## Интенсификация акустических пучков в кристаллах при конверсии мод вблизи полного внутреннего отражения

В. И. Альшиц<sup>1)</sup>, Д. А. Бессонов, В. Н. Любимов

Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова

Федеральный научно-исследовательский центр "Кристаллография и фотоника" РАН, 119333 Москва, Россия

Поступила в редакцию 1 июня 2017 г.

Найдены геометрические условия, при которых вблизи полного внутреннего отражения акустического пучка в кристалле реализуется конверсия мод. При этом вся энергия падающей волны накачки идет на возбуждение узкого интенсивного отраженного пучка, близкого по структуре к собственной моде. Указан согласованный выбор ориентаций сагиттальной плоскости и поверхности, исключающий отражение паразитной волны утечки.

DOI: 10.7868/S0370274X17130094

Интенсивные акустические пучки имеют широкое применение в технике и медицине [1, 2]. Ранее [3, 4] нами был предложен новый принцип генерации таких пучков в кристаллах, основанный на специфике распространения звуковых волн в анизотропных средах. Сжатие пучка нетрудно реализовать вблизи полного внутреннего отражения (рис. 1), когда



Рис. 1. Схема возбуждения узкого пучка вблизи полного внутреннего отражения.  $\mathbf{P}_i$ ,  $\mathbf{P}_{r1}$  и  $\mathbf{P}_{r2}$  – векторы Пойнтинга падающего (i), паразитного (r1) и возбуждаемого (r2) пучков

один из отраженных пучков (r2) распространяется под малым углом к поверхности и поэтому его ширина может быть сделана произвольно малой.

Впрочем, одного сужения пучка для увеличения его интенсивности недостаточно: требуется еще, чтобы в него поступала заметная часть энергии из падающего пучка (i). В изотропной среде последнее невозможно: по мере сжатия пучка в него попадает пропорционально меньшее количество энергии, так что интенсивность пучка не растет. То же происходит и в кристалле без специального подбора ориентаций поверхности и плоскости отражения. Однако в анизотропных средах существуют такие выделенные ориентации, вблизи которых сужение пучка не приводит к уменьшению доли попадающей в него энергии, что эквивалентно нарастанию его интенсивности.

В частности, если выбрать границу параллельной плоскости симметрии кристалла с нормалью  $\mathbf{n}_0$ , то на этой границе всегда есть направление  $\mathbf{m}_0$  распространения особой объемной волны (ООВ) [5,6], удовлетворяющей условию свободной границы. Согласно [3,4], в случаях, когда эта волна принадлежит средней полости поверхности медленности кристалла, выбор геометрии отражения  $\{\mathbf{n}, \mathbf{m}\}$  в малой окрестности  $\{\mathbf{n}_0, \mathbf{m}_0\}$  отвечает резонансной области, где узкий отраженный пучок имеет повышенную интенсивность.

В работах [3,4] мы ограничились рассмотрением возмущенных геометрий  $\{\mathbf{n}_0, \mathbf{m}\}$ , когда поверхность кристалла оставалась неизменной, а плоскость отражения (сагиттальная плоскость) поворачивалась вокруг  $\mathbf{n}_0$  на малый угол  $\varphi = \angle(\mathbf{m}, \mathbf{m}_0)$ . При этом повышение интенсивности возбуждаемого пучка r2регулировалось углом  $\varphi$ , а утечка энергии в паразитный пучок r1 целиком определялась сочетанием между модулями упругости и могла быть уменьшена только соответствующим подбором кристалла.

В работе [7] рассмотрен другой вариант теории, когда аналогичный резонанс в гексагональном кристалле регулировался углом поворота поверхности вокруг направления распространения невозмущенной ООВ. В этом случае конверсия возникает тоже только при выполнении определенного соотношения между модулями упругости.

Далее будет впервые показано, что конверсия резонанса вблизи полного внутреннего отражения (т.е.

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: valshits@mail.ru

схема на рис. 1 без паразитного пучка r1) может быть реализована почти в любом удобном для экспериментов акустическом кристалле путем согласованного изменения ориентаций границы и сагиттальной плоскости.

