Письма в ЖЭТФ, том 105, вып. 12, с. 759 – 762

Автолокализация электронов в кольцевых вихрях в жидком гелии

А. Г. Храпак[1], *С. Я. Бронин*

Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 апреля 2017 г.

После переработки 22 мая 2017 г.

Представлена модель, согласно которой "быстрые" и "экзотичные" отрицательные ионы в сверхтекучем гелии представляют собой локализованные состояния электронов в кольцевых вихрях. Квантование радиального и продольного движений внутри кора вихря, а также квантование вихревого движения жидкого гелия приводит к существованию целого семейства возбужденных состояний электронных вихрей, в качественном согласии с экспериментами по подвижности экзотичных ионов. Рассмотрена возможность проверки выводов указанной модели в оптических экспериментах.

DOI: 10.7868/S0370274X17120104

В большинстве неполярных диэлектрических жидкостей, инжектированные электроны обладают подвижностью, на несколько порядков превышающую подвижность положительных ионов. Однако в жидком гелии (и некоторых других криогенных жидкостях) наблюдается аномальное поведение электронов. Подвижность электронов оказалась на несколько порядков ниже ожидаемой согласно классической теории Ланжевена и даже в несколько раз ниже подвижности положительных ионов. Причина этого состоит в том, что из-за наличия сильного обменного взаимодействия с атомами гелия электрону энергетически выгодно локализоваться в полости радиусом порядка 20 Å. Свойства электронных пузырьков в жидком гелии хорошо изучены [1–3].

В дополнение к "обычным" электронным пузырькам, в сверхтекучем гелии были обнаружены еще два типа носителей отрицательного заряда: "быстрые" ("fast") и "экзотичные" ("exotic") ионы [4–7]. Подвижность быстрых ионов приблизительно в семь раз выше подвижности электронных пузырьков, а подвижности семейства экзотичных ионов (более десяти представителей) лежат между этими двумя значениями. Отметим, что быстрые и экзотичные ионы наблюдаются лишь тогда, когда в начальный момент инжектируемые электроны обладают достаточно большой энергией, как в экспериментах с источниками α [4] и β [5, 6] излучения или при использовании газового разряда над поверхностью жидкости [7, 8]. В недавних экспериментах Мариса с сотрудниками [9] результаты предшествующих работ полностью подтвердились, а количество четко идентифицируемых ионов было доведено до 18. На рис. 1 пред-

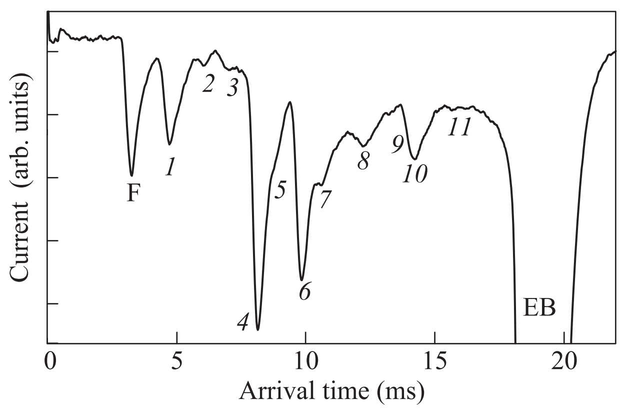

Рис. 1. Зависимость амплитуды сигнала (тока) от времени после начала импульса в гелии при температуре 0.991 K в электрическом поле 82.1 В см$^{-1}$ и дрейфовом расстоянии 6.15 см [9]

ставлена зависимость амплитуды тока на коллекторе от времени дрейфа ионов [9]. Хорошо видно, что время дрейфа быстрых ионов (F) почти в 7 раз меньше времени дрейфа электронных пузырьков (EB), а времена дрейфа экзотичных ионов лежат между ними.

Для объяснения аномальных свойств быстрых и экзотичных ионов было предложено несколько моделей [5, 10–12], но ни одна из них не способна объяснить всю совокупность экспериментальных данных [9]. Оригинальная идея была высказана Элзером [13]. Было предположено, что быстрые и экзотичные ионы в сверхтекучем гелии представляют собой электроны, захваченные квантованными вихревыми структурами, простейшей из которых является кольцевой вихрь. Сделанные простые оценки показали, что локализация электрона стабилизирует размер вихря на радиусе около 7 Å, что может объяс-

[1] e-mail: khrapak@mail.ru

нить увеличение подвижности комплекса в несколько раз по сравнению с подвижностью электронных пузырьков. При этом был сделан ошибочный вывод о том, что локализация электрона практически не влияет на радиус кора вихря. В настоящей работе, развивая идею об автолокализации электронов на кольцевых вихрях в жидком гелии, мы покажем, что квантование радиального и продольного движений электрона внутри кора вихря, а также квантование вихревого движения окружающей жидкости приводят к появлению целого семейства возбужденных состояний. Электронное давление на стенки кора приводит к увеличению его радиуса до значений порядка 10 Å, а потенциал ионизации оказывается близким к 1 эВ.

Энергия кольцевого вихря в идеальной несжимаемой жидкости с локализованным внутри кора электроном состоит из энергии электрона E_e, энергии поверхностного натяжения стенок кора E_s и энергии вихревого движения жидкости в вихре E_h. Предполагая малость радиуса кора a по сравнению с радиусом вихря R, в первом приближении по параметру a/R для поверхностной энергии справедливо

$$E_s = 4\pi^2\sigma Ra, \tag{1}$$

а для кинетической энергии вихря [2]:

$$E_h = 2\pi^2\rho\left(\frac{\hbar l}{M}\right)^2 R\left[\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 2\right], \tag{2}$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, $\hbar$ – постоянная Планка, l – квантовое число циркуляции скорости, M – масса атома гелия.

Спектр энергии электрона определяется из решения уравнения Шредингера с потенциалом $V(\mathbf{r})$, равным нулю внутри кольцевого кора и V_0 вне него. Точное решение имеет вид $\psi(r,z)\exp(im\varphi)$, $m = 0, \pm1, \pm2\ldots$ Перенося начало координат в плоскости (r,z) в центр кора ($r = R$, $z = 0$) и пренебрегая в силу малости a/R слагаемым $\partial\psi/r\partial r$ в лапласиане, получим для ψ уравнение

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\gamma^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2}\times \\ \times\left[E_e - \frac{\hbar^2m^2}{2m_eR^2} - V(\rho)\right]\psi = 0, \tag{3}$$

где $\rho = \sqrt{(r-R)^2+z^2}$, $\sin\gamma = z/\rho$.

Решение уравнения (3): $\psi(\rho,\gamma) = \chi_n(\rho)\exp(in\gamma)$, где $\chi_n(\rho)$ является решением уравнения Бесселя

$$\chi_n(\rho) = \begin{cases} BJ_n(k\rho), & \rho \le a; \\ CK_n(\kappa\rho), & \rho \ge a, \end{cases} \tag{4}$$

где J_n, K_n – обычная и модифицированная функции Бесселя, а

$$k^2 = \frac{2m_e}{\hbar^2}E_e - \frac{m^2}{R^2} = \frac{2m_e}{\hbar^2}E_r, \quad \kappa^2 = \frac{2m_e}{\hbar^2}V_0 - k^2. \tag{5}$$

Собственные значения волнового вектора k определяются из условия сшивки логарифмических производных волновой функции (4) при $\rho = a$

$$k\frac{J_n'(ka)}{J_n(ka)} = \kappa\frac{K_n'(\kappa a)}{K_n(\kappa a)}. \tag{6}$$

Для каждого n существует конечный набор решений, соответствующих квантованию радиального движения электрона в плоскости, перпендикулярной оси кора вихря, и нумеруемых квантовым числом $i = 1, 2\ldots$ По сравнению с аналогичным уравнением, полученным в [13], мы учли квантование продольного движения электрона по оси вихревого кольца, его вращение в поперечном сечении кора и квантование радиального движения электрона в этом сечении. Результаты расчета собственных значений энергии поперечного движения электрона в вихре $E_r(i,n) = E_e - \hbar^2m^2/2m_eR^2$ для первых пяти уровней показаны на рис. 2. Расчет выполнен для границы непре-

