Письма в ЖЭТФ, том 106, вып. 2, с. 119 – 122

О принципиальной возможности создания лазерного эталона локального акустического давления в жидкости

И. Л. Расковская[1)]

Национальный исследовательский университет "МЭИ", 111250 Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 июня 2017 г.

После переработки 19 июня 2017 г.

Исследована возможность установления однозначной связи между значением амплитуды локального акустического давления в жидкости и параметрами лазерного излучения, рассеянного на микрочастицах, находящихся в данной области. Принципиальная трудность задачи, которую не удавалось преодолеть в предшествующих работах, обусловлена неконтролируемым фазовым набегом зондирующих лазерных пучков даже в простейшем случае гармонической акустической волны. Показано, что учет нелинейных составляющих фазового набега позволяет однозначно выразить амплитуду локального избыточного давления в области интерференции двух пересекающихся лазерных пучков через параметры среды и параметры рассеянного излучения, что свидетельствует о принципиальной возможности создания лазерного эталона акустического давления в жидкости.

DOI: 10.7868/S0370274X17140120

В последнее время широкое распространение получили бесконтактные лазерные методы измерений параметров жидких сред, которые находят применение в научных экспериментах и технологиях, связанных с необходимостью невозмущающего контроля исследуемых процессов [1, 2]. Значительный интерес представляет разработка методов лазерной диагностики акустических полей, поскольку это позволит в конечном итоге создать эталоны таких параметров, как звуковое давление, колебательная скорость и других, привязанных к лазерному эталону длины и частоты. Информация о параметрах ультразвука в жидкости лежит в основе ряда современных технологий, поэтому в настоящее время ультразвуковые поля представляют собой один из актуальных объектов исследования [3, 4].

Работы по исследованию возможностей создания лазерного эталона акустического давления путем измерения колебательной скорости находящихся в исследуемой среде микрочастиц на основе лазерных интерференционных схем были начаты в 1991 г. в рамках международного проекта INTAS-93-0344-ext [5–11]. Принцип измерений основан на зондировании среды лазерными пучками, регистрации излучения, рассеянного движущимися под воздействием акустического поля частицами, и определении его спектральных параметров с целью нахождения скорости частицы и соответствующих параметров акустического поля в области ее локализации. Роль "измерительной линейки" для определения смещения частицы играет сетка интерференционных полос в области пересечения двух лазерных пучков (рис. 1). При

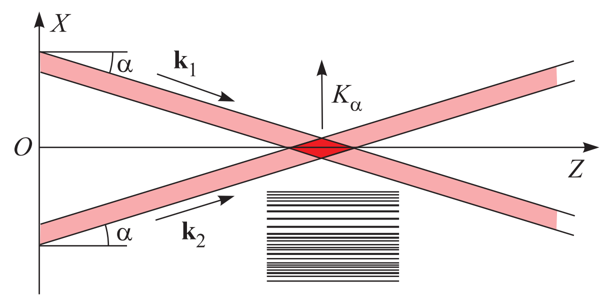

Рис. 1. (Цветной онлайн) Интерференция лазерных пучков в среде с акустической волной

некотором сдвиге частот $\Delta\omega$ зондирующих лазерных пучков возникает движение интерференционных полос, что приводит к периодическому изменению интенсивности регистрируемого излучения, рассеянного на локализованной в измерительном объеме частице. При наличии колебаний частицы, вызванных акустическим полем, определенным образом изменяются параметры регистрируемого сигнала, что обуславливает возможность восстановления амплитуды колебательной скорости частицы и связанного с ней локального акустического давления [12]. Привлекательность данного метода заключается в возможности определения именно *локальных* акустических параметров в области расположения частиц в объеме

[1)]e-mail: raskovskail@mail.ru

среды, причем без нарушения структуры исследуемого поля.

Однако в ходе исследований [5–11] было выявлено, что даже в простейшем случае гармонической акустической волны возникает неконтролируемый фазовый набег распространяющихся в акустическом поле лазерных пучков, приводящий к колебанию интерференционных полос с частотой колебаний микрочастицы, что принципиально не позволяет измерить ее скорость.

Тем не менее, как будет показано далее, учет нелинейных составляющих фазового набега и локальной связи амплитуды колебательной скорости частицы с амплитудой колебаний показателя преломления позволяет однозначно выразить акустическое давление в месте положения микрочастицы через параметры рассеянного на ней лазерного излучения.