Рассмотрим произвольный кристалл с плотностью  $\rho$  и тензором модулей упругости  $c_{ijkl}$ . Плоская граница P кристалла определяется единичной нормалью  $\mathbf{n} = \mathbf{n}(\psi, \chi)$ , повернутой на малый угол  $\psi = \angle(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0)$  относительно нормали  $\mathbf{n}_0$  к исходной границе  $P_0$  (рис. 2), вдоль которой возможно распро-



Рис. 2. Ориентация нормали  $\mathbf{n}$  к плоскости поверхности *P* кристалла относительно нормали  $\mathbf{n}_0$  к невозмущенной границе  $P_0$ 

странение ООВ. При этом ось поворота (пунктирная линия в плоскости  $P_0$ ) задается углом  $\chi$ , который варьируется в интервале  $[0, \pi]$ .

В новой плоскости границы P выберем единичный вектор **m**, который вместе с **n** задает сагиттальную плоскость – плоскость волновых векторов парциальных волн, участвующих в отражении. Направление **m** в плоскости P будет задаваться углом  $\varphi$ , отсчитываемым от проекции невозмущенного вектора **m**<sub>0</sub> на границу P.

Ниже для компактизации уравнений мы будем также использовать альтернативные обозначения для введенных малых углов

$$\phi_1 = \varphi, \quad \psi_2 = \psi. \tag{1}$$

Впрочем, в развиваемой ниже теории параметрами малости окажутся не сами эти углы, а их квадраты (в радианной мере).

Структура волнового поля исследуемого отражения может быть представлена в виде

$$\left\{\begin{array}{c} \mathbf{u}(\mathbf{r},t)\\ \frac{\mathrm{i}}{k}\mathbf{n}\hat{\sigma}(\mathbf{r},t) \end{array}\right\} = \sum_{\alpha=1}^{4} C_{\alpha} \left(\begin{array}{c} \mathbf{A}_{\alpha}\\ \mathbf{L}_{\alpha} \end{array}\right) \exp\left[\mathrm{i}(\mathbf{k}_{\alpha}\cdot\mathbf{r}-\omega t)\right],\tag{2}$$

где **u** – вектор смещений,  $\hat{\sigma}$  – тензор напряжений,  $C_{\alpha}$  – амплитуды парциальных волн,  $\mathbf{A}_{\alpha}$  и  $\mathbf{L}_{\alpha}$  – нормированные ( $\mathbf{A}_{\alpha}^2 = 1$ ) векторы поляризации смещений и напряжений,  $\omega$  – частота,  $\mathbf{k}_{\alpha} = k(\mathbf{m} + p_{\alpha}\mathbf{n})$  – волновые векторы парциальных компонент, k – их общая проекция на направление **m**, которая определяет приведенную скорость (tracing speed)  $v = \omega/k$  стационарного перемещения волнового поля (2) вдоль границы.

Суперпозиция (2) включает четыре парциальные моды – две отраженные ( $\alpha = 1, 2$ ) – паразитную (r1) и возбуждаемую (r2), а также локализованную у границы моду,  $\alpha = 3$  (l), и падающую волну накачки,  $\alpha = 4$  (i). Существенно, что падающая (i) и возбуждаемая (r2) волны принадлежат разным полостям (sheets) поверхности медленности. Только локализованная компонента  $\alpha = 3$  (l) характеризуется комплексными векторами поляризации  $A_3$ ,  $L_3$  и параметром  $p_3$ .

Управляющими параметрами резонанса являются оптимизированные характеристики геометрии отражения  $\{n, m\}$ , т.е. ориентации поверхности и сагиттальной плоскости, а также связанный с ними угол падения  $\alpha$  волны накачки. Как видно из рис. 3, на котором показана схема резонансного отражения,



Рис. 3. Схема резонансного отражения. Показан фрагмент сечения поверхности медленности сагиттальной плоскостью

угол падения  $\alpha$ , выбираемый вблизи порогового угла  $\hat{\alpha}$  полного внутреннего отражения ( $\alpha = \hat{\alpha} + \delta \alpha$ ), непосредственно связан с приведенной скоростью  $v = \omega/k$ волнового поля в окрестности предельной скорости  $\hat{v}$ . При этом настроечный угол  $\delta \alpha$ , регулирующий резонанс отражения, прямо связан с разностью  $\delta v =$  $= v - \hat{v} \approx \delta p^2/2\kappa$  [4]:

$$\delta \alpha = \frac{\delta v}{\hat{v}} A = \frac{A}{2\kappa \hat{v}} \delta p^2, \quad A = \frac{\hat{v}}{1 + p_i^2} \left(\frac{\partial p_i}{\partial v}\right)_{v=\hat{v}}, \quad (3)$$

Письма в ЖЭТФ том 106 вып. 1-2 2017

где  $\kappa$  – радиус кривизны сечения средней полости поверхности медленности сагиттальной плоскостью в предельной точке, отвечающей  $v = \hat{v}$ .

