

Влияние постоянного электрического поля на диэлектрическую проницаемость плотных и холодных атомных ансамблей

И. М. Соколов¹⁾

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 28 июля 2017 г.

На основе квантового микроскопического подхода рассчитан тензор диэлектрической проницаемости плотных и холодных атомных ансамблей, помещенных в электростатическое поле. Проанализированы анизотропные свойства и дисперсия рассматриваемых систем. Показано, что электрооптические эффекты в исследуемых ансамблях проявляются существенно иначе, чем в разреженных, для которых резонансным диполь-дипольным взаимодействием между атомами можно пренебречь. Обнаруженные особенности объяснены влиянием электрического поля на характер коллективных эффектов, существенно влияющих на оптические свойства ансамблей взаимодействующих атомов.

DOI: 10.7868/S0370274X17170118

Целью настоящей работы является анализ электрооптических эффектов в невырожденных атомных ансамблях, охлажденных до субдоплеровских температур в атомных ловушках. Подобные ансамбли вызывают в настоящее время пристальный интерес из-за возможности их практического использования для решения широкого круга задач квантовой метрологии, стандартизации частоты, квантово-информационных приложений [1–4]. Управление оптическими свойствами этих ансамблей посредством вспомогательных постоянных или квазирезонансных переменных полей открывает дополнительные перспективы их применения.

В самое последнее время особое внимание привлекают плотные ансамбли, в которых средняя длина свободного пробега резонансных фотонов соизмерима с их длиной волны. Такое внимание связано с возможностью создания атомных облаков с очень большой оптической толщиной, что важно практически для всех обсуждаемых применений. Помимо этого, подобные ансамбли проявляют ряд уникальных физических свойств. В качестве примера приведем эффекты субизлучения, коллективный лэмбовский сдвиг, безрезонаторную лазерную генерацию и возможную сильную локализацию света, которые или принципиально невозможны в средах с низкой плотностью или сильно подвалены в таких средах (см. [5–8] и ссылки там). В данной работе мы покажем, что проявление и механизмы электрооптических эффектов в плотных и разреженных холодных газах также существенно различаются.

В случае разреженного газа, оптические свойства которого можно описать в рамках одноатомного приближения, влияние постоянного электрического поля можно детально проанализировать на основе известного выражения для тензора диэлектрической проницаемости, полученного в квантовой теории дисперсии (см., например, [9])

$$\chi_{\mu\nu}(\omega) = -\frac{n}{\hbar} \sum_{eg} \frac{\mathbf{d}_{ge}^{\mu} \mathbf{d}_{eg}^{\nu}}{(\omega - \omega_{eg}) + i\gamma/2}, \quad (1)$$

где n – концентрация атомов, γ – естественная ширина возбужденного состояния, $\omega_{eg} = \omega_a + \Delta\omega_{eg}^S$ – частота атомного перехода, которая отличается от частоты перехода в свободном атоме ω_a на величину штарковского сдвига уровней $\Delta\omega_{eg}^S$, обусловленного электрическим полем.

При написании (1) мы пренебрегли доплеровским уширением, учитывая низкую температуру ансамбля, и предположили типичную ситуацию невозбужденного газа, когда все атомы находятся в основном состоянии.

Соотношение (1) вместе с известным выражением для штарковского сдвига [10] показывает, что включение электрического поля при фиксированной частоте света изменяет как коэффициент преломления так и коэффициент поглощения среды. Причем газ становится анизотропным – характер этих изменений зависит от поляризации света и/или направления его распространения. Однако, как следует из формулы (1), модификация свойств разреженных газов обусловлена исключительно сдвигом атомных резонансов. Амплитуда и ширина самих резонансов не изменяются.

¹⁾e-mail: ims@is12093.spb.edu

Принципиальное отличие плотных ансамблей обусловлено влиянием резонансного межатомного диполь-дипольного взаимодействия. Состояния таких ансамблей не может быть корректно описано на основе одноатомной матрицы плотности [11–13]. По существу здесь мы имеем дело с гигантской квазимолекулой, объединяющей все атомы рассматриваемой системы. Для анализа электрооптических эффектов в этом случае воспользуемся квантовым микроскопическим подходом [11, 14], использованным ранее для анализа коллективных явлений в плотных атомных облаках. Расчет проведем для атомного перехода $J = 0 \leftrightarrow J = 1$, который характерен для атомов второй группы, например, атому стронция.

Метод состоит в решении уравнения Шредингера для волновой функции объединенной системы, состоящей из атомов и электромагнитного поля. При описании поля учитываются все моды, в том числе моды вакуумного термостата, что позволяет в рамках единого подхода рассмотреть и взаимодействие атомов с внешним излучением и резонансное диполь-дипольное взаимодействие атомов между собой и процессы спонтанного распада. Основным приближением является ограничение числа состояний системы, учитываемых в расчете. Рассматривая типичный случай возбуждения слабым излучением, мы ограничиваемся только состояниями, содержащими не более одного фотона. Кроме этого, учитывая низкие температуры атомных ансамблей, мы пренебрегаем движением атомов.

В рассматриваемом приближении все бесконечное число квантовых амплитуд можно выразить через амплитуды состояний с одним возбужденным атомом в облаке и полем в вакуумном состоянии $b_e(t)$ (индекс e определяет номер возбужденного атома и зеемановский подуровень состояния, на который он возбужден). