа доступных экспериментальных данных были поставлены ограничения на численные значения феноменологических матричных элементов синглетных и октетных по цвету состояний. Согласно полученным результатам, хорошее согласие с экспериментом достигается, если рассматривать эффекты следующего порядка теории возмущений, причем доминирующим оказывается вклад синглетного механизма. При этом, однако, оказывается необходимым использовать матричные элементы $R_{QQ}(0)$, $R'_{QQ}(0)$, превышающие значения, полученные на основе решения матричных моделей или экспериментальных ширин распадов тяжелых кварткониев. При этом оказалось, что в случае рождения P- волновых состояний чармония χ_{cJ} для описания зависимости от поперечного импульса отношения сечений $d\sigma(\chi_{c2})/d\sigma(\chi_{c1})$ необходим также учет S-волновых октетных состояний, тогда как вклад P-волнового октета оказывается пренебрежимо мал. В рамках такого подхода были также сделаны предсказания для сечений рождения боттомониев, которые удовлетворительно согласуются с экспериментальными результатами.

Используя полученные результаты мы проанализировали процессы парного рождения тяжелых кварткониев и рождения J/ψ-мезонов в струях. В отличие от известных ранее теоретических подходов мы исследовали влияние эффектов следующего порядка по константе сильного взаимодействия и рассмотрели процессы излучения дополнительных глюонов в конечном состоянии, что позволяет снять вызванный сохранением зарядовой четности запрет на рождение пары $J/\psi\chi_c$. Полученные нашей группой результаты также находятся в хорошем согласии с экспериментом. Что касается рождения векторного кварткония в струях, которое можно описать в терминах формализма фрагментационной функции, то, как показано в статье, расхождение с данными коллаборации LHCb устраняется, если принять во внимание эволюцию функции фрагментации до более высоких масштабов и вклад двойного партонного взаимодействия.

Для дальнейшего развития рассматриваемой темы нам кажется интересным исследовать в рамках использованного подхода другие процессы, такие как рождение векторного кваркония в следующих порядках теории возмущений, а также включить в анализ данные по степени поляризации конечных мезонов.

Помимо рассмотренных выше в рамках выполнения проекта нашей группой был также написан ряд статей [46–54], посвященных рождению и распадам тяжелых кваркониев, системе компьютерной алгебры REDBERRY и прочим вопросам.

Авторы хотели бы поблагодарить А.В. Бережного, И. Беляева, J.-P. Lansberg и D. Filippova за плодотворное обсуждение и помощь в подготовке статьи. Работа нашей группы была выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ # 14-02-00096-А, а также при частичной поддержке гранта # 15-02-03244-А и гранта исследовательского центра ФАИР-Россия. Работа С.В. Пославского выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ # 16-32-60017 мол_а_дк.