Векторы  $\mathbf{A}_{\alpha}$  и  $\mathbf{L}_{\alpha}$  в (2) в совокупности составляют шестимерный вектор

$$\boldsymbol{\xi}_{\alpha} = (\mathbf{A}_{\alpha}, \mathbf{L}_{\alpha})^T, \qquad (4)$$

где верхний индекс T означает транспонирование. Эти векторы вместе с параметрами  $p_{\alpha}$  находятся как собственные векторы и собственные значения  $6 \times 6$ матрицы Стро  $\hat{N}$  [3,8]:

$$\hat{N}\boldsymbol{\xi}_{\alpha} = p_{\alpha}\boldsymbol{\xi}_{\alpha}.$$
(5)

Граничное условие свободной границы кристалла  $\mathbf{n}\hat{\sigma} = 0$  при  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = 0$  с помощью (2) сводится к уравнению

$$C_{r1}\mathbf{L}_1 + C_{r2}\mathbf{L}_2 + C_l\mathbf{L}_3 + C_i\mathbf{L}_4 = 0.$$
 (6)

С учетом полноты и ортогональности собственных векторов  $\boldsymbol{\xi}_{\alpha}$  ( $\alpha = 1, ..., 6$ ) из (6) находятся коэффициенты отражения  $R_{1,2}$  в форме отношений смешанных произведений [3]:

$$R_1 = \frac{C_{r1}}{C_i} = -\frac{[\mathbf{L}_4 \mathbf{L}_2 \mathbf{L}_3]}{[\mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 \mathbf{L}_3]}, \quad R_2 = \frac{C_{r2}}{C_i} = \frac{[\mathbf{L}_4 \mathbf{L}_1 \mathbf{L}_3]}{[\mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 \mathbf{L}_3]}.$$
 (7)

Коэффициенты  $R_{1,2}$  определяют степень участия отраженных волн в общем волновом поле. При этом величина  $R_2$  вблизи невозмущенной волновой геометрии ( $\varphi = \psi = 0, \, \delta p = 0$ ), обладает очевидными сингулярными свойствами. Действительно, в этой геометрии волновая суперпозиция (2) распадается на два независимых решения – особую объемную волну и трехпарциальное отражение, удовлетворяющих соответствующим граничным условиям – фрагментам уравнения (6):

$$\mathbf{L}_{02} = 0,$$
 (8)

$$C_{r1}\mathbf{L}_{01} + C_l\mathbf{L}_{03} + C_i\mathbf{L}_{04} = 0, (9)$$

где индекс 0 у векторов означает исходную невозмущенную конфигурацию. Таким образом, вблизи этой конфигурации вектор  $L_2$  должен быть мал, а остальные векторы  $L_1$ ,  $L_3$  и  $L_4$  приближаются к компланарности. В результате как числитель, так и знаменатель отношения (7) для  $R_2$  должны независимо стремиться к нулю, что и предопределяет сингулярность  $R_2$ . Именно отсюда возникает резонансный характер отражения, а значит и обсуждаемый эффект. При этом величина  $R_1$  в (7) сингулярностью не обладает, поскольку здесь малый вектор  $L_2$  присутствует как в знаменателе, так и в числителе.