Рассмотрим соотношения между оптическими и механическими характеристиками жидкой среды при наличии акустического поля [1, 12]. Под его действием плотность среды меняется во времени и в пространстве, соответственно, изменяется ее показатель преломления, причем последний зависит как от параметров акустического поля, так и от акустооптических свойств среды.

Пусть в среде при $z > 0$ распространяется гармоническая акустическая волна, колебательная скорость частиц в которой изменяется по закону

$$U(\mathbf{r},t), = U_m(\mathbf{r})\sin(\Omega_a t - \Phi_a(\mathbf{r})), \qquad (1)$$

а соответствующая зависимость показателя преломления имеет вид [1]:

$$n(\mathbf{r},t) = n_0 + \Delta n(\mathbf{r})\sin(\Omega_a t - \Phi_a(\mathbf{r})), \qquad (2)$$

где Ω_a – акустическая частота, Φ_a – фаза акустической волны, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения.

Амплитуды изменения показателя преломления Δn и акустического давления Δp локально связаны с амплитудой колебательной скорости U_m элементарного объема [12]:

$$\Delta n = C_0 n_0 \frac{U_m}{c_a}, \qquad (3)$$

$$\Delta p = c_a \rho_0 U_m, \qquad (4)$$

где c_a – скорость звука в среде, C_0 – акустооптическая константа среды, ρ_0 – плотность, n_0 – показатель преломления невозмущенной среды.

Для описания распространения лазерных пучков в неоднородной среде с показателем преломления $n(\mathbf{r},t)$ воспользуемся формой записи лучевых уравнений [13], соответствующей гамильтониану

$$H(\mathbf{p},\mathbf{r}) = p - n(\mathbf{r}), \quad p = \sqrt{\mathbf{p}^2}, \qquad (5)$$

где $\mathbf{p}$ – обобщенный импульс.

Задачу будем считать квазистационарной, тогда время t является параметром, который пока не указываем для краткости записи.

Положив $H = 0$, получим уравнения семейства лучей в лазерном пучке, которые будут иметь вид [13]:

$$\frac{d\mathbf{r}}{d\sigma} = \frac{\mathbf{p}}{n}, \quad \frac{d\mathbf{p}}{d\sigma} = \nabla n, \qquad (6)$$

причем

$$\mathbf{p} = \nabla\psi, \quad \frac{d\mathbf{r}}{d\sigma} = \mathbf{l}, \qquad (7)$$

где ψ – эйконал (оптический путь) определяется по формуле

$$\psi = \psi_0 + \int\limits_{\sigma_0}^{\sigma} n d\sigma, \qquad (8)$$

$d\sigma$ – элемент длины вдоль траектории луча, ψ_0 – начальное значение эйконала на входе пучка в неоднородную среду, $\mathbf{l}$ – единичный вектор, касательный к лучу.

Фаза φ семейства лучей в лазерном пучке связана с эйконалом соотношениями

$$\varphi = k_0\psi, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \qquad (9)$$

где k_0 – волновое число, λ_0 – длина волны оптического излучения в вакууме. Соответственно градиент фазы в точке наблюдения с учетом первого уравнения из (6) и (7) определится как

$$\nabla\varphi = k_0\nabla\psi = k_0 n\mathbf{l} = \mathbf{k}, \qquad (10)$$

где $\mathbf{k} = \mathbf{k}(\mathbf{r})$ – волновой вектор в точке наблюдения. В области интерференции двух пучков им будут соответствовать векторы $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_1(\mathbf{r})$ и $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_2(\mathbf{r})$ (см. рис. 1).

Информативной характеристикой, позволяющей определить скорость движения частицы в области интерференции пучков, является зависимость от времени интенсивности поля, рассеянного частицей. Будем считать, что интенсивность рассеянного поля пропорциональна интенсивности I интерференционного поля в точке локализации частицы, определяемой радиус-вектором $\mathbf{r}(x,y,z)$. Интенсивность можно найти на основе интерференционной формулы, учитывающей постоянный сдвиг частот $\Delta\omega$ между зондирующими пучками [10]:

$$I = I_0(1 + \cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi(x,y,z,t)), \qquad (11)$$

где $\Delta\varphi(x,y,z,t)$ – разность набега фаз пучков в области интерференции в соответствии с условиями их распространения.