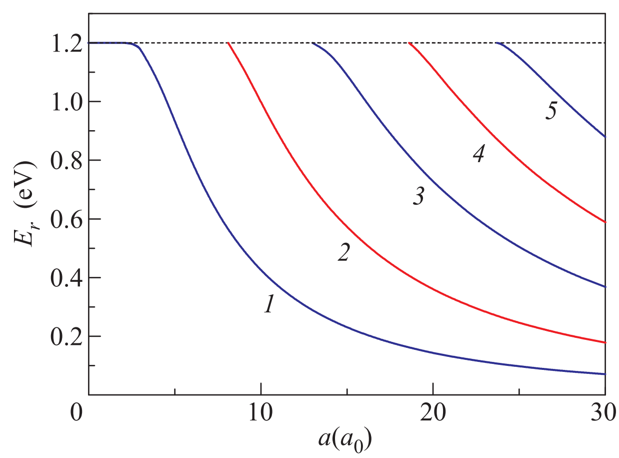

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость энергии поперечного движения электрона E_r от радиуса кора a для первых пяти дискретных уровней: *1* – $E_r(1,0)$, *2* – $E_r(1,1)$, *3* – $E_r(2,0)$, *4* – $E_r(2,1)$, *5* – $E_r(2,2)$

рывного спектра $V_0 = 1.2$ эВ. Основное состояние $E_r(1,0)$ существует при любом сколь угодно малом радиусе кора, возбужденные состояния появляются при радиусах кора $8.1a_0(E_r(1,1))$, $13.0a_0(E_r(2,0))$, $18.6a_0(E_r(2,1))$ и $23.7a_0(E_r(2,2))$, где a_0 – боровский радиус.

Полная энергия электронного кольцевого вихря дается выражением

$$E(R,a;i,n,m,l) = E_r(a;i,n) + \frac{\hbar^2}{2m_eR^2}m^2 + \\ + 4\pi^2\sigma Ra + 2\pi^2\rho\left(\frac{\hbar}{M}\right)^2 R\left[\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 2\right] l^2. \quad (7)$$

Оптимальные радиусы кора и вихря определяются из условия минимума E по этим двум параметрам. При $n > 0$ решение неустойчиво при любых значениях остальных квантовых чисел как по отношению перехода электрона в квазисвободное состояние при малых R, так и перехода в состояние электронного пузырька при больших R. Это относится и к первым трем возбужденным состояниям продольных вращений электрона с $m = 0, 1, 2$. На рис. 3 представлена

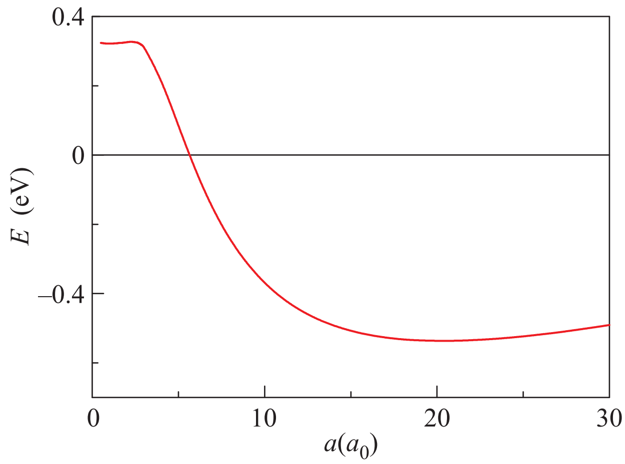

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость энергии основного состояния электронного вихря $E(i,n)$ радиусом $R = 51a_0$ от радиуса кора a

зависимость энергии одного из возбужденных состояний электронного вихря от радиуса кора. При расчете использованы следующие параметры жидкого гелия: плотность $\rho = 0.145\,\text{г}\,\text{см}^{-3}$ и поверхностное натяжение $\sigma = 0.35\,\text{дин}\,\text{см}^{-1}$.

Энергия $E(a; i = 1, n = 0, m = 5, l = 1)$ при оптимальном радиусе вихря $R = 51\,a_0$ имеет два минимума: локальный минимум при малых $a \simeq 1a_0$ (в увеличенном масштабе показан на рис. 4) и абсолютный минимум при $a \simeq 20a_0$. В первом случае энергия связи электрона в вихре мала ($I = V_0 - E_r \sim 10^2$ K) и давление, оказываемое электроном на стенки кора вихря, не оказывает существенного влияния на свойства электронного вихря. Радиус кора, как и в случае свободного вихря, определяется конкуренцией между поверхностной энергией и кинетической энергией вихревого движения. Значение энергии в локальном минимуме положительно и локализация электронов на таких вихрях энергетически невыгодна. В случае $m = 0$ (фактически рассмотренном в [13]) минималь-