В работе [3] были получены приближенные выражения для коэффициентов отражения R<sub>1.2</sub> при малых отклонениях геометрии отражения от исходной вырожденной конфигурации в общем случае произвольной анизотропии при условии, что возмущение осуществлялось поворотом  $\varphi$  сагиттальной плоскости вокруг неизменной нормали **n**<sub>0</sub> к поверхности. Здесь мы обобщим этот результат, варьируя одновременно ориентации как сагиттальной плоскости  $(\mathbf{m}_0 \rightarrow \mathbf{m})$ , так и границы кристалла  $(\mathbf{n}_0 \rightarrow \mathbf{n})$ . При этом векторы  $\mathbf{L}_{\alpha}$  в (7) будут считаться функциями параметров  $\delta p, \varphi, \psi$  и  $\chi$  (см. рис. 2). Последний (не малый) угол  $\chi$ , задающий ось поворота **n**, на этом этапе будет считаться фиксированным. Его влияние на эффект мы изучим далее численными методами. А по остальным малым параметрам можно провести разложение выражений (7). Действуя по аналогии с [3], получим

$$R_1 = -\frac{F^{(4)}\delta p + G^{(4)}_{ij}\phi_i\phi_j}{F^{(1)}\delta p + G^{(1)}_{ij}\phi_i\phi_j}, \quad R_2 = \frac{H_i\phi_i}{F^{(1)}\delta p + G^{(1)}_{ij}\phi_i\phi_j},$$
(10)

где углы  $\phi_i$  (i = 1, 2) – переобозначение углов  $\varphi$  и  $\psi$  (1), по повторяющимся индексам подразумевается суммирование и введены новые обозначения

$$F^{(\alpha)} = \left[ \mathbf{L}_{\alpha} \frac{\partial \mathbf{L}_{2}}{\partial p_{2}} \mathbf{L}_{3} \right]_{0}, \quad H_{i} = \left( \frac{\partial}{\partial \phi_{i}} [\mathbf{L}_{1} \mathbf{L}_{4} \mathbf{L}_{3}] \right)_{0}, \quad (11)$$
$$G_{ij}^{(\alpha)} = \left( \frac{\partial \mathbf{L}_{2}}{\partial \phi_{i}} \frac{\partial}{\partial \phi_{j}} [\mathbf{L}_{\alpha} \times \mathbf{L}_{3}] + \frac{1}{2} \left[ \mathbf{L}_{\alpha} \frac{\partial^{2} \mathbf{L}_{2}}{\partial \phi_{i} \partial \phi_{j}} \mathbf{L}_{3} \right] \right)_{0}. \tag{12}$$

Индексы 0 означают, что после вычисления производных результат берется при  $\varphi = \psi = 0, \, \delta p = 0.$ 

Вместо коэффициентов отражения (7) удобнее ввести количественные характеристики обсуждаемого резонанса – коэффициент потерь  $K_1$  (доля падающего потока энергии, уносимая паразитной волной) и коэффициент усиления  $K_2$  (отношение интенсивностей возбуждаемой и падающей волн):

$$K_1 = \frac{P_1}{P_4} = |R_1|^2 \frac{s_1}{s_4}, \quad K_2 = \frac{P_2}{P_4} = |R_2|^2 \frac{s_2}{s_4},$$
 (13)

где  $P_{\alpha}$ ,  $s_{\alpha}$  – длины векторов Пойнтинга  $\mathbf{P}_{\alpha}$  и лучевых скоростей  $\mathbf{s}_{\alpha} || \mathbf{P}_{\alpha}$  парциальных волн, причем, согласно [3], в тех же терминах:  $s_{\alpha i} = (A_{\alpha i} c_{ijtl} A_{\alpha l}) k_{\alpha t} / \rho \omega$ . Вместо коэффициента потерь  $K_1$  может служить коэффициент эффективности (КПД эффекта)  $\eta =$  $= 1 - K_1$ .

Обозначим для компактности

$$G_{ij}^{(\alpha)}/F^{(\alpha)} = \lambda_{ij}^{(\alpha)} \equiv \lambda_{ij}^{\prime(\alpha)} + i\lambda_{ij}^{\prime\prime(\alpha)}, \ H_i/F^{(1)} = \mu_i.$$
 (14)

Подставляя выражения (10) в терминах (14) в формулы (13), получим

$$K_{1} = \left| \frac{F^{(4)}}{F^{(1)}} \right|^{2} \frac{(\delta p + \lambda_{ij}^{\prime(4)} \phi_{i} \phi_{j})^{2} + (\lambda_{ij}^{\prime\prime(4)} \phi_{i} \phi_{j})^{2}}{(\delta p + \lambda_{ij}^{\prime(1)} \phi_{i} \phi_{j})^{2} + (\lambda_{ij}^{\prime\prime(1)} \phi_{i} \phi_{j})^{2}}, \quad (15)$$

$$K_2 = \frac{(\mu_i \phi_i)^2 s_2 / s_4}{(\delta p + \lambda_{ij}^{\prime(1)} \phi_i \phi_j)^2 + (\lambda_{ij}^{\prime\prime(1)} \phi_i \phi_j)^2}.$$
 (16)