---

1. V.G. Kartvelishvili, A.K. Likhoded, and S.R. Slabospitsky, Sov. J. Nucl. Phys. **33**, 434 (1981) [Yad. Fiz. **33**, 832 (1981)].
2. R. Baier and R. Ruckl, Z. Phys. C **19**, 251 (1983).
3. G. T. Bodwin, E. Braaten, and G. P. Lepage, Phys. Rev. D **51**, 1125 (1995) [hep-ph/9407339] [Erratum: Phys. Rev. D **55**, 5853 (1997)].
4. D. Stump, J. Huston, J. Pumplin, W. K. Tung, H. L. Lai, S. Kuhlmann, and J. F. Owens, JHEP **0310**, 046 (2003) doi:10.1088/1126-6708/2003/10/046 [hep-ph/0303013].
5. H. L. Lai, M. Guzzi, J. Huston, Z. Li, P. M. Nadolsky, J. Pumplin, and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **82**, 074024 (2010) doi:10.1103/PhysRevD.82.074024 [arXiv:1007.2241 [hep-ph]].
6. S. Dulat, T.-J. Hou, J. Gao, M. Guzzi, J. Huston, P. Nadolsky, J. Pumplin, C. Schmidt, D. Stump, and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **93**(3), 033006 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.93.033006 [arXiv:1506.07443 [hep-ph]].
7. E. Braaten and J. Lee, Phys. Rev. D **67**, 054007 (2003) [hep-ph/0211085]. [Erratum: Phys. Rev. D **72**, 099901 (2005)].
8. S. P. Baranov, A. V. Lipatov, and N. P. Zotov, Phys. Rev. D **93**(9), 094012 (2016) [arXiv:1510.02411].
9. M. M. Meijer, J. Smith, and W. L. van Neerven, Phys. Rev. D **77**, 034014 (2008) [arXiv:0710.3090].
10. R. Aaij, C. A. Beteta, B. Adeva et al. (LHCb Collaboration), Eur. Phys. J. C **75**(7), 311 (2015) [arXiv:1409.3612].
11. A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. V. Poslavsky, Mod. Phys. Lett. A **30**(7), 1550032 (2015), [arXiv:1411.1247].
12. R. Aaij, C. A. Beteta, B. Adeva et al. (LHCb Collaboration), Phys. Lett. B **714**, 215 (2012), [arXiv:1202.1080].
13. S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A. M. Sirunyan et al. (CMS Collaboration), Eur. Phys. J. C **72**, 2251 (2012), [arXiv:1210.0875].
14. ATLAS Collaboration, ATLAS-CONF-2013-095.
15. R. Aaij, C. A. Beteta, B. Adeva et al. (LHCb Collaboration), JHEP **10**, 115 (2013) [arXiv:1307.4285].
16. A. Abulencia, J. Adelman, T. Affolder et al. (CDF Collaboration), Phys. Rev. Lett. **98**, 232001 (2007) [hep-ex/0703028].
17. F. Abe, H. Akimoto, A. Akopian et al. (CDF Collaboration), Phys. Rev. Lett. **79**, 578 (1997).
18. A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. V. Poslavsky, Phys. Rev. D **86**, 074027 (2012) [arXiv:1203.4893].
19. P. Faccioli, M. Araujo, V. Knunz, I. Kratschmer, C. Lourenco, and J. Seixas, arXiv:1702.04207.
20. CMS Collaboration, CMS-PAS-BPH-13-005.
21. A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. V. Poslavsky, Phys. Rev. D **91**(11), 114016 (2015) [arXiv:1503.00246].
22. I. F. Ginzburg, S. L. Panfil, and V. G. Serbo, Nucl. Phys. B **296**, 569 (1988).
23. A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. V. Poslavsky, Phys. Rev. D **94**(5), 054017 (2016) [arXiv:1606.06767].
24. A. V. Luchinsky, J. Phys. Conf. Ser. **770**(1), 012004 (2016).
25. R. Aaij, C. A. Beteta, B. Adeva et al. (LHCb Collaboration), arXiv:1701.05116.
26. T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Z. Skands, Comput. Phys. Commun. **178**, 852 (2008) [arXiv:0710.3820].
27. E. Braaten, K.-M. Cheung, and T. C. Yuan, Phys. Rev. D **48**(11), R5049 (1993), [hep-ph/9305206].
28. V. V. Kiselev, A. K. Likhoded, and M. V. Shevlyagin, Z. Phys. C **63**, 77 (1994).
29. A. Novoselov, Phys. Atom. Nucl. **73**, 1740 (2010) [arXiv:1007.0846] [Yad. Fiz. **73**, 1789 (2010)].
30. G. Corcella and G. Ferrera, JHEP **12**, 029 (2007), [arXiv:0706.2357].
31. V. N. Gribov and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438 (1972) [Yad. Fiz. **15**, 781 (1972)].
32. L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **20**, 94 (1975) [Yad. Fiz. **20**, 181 (1974)].
33. Y. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46**, 641 (1977) [ZhETF **73**, 1216 (1977)].
34. G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977).
35. I. Belyaev, A. V. Berezhnoy, A. K. Likhoded, and A. V. Luchinsky, arXiv:1703.09081.
36. E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, and V. S. Fadin, Sov. Phys. JETP **45**, 199 (1977) [ZhETF **72**, 377 (1977)].

37. E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, and V. S. Fadin, Sov. Phys. JETP **44**, 443 (1976) [ZhETF **71**, 840 (1976)].
38. I. I. Balitsky and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **28**, 822 (1978) [Yad. Fiz. **28**, 1597 (1978)].
39. S. P. Baranov and A. V. Lipatov, arXiv:1611.10141 [hep-ph].
40. S. P. Baranov, A. V. Lipatov, and N. P. Zotov, Eur. Phys. J. C **75**(9), 455 (2015) [arXiv:1508.05480 [hep-ph]].
41. M. Butenschoen and B. A. Kniehl, Phys. Rev. D **84**, 051501 (2011) [arXiv:1105.0820 [hep-ph]].
42. J. M. Campbell, F. Maltoni, and F. Tramontano, Phys. Rev. Lett. **98**, 252002 (2007) [hep-ph/0703113 [HEP-PH]].
43. P. Artoisenet, J. M. Campbell, J. P. Lansberg, F. Maltoni, and F. Tramontano, Phys. Rev. Lett. **101**, 152001 (2008) [arXiv:0806.3282 [hep-ph]].
44. Y. Q. Ma, K. Wang, and K. T. Chao, Phys. Rev. D **84**, 114001 (2011) [arXiv:1012.1030 [hep-ph]].
45. G. T. Bodwin, H. S. Chung, U. R. Kim, and J. Lee, Phys. Rev. Lett. **113**(2), 022001 (2014) [arXiv:1403.3612 [hep-ph]].
46. A. V. Berezhnoy, A. K. Likhoded, A. I. Onishchenko, and S. V. Poslavsky, Nucl. Phys. B **915**, 224 (2017) [arXiv:1610.00354].
47. A. Likhoded, A. Luchinsky, and S. Poslavsky, Phys. Lett. B **755**, 24 (2016) [arXiv:1511.04851].
48. S. Poslavsky and D. Bolotin, J. Phys. Conf. Ser. **608**(1), 012060 (2015).
49. A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. Poslavsky, PoS Baldin ISHEPP XXII (2014).
50. J. V. Balitsky and V. V. Kiselev, JCAP **1504**(04) 032 (2015) [arXiv:1410.2528].
51. A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. V. Poslavsky, Phys. Rev. D **90**(7), 074021 (2014) [arXiv:1409.0693].
52. J. V. Balitsky and V. V. Kiselev, Phys. Rev. D **90**(12), 125017 (2014) [arXiv:1406.3046].
53. A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. V. Poslavsky, Phys. Rev. D **90**(3), 034017 (2014) [arXiv:1404.2441].
54. D. A. Bolotin and S. V. Poslavsky, arXiv:1302.1219.