Рассеянное движущейся частицей регистрируемое поле зависит от времени и его можно трактовать как сигнал с мгновенной частотой $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \Delta\omega - \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial t} - \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial x}\frac{dx}{dt} - \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial y}\frac{dy}{dt} - \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial z}\frac{dz}{dt}, \quad (12)$$

где $x(t)$, $y(t)$ и $z(t)$ – текущие координаты движущейся частицы.

С учетом (10) получаем:

$$\omega(t) = \Delta\omega - \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial t} - \mathbf{KU}, \quad (13)$$

где $\mathbf{U}$ – вектор скорости частицы, $\mathbf{K}$ – разностный волновой вектор, направленный вдоль оси OX в соответствии с рис. 1,

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1, \quad (14)$$

модуль которого равен

$$K = 2k_0 n \sin\alpha, \quad (15)$$

где значение α определяется как половина угла между лазерными пучками.

Если акустическое поле и соответственно изменение показателя преломления описывается гармоническими функциями (1), (2), то, как следует из (13), рассеянное поле представляет собой частотно-модулированный сигнал с мгновенной частотой вида

$$\omega(t) = \Delta\omega_0 + \Delta\omega_1\cos(\Omega_a t + \Phi_1) + \Delta\omega_2\cos(2\Omega_a t + \Phi_2), \quad (16)$$

где $\Delta\omega_1$ выражается через величину $\frac{\partial\Delta\varphi}{\partial t}$ – производную неконтролируемого разностного фазового набега, приобретаемого пучками при распространении в неоднородной среде и зависящего от их траекторий. Невозможность выразить измеряемую величину $\Delta\omega_1$ через локальные характеристики среды не позволяет осуществить измерение скорости частицы на основной частоте акустического поля.

Однако, как следует из (1), (2), (15), скалярное произведение $\mathbf{KU}$ в (13) зависит только от скорости частицы и локального значения показателя преломления в месте ее расположения. С учетом связи (3), величина $\mathbf{KU}$ – это квадратичное слагаемое относительно скорости частицы (или амплитуды изменения показателя преломления), что дает возможность провести косвенные измерения скорости на второй гармонике акустического поля, т.е. измерять $\Delta\omega_2$. Выразим $\Delta\omega_0$ и $\Delta\omega_2$ в (16) через локальные характеристики среды, представив для этого скалярное произведение в виде

$$\mathbf{KU} = 2U_{\mathrm{k}} k_0 n(x,y,z,t)\sin\alpha, \quad (17)$$

где U_{k} – проекция колебательной скорости частицы на направление разностного вектора $\mathbf{K}$.

В дальнейшем будем предполагать, что направление зондирования всегда можно выбрать так, чтобы амплитуда колебаний U_{k} была максимальной, т.е. равнялась U_m. Подставляя в (17) выражения для $n(x,y,z,t)$ и $U_{\mathrm{k}}(x,y,z,t)$ в виде (1), (2) и учитывая (3), получим

$$\mathbf{KU} = \frac{K_0 c_a}{C_0}\frac{\Delta n}{n_0} \times \left[\sin(\Omega_a t - \Phi_a(\mathbf{r})) + \frac{\Delta n}{n_0}\sin^2(\Omega_a t - \Phi_a(\mathbf{r}))\right], \quad (18)$$

где

$$K_0 = 2k_0 n_0 \sin\alpha. \quad (19)$$

Выражая квадратичное слагаемое в (18) через вторую гармонику акустического поля и сопоставляя полученный результат с (16), находим

$$\Delta\omega_0 = \Delta\omega - \frac{K_0 c_a}{2C_0}\frac{\Delta n^2}{n_0^2}, \quad (20)$$

$$\Delta\omega_2 = \frac{K_0 c_a}{2C_0}\frac{\Delta n^2}{n_0^2}. \quad (21)$$

Преобразуем (21) с учетом (3) и (19):

$$\Delta\omega_2 = \frac{k_0 n_0 C_0 \sin\alpha}{c_a} U_m^2 \quad (22)$$

или

$$\Delta\nu_2 = \frac{n_0 C_0 \sin\alpha}{\lambda_0 c_a} U_m^2. \quad (23)$$

При измеренном значении девиации частоты $\Delta\nu_2 = \Delta\omega_2/(2\pi)$ амплитуда колебательной скорости частицы может быть найдена как

$$U_m = \sqrt{\frac{c_a \lambda_0 \Delta\nu_2}{C_0 n_0 \sin\alpha}}, \quad (24)$$

а акустическое давление выражено через амплитуду колебательной скорости из (4):

$$\Delta p = c_a \rho_0 \sqrt{\frac{c_a}{C_0}\frac{\lambda_0 \Delta\nu_2}{\sin\alpha}}. \quad (25)$$

Например, для воды $C_0 = 0.24$, $c_a = 1485$ м/с, $n_0 = 1.33$, $\rho_0 = 10^3$ кг/м^3, при параметрах лазерного излучения $\lambda_0 = 0.6328$ мкм, $\alpha = 30°$ и измеренном значении $\Delta\nu_2 = 10$ Гц получим $U_m = 0.23$ м/с, $\Delta p = 3.4 \cdot 10^5$ Па.