Формула (15) позволяет свести критерий конверсии  $K_1 = 0$  к системе уравнений

$$\lambda_{ij}^{\prime\prime(4)}\phi_i\phi_j = 0, \quad \delta p = -\lambda_{ij}^{\prime(4)}\phi_i\phi_j,$$
 (17)

в которой первое уравнение определяет соотношение между углами поворотов сагиттальной плоскости ( $\phi_1 \equiv \varphi$ ) и нормали к поверхности ( $\phi_2 \equiv \psi$ ) при фиксированном положении ( $\chi$ ) оси поворота вектора **n** (см. рис. 2). Второе уравнение при найденном соотношении между  $\varphi$  и  $\psi$  задает величину  $\delta p$ , а тем самым конверсионный угол падения  $\delta \alpha$  (3).

Соотношение (17) между углами  $\varphi$  и  $\psi$  сводится к квадратному уравнению относительно их отношения. Существование вещественных корней этого уравнения (а значит и конверсии), вообще говоря, не гарантировано. Впрочем, численные вычисления для большого числа кристаллов разных сингоний не дали нам примеров отсутствия таких корней. Более того, анализ показывает, что для любых гексагональных кристаллов при выборе невозмущенной конфигурации { $\mathbf{n}_0, \mathbf{m}_0$ } с границей, параллельной оси симметрии 6, и направлением распространения ООВ, ортогональным этой оси, указанное уравнение всегда имеет вещественные корни (конечно, при условии, что ООВ принадлежит средней полости поверхности медленности, т.е. при  $c_{44} > c_{66}$ ):

$$\psi = \gamma_{\pm}\varphi,\tag{18}$$

$$\gamma_{\pm} = \pm \frac{(c_{44} - 2c_{66})[c_{44}(c_{11} - 2c_{66}) + c_{13}(c_{44} - 2c_{66})]}{2c_{44}(c_{11} - c_{44})\sqrt{c_{66}(c_{44} - c_{66})}}$$

В этом случае поворот **n** на угол  $\psi$  предполагается вокруг направления **m**<sub>0</sub>, что отвечает углу  $\chi = \pi/2$ на рис. 2.

Таким образом, согласованное изменение ориентаций поверхности и сагиттальной плоскости действительно обеспечивает принципиальную реализуемость конверсии отражения во многих кристаллах. Как мы видели в [3, 4, 7], при поворотах только одной из этих плоскостей достичь того же можно лишь дополнительным подбором кристаллов с определенными сочетаниями модулей упругости. Например, если бы мы поворачивали только сагиттальную плоскость вокруг неизменной нормали  $\mathbf{n}_0$  к границе, как в работах [3,4], т.е. при  $\psi = 0$ , то вместо системы (17) получили бы два уравнения типа

$$\lambda''\varphi^2 = 0, \quad \delta p = \lambda'\varphi^2. \tag{19}$$

При  $\varphi \neq 0$  первое из них эквивалентно требованию  $\lambda'' = 0$ , что может реализоваться лишь при определенных соотношениях между модулями упругости. В случае гексагонального кристалла таким соотношением является [3]  $c_{44} = 2c_{66}$ . Как видно из (18), при выполнении условия  $c_{44} = 2c_{66}$  мы получили бы конверсию отражения уже при  $\psi = 0$ .

Судя по справочнику [9], близкие соотношения между модулями действительно реализуются в ряде гексагональных кристаллов, например в графите. Тем не менее, надо признать, что кристаллы для осуществления эффекта гораздо практичнее подбирать, исходя из технологических и/или экономических соображений, а конверсию отражения получать путем их правильной акустической юстировки.

Перепишем общие условия конверсии (17) в компактной форме

$$\psi = \gamma_{\pm}\varphi, \quad \delta p = \lambda_{\pm}\varphi^2.$$
 (20)

При вещественных корнях  $\gamma_{\pm}$  эти условия задают для каждого угла  $\chi$  (см. рис. 2) два варианта ориентаций поверхности, сагиттальной плоскости и угла падения, обеспечивающих конверсию мод вблизи полного внутреннего отражения.