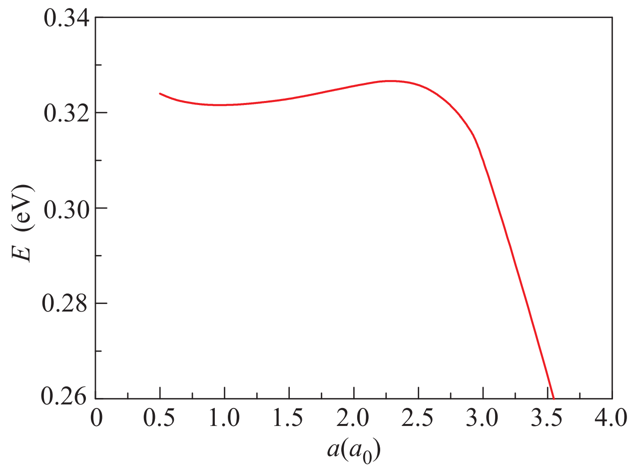

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость энергии основного состояния электронного вихря E радиусом $R = 51a_0$ в области малых радиусов кора a

ное значение энергии значительно ниже, но также положительно. Это указывает на то, что электронные вихри с радиусом кора $\sim 1a_0$ неустойчивы и являются лишь метастабильными (резонансными) состояниями при рассеянии свободных электронов на вихрях.

Таблица 1. Характеристики электронных кольцевых вихрей в жидком гелии с $n = 0$, $i = 1$

m	l	$a\,(a_0)$	$R\,(a_0)$	I (eV)	E (eV)
0	1	–	–	–	—
1	1	–	–	–	–
2	1	–	–	–	–
3	1	22.6	35	1.09	-0.789
3	2	25.0	32	1.10	-0.780
3	3	–	–	–	–
4	1	21.6	43	1.08	−0.725
4	2	23.5	40	1.09	−0.705
4	3	26.5	36	1.11	−0.684
5	1	20.1	51	1.07	−0.672
5	2	22.4	46	1.08	−0.638
5	3	24.6	42	1.10	−0.603

В табл. 1 m – номер уровня осевого движения, l – квант вихревого движения.

Равновесным состояниям электронных вихрей соответствует абсолютный минимум энергии E. В табл. 1 приведены характеристики нескольких первых членов семейства электронных вихревых колец в сверхтекучем гелии. Наличие большого количества возбужденных состояний и просматриваемое их группирование в небольшие серии согласуется с экспериментально обнаруженным существованием по крайней мере 18 экзотичных ионов [9]. Качественную оценку подвижности электронного кольцевого вихря μ, следуя [13], можно выполнить, используя экспериментальные значения коэффициента трения единицы длины вихревой нити $\gamma(T)$ [14]

$$\mu = \frac{\mathbf{v}_{\mathrm{d}}}{\mathbf{E}} \simeq \frac{e}{2\pi R\gamma(T)}, \tag{8}$$

где $\mathbf{v}_{\mathrm{d}}$ – скорость дрейфа электронного вихря, а $\mathbf{E}$ – напряженность электрического поля. Коэффициент трения зависит от плотности гелия, температуры и циркуляции [15]

$$\gamma(T) = \rho\frac{hl}{M}\alpha(T). \tag{9}$$

При $T \simeq 1$ К подвижность заряженных комплексов в жидком гелии определяется столкновениями с ротонами. Значения $\alpha(T)$ в сверхтекучем гелии при $T \geq 1.3$ К затабулированы в [16]; в частности $\alpha(1.3\,\mathrm{K}) = 0.034$. Экстраполяция на $T = 1$ К дает $\alpha = 0.0064$. Оценка подвижности по формулам (8) и (9) с $R = 35a_0$ и $l = 1$ дает $\mu \simeq 24\,\text{см}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$, что совпадает с экспериментальным значением подвижности "быстрого" иона $\mu_{\mathrm{F}} \simeq 24\,\text{см}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ [9]. Ввиду того, что радиусы вихря и кора оказываются одного порядка, этому совпадению не следует придавать большого значения. Однако качественная зависимость