При наличии кавитационного шума, имеющего в своем спектре вторую гармонику акустического поля, в качестве информативного параметра целесообразно использовать сдвиг центральной частоты (20) временного спектра рассеянного поля, возникающий из-за наличия нелинейного слагаемого в (18) и численно равный $\Delta\omega_2 = 2\pi\Delta\nu_2$. Моделирование сигнала на основе методики работы [14] показало, что для приведенного в качестве примера значения акустического давления сдвиг центральной частоты может быть определен на основе спектрального анализа сигнала с погрешностью, не превышающей 1 % при сравнимых значениях амплитуды сигнала и СКО шума и времени регистрации сигнала порядка 0.1 с. Увеличением времени регистрации можно снизить указанную погрешность и выполнять измерения при более низком акустическом давлении. При малой интенсивности ультразвука (в отсутствие кавитации) можно измерить как сдвиг центральной частоты, так и девиацию на второй гармонике. Принципиальным ограничением в данном случае будет значение нестабильности частоты $\Delta\omega$ на интервале времени регистрации рассеянного поля. Разработка методики обработки соответствующих сигналов является самостоятельной задачей и требует дополнительных исследований.

Из выражений (24), (25) следует, что амплитуды колебательной скорости частицы и локального акустического давления в области интерференции пучков однозначно могут быть определены через невозмущающее измерение девиации частоты на второй гармонике или сдвига центральной частоты спектра сигнала, регистрируемого от рассеянного поля, константы среды и параметры зондирующего лазерного излучения, что свидетельствует о принципиальной возможности создания лазерного эталона акустического давления в жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект # 14-08-00948а). Автор благодарит Б.С. Ринкевичюса и В.А. Гречихина за полезные обсуждения работы.

---

1. O. A. Evtikhieva, B. S. Rinkevichyus, and I. L. Raskovskaya, *Laser Refractography*, Springer, N.Y. (2010).
2. И. Н. Павлов, И. Л. Расковская, А. В. Толкачев, ЖЭТФ **151**(4), 670 (2017).
3. А. П. Брысев, В. Ю. Юров, Письма в ЖЭТФ **99**(2), 94 (2014).
4. Л. М. Крутянский, А. П. Брысев, Р. В. Клопотов, Письма в ЖЭТФ **101**(1), 64 (2015).
5. S. H. Jack, D. B. Hann, and C. A. Greated, Rev. Scientific Instruments **69**(12), 4074 (1998).
6. D. B. Hann and C. A. Greated, Acta Acustica **85**, 401 (1999).
7. R. I. Crickmore, S. H. Jack, D. B. Hann, and C. A. Greated, Optics and Laser Technology **31**, 85 (1999).
8. Б. С. Ринкевичюс, С. В. Сильвестров, А. М. Трохан, *Проблемы метрологического обеспечения гидроакустических измерений*, Изд-во НПО ВНИИФТРИ, М. (1992).
9. D. B. Hann, C. A. Greated, B. S. Rinkevichius, V. A. Grechikhin, A. V. Tolkachev, and A. V. Stepanov, Laser Anemometry: Advances and Appl., Proc. 7th Int. Conf., Univ. of Karlsruhe (1997), p. 102–114.
10. В. А. Гречихин, И. Л. Расковская, Б. С. Ринкевичюс, А. В. Толкачев, Квантовая электроника **33**(8), 742 (2003).
11. И. Л. Расковская, Радиотехника и электроника **49**(11), 1382 (2004).
12. A. Korpel, *Acoustooptics*, Marcel Dekker, N.Y. and Basel (1988).
13. Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов, *Геометрическая оптика неоднородных сред*, Наука, М. (1980)
14. Ю. А. Буренков, В. А. Гречихин, Б. С. Ринкевичюс, Измерительная техника **7**, 36 (1995).