При этом, как и ожидалось, коэффициент усиления  $K_2$  (16), очевидно, должен быть большим, будучи обратно пропорциональным квадрату малого параметра:

$$K_2^{\rm con} \propto \varphi^{-2} \propto \psi^{-2}.$$
 (21)

Как уже оговаривалось в работах [3, 4], неограниченное нарастание  $K_2^{\rm con}$  (21) при уменьшении угла  $\varphi$  не должно нас обманывать. Рост амплитуды (21) резонансного пика (16) сопровождается сужением его пирины. И как только эта ширина по углам падения  $\delta \alpha$  окажется меньше естественной дифракционной расходимости пучка, дальнейшее приближение падающей волны к углу полного внутреннего отражения становится бессмысленным. Вместо концентрирования энергии в отражениом пучке  $r^2$  все большая его часть будет выходить из резонанса. Впрочем, оценки показывают [3, 4], что при достаточно высоких частотах ~ 100 МГц, обеспечивающих низкую расходимость падающего пучка, можно получить коэффициент усиления  $K_2 \sim 5-10$ .

Обсуждая оптимизацию резонанса, следует иметь в виду также иерархию малостей управляющих параметров. Как видно из (20),  $\delta p \propto \varphi^2 \propto \psi^2$ , а из (3)



Рис. 4. Зависимости коэффициентов усиления  $K_2$  и эффективности  $\eta$  от угла падения  $\delta \alpha$  и угла отклонения сагиттальной плоскости  $\varphi$  в кристалле сегнетовой соли ( $\mathbf{m}_0 \| z \, \mathbf{n}_0 \| x$ ) для поверхности невозмущенной (a) и отклоненной (b) на углы  $\chi = 0.12$  и  $\psi = 0.44$ 

следует, что  $\delta \alpha \propto \delta p^2$ . Таким образом, настроечный угол падения  $\delta \alpha$  оказывается критически малым параметром ( $\delta \alpha \propto \varphi^4 \propto \psi^4$ ), так что его увеличение является принципиально важной задачей. И дело здесь не только в неудобствах, связанных с повышением требований к точности обработки кристаллов: величина  $\delta \alpha$  физически ограничена снизу расходимостью пучков. Для увеличения настроечного угла  $\delta \alpha$ , помимо подбора подходящих акустических кристаллов, существуют и другие резервы. Одним из них является регулирование угла  $\chi$  (см. рис. 2). Другой резерв связан с разумным компромиссом. Как показано в [3, 4], можно существенно увеличить  $\delta \alpha$ , смирившись с небольшим снижением эффективности  $\eta$ .

Далее мы проиллюстрируем проведенный анализ результатами численных расчетов для ряда акустических кристаллов. Характеристики резонанса будут вычисляться по точным формулам (7), (13). При этом мы будем варьировать также угол  $\chi$  и не станем ограничивать область рассмотрения малыми углами  $\varphi$  и  $\psi$ .

На рис. 4 на примере кристалла сегнетовой соли (при выборе  $\mathbf{n}_0 \| x, \mathbf{m}_0 \| z$  в кристаллофизической системе координат [10]) представлено сопоставление зависимостей коэффициентов усиления  $K_2(\delta\alpha, \varphi)$  и эффективности  $\eta(\delta\alpha, \varphi)$  для двух ориентаций границы: (a) – параллельной плоскости симметрии кристалла  $xy \ (\psi = 0)$  и (b) – повернутой определенным образом  $(\psi = 0.44, \chi = 0.12)$ . В первом случае во всей области изменения углов  $\delta\alpha$  и  $\varphi$  отражение остается вдали от конверсии, что предопределяет малые значения коэффициента  $K_2$  и низкую эффективность  $\eta$  резонанса. Во втором случае появляется довольно широкая область ориентаций  $\delta\alpha$  и  $\varphi$ , где отражение близко к конверсии, коэффициент  $K_2$  резко возрастает, а эффективность  $\eta$  приближается к 100 %.