$$\mu \sim 1/lR \tag{10}$$

должна сохраниться и при более корректном учете поправок по параметру a/R. Используя (10), проанализируем экспериментальные результаты приведенные на рис. 1. Разобьем все семейство электронных вихрей на серии с различными квантами циркуляции. Вихри с номерами F, 1–3 припишем к серии с $l = 1$, с номерами 4–9 – к серии с $l = 2$, а с номерами $10, 11$ – к серии с $l = 3$. Основное влияние на подвижность оказывает значение кванта циркуляции. Внутри каждой серии небольшое падение подвижности связано с ростом m и, как следствие, с ростом R. Согласно (10), соотношение между подвижностями лидеров серий $\mu_{\mathrm{F}}/\mu_{10} = 4.4$, $\mu_{\mathrm{F}}/\mu_4 = 2.5$ и $\mu_4/\mu_{10} = 1.8$, что близко к экспериментальным значениям $\mu_{\mathrm{F}}/\mu_{10} = 5.4$, $\mu_{\mathrm{F}}/\mu_4 = 2.8$ и $\mu_4/\mu_{10} = 1.7$ [9]. Это может служить дополнительным аргументом в пользу предлагаемой модели автолокализации электронов на кольцевых вихрях.

Потенциал ионизации I электронных вихрей, приведенных в табл. 1, близок к потенциалу ионизации электронных пузырьков. Это указывает на возможность проверки справедливости предлагаемой модели для экзотичных ионов в экспериментах по фотоионизации, аналогичных экспериментам с электронными пузырьками [17]. Энергия перехода из основного состояния радиального движения электрона в первое возбужденное (без изменения радиуса кора) приблизительно равна 0.2 эВ. Эта энергия также может быть измерена в экспериментах по поглощению инфракрасного излучения, аналогичных экспериментам с электронными пузырьками [18–21].

Итак, в работе предложена простая модель автолокализации инжектированных электронов в кольцевых вихрях, позволяющая понять природу "экзотичных" ионов в сверхтекучем гелии. Выполненные оценки подвижности заряженных комплексов качественно согласуются с имеющимися экспериментами. Предложены методы определения характеристик автолокализованных состояний электронов в оптических экспериментах.

Авторы признательны Е.Б. Гордону и В.Ф. Шмидту за полезные обсуждения.

1. В. Б. Шикин, УФН **121**, 457 (1977).
2. A. F. Borghesani, *Ions and Electrons in Liquid Helium*, Oxford University Press, Oxford (2007).
3. H. J. Maris, J. Phys. Soc. Jpn. **77**, 111008 (2008).
4. C. S. M. Doake and P. W. F. Gribbon, Phys. Lett. A **30**, 252 (1969).
5. G. G. Ihas and T. M. Sanders, Jr., Phys. Rev. Lett. **27**, 383 (1971).
6. G. G. Ihas, *Ph.D. thesis*, University of Michigan (1971).
7. V. L. Eden and P. V. E. McClintock, Phys. Lett. A **102**, 197 (1984).
8. C. D. H. Williams, P. C. Hendry, and P. V. E. McClintock, J. Appl. Phys. **26**, 105 (1987).
9. W. Wei, Z. Xie, L. N. Cooper, G. M. Seidel, and H. J. Maris, J. Low Temp. Phys. **178**, 78 (2015).
10. T. M. Sanders, Jr. and G. G. Ihas, Phys. Rev. Lett. **59**, 1722 (1987).
11. H. J. Maris, J. Low Temp. Phys. **120**, 173 (2000).
12. A. G. Khrapak and W. F. Schmidt, Low Temp. Phys. **37**, 387 (2011).
13. V. Elser, J. Low Temp. Phys. **180**, 363 (2015).
14. C. F. Barenghi, R. J. Donnelly, and W. F. Vinen, J. Low Temp. Phys. **52**, 189 (1983).
15. R. J. Donnelly, *Quantized Vortices in Helium II*, Cambridge University Press, Cambridge (1991).
16. R. J. Donnelly and C. F. Barenghi, J. Phys. Chem. Ref. Data **27**, 1254 (1998).
17. J. A. Northby and T. M. Sanders, Jr., Phys. Rev. Lett. **18**, 1184 (1967).
18. C. C. Grimes and G. Adams, Phys. Rev. B **41**, 6366 (1990).
19. C. C. Grimes and G. Adams, Phys. Rev. B **45**, 2305 (1992).
20. A. Y. Parshin and S. V. Pereverzev, JETP Lett. **52**, 282 (1990).
21. A. Y. Parshin and S. V. Pereverzev, Sov. Phys. JETP **74**, 68 (1992).