На рис. 5 на примере кристалла ниобата лития показана оптимизация параметров  $\delta \alpha_m$  и  $\eta_m$ , отвечающих фиксированному значению  $K_2 = 5$ , при варьировании ориентации нормали **n** к поверхности, т.е. углов  $\psi$  и  $\chi$ . Для каждого направления **n** строилась зависимость  $K_2(\delta \alpha, \varphi)$ , аналогичная показанной на рис. 4b, по которой определяли значения  $\delta \alpha_m$  и  $\varphi_m$ , соответствующие экстремальной точке на "хребте" с амплитудой  $K_2 = 5$ . Поэтому каждой точке на поверхностях  $\delta \alpha_m(\psi, \chi)$  и  $\eta_m(\psi, \chi)$  на рис. 5 отвечает свой угол  $\varphi_m$ . Как видно из рисунка, вариациями углов  $\psi$  и  $\chi$  можно существенно повысить и  $\delta \alpha_m$ , и  $\eta_m$ .

		Положение нормали <b>n</b>				
Сингония	Кристалл			$\varphi_m$	$\delta \alpha_m$	$\eta$
		$\chi_m$	$\psi_m$	(рад)	(рад)	(%)
		(рад)	(рад)			
Кубическая	LiF	0.210	0.294	0.13	0.008	88.7
$\mathbf{m}_0 \  [1\bar{1}0],  \mathbf{n}_0 \  [110]$						
Ромбическая	Сегнетова соль	0.180	0.470	-0.08	0.010	98.4%
$\mathbf{m}_0 \  x,  \mathbf{n}_0 \  z$						
Гексагональная	ZnS	0.028	0.476	0.32	0.008	93.4
$\mathbf{m}_0 \  x,  \mathbf{n}_0 \  y$						
Тетрагональная	Парателлурит	0.090	0.030	0.07	0.013	99.8
$\mathbf{m}_0 \  x,  \mathbf{n}_0 \  z$						
Тригональная	Кварц	0.012	0.600	0.48	0.043	75.0
$\mathbf{m}_0 \  x',  \mathbf{n}_0 \  y$						
$x' = (\cos \varphi_0, 0, \sin \varphi_0)$						
$\varphi_0 = -0.76$						

Таблица 1. Характеристики резонанса для акустических кристаллов разных сингоний



Рис. 5. Зависимости угла падения  $\delta \alpha_m$  и коэффициента эффективности  $\eta_m$  от углов  $\psi$  и  $\chi$  при  $K_2 = 5$ для кристалла ниобата лития LiNbO<sub>3</sub>.  $\mathbf{m}_0 || x', \mathbf{n}_0 || y,$  $x' = (\cos \varphi_0, 0, \sin \varphi_0), \varphi_0 = 0.46$ 

При этом положения максимумов на поверхностях не совпадают, но довольно близки, что допускает разумный компромисс при выборе геометрии. В таблице приведены геометрические параметры и соответствующие значения  $\delta \alpha_m$  и  $\eta_m$  для серии акустических кристаллов разных сингоний. Большинство из них обещают достаточно высокую эффективность резонанса.

Настроечный угол  $\delta \alpha_m$  даже после компромисса остается довольно малым (в среднем ~ 0.01 рад), но приемлемым для эксперимента. Впрочем, для кварца угол  $\delta \alpha_m$  в несколько раз больше, чем упомянутые типичные значения.

- D. Royer and E. Dieulesaint, *Elastic Waves in Solids*, Springer, Berlin (2000), v. I, II.
- А. Е. Пономарев, С. И. Булатицкий, О. А. Сапожников, Акуст. Журн. 53(2), 157 (2007).
- В.И. Альшиц, Д.А. Бессонов, В.Н. Любимов, ЖЭТФ 143(6), 1077 (2013).
- В.И. Альшиц, Д.А. Бессонов, В.Н. Любимов, ЖЭТФ 149(4), 796 (2016).
- P. Chadwick and G. P. Smith, Adv. Appl. Mech. 17, 303 (1977).
- В. И. Альшиц, Е. Лоте, Кристаллография 24(6), 1122 (1979).
- В. И. Альшиц, Д. А. Бессонов, В. Н. Любимов, Кристаллография 58(6), 868 (2013).
- 8. N. Stroh, J. Math. Phys. 41, 77 (1962).
- H. H. Landolt, R. Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften Technik. Neue Serie, III/11, ed. by K.-H. Hellwege, Springer, Berlin (1979).
- 10. Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская, Основы кристаллофизики, Наука, М. (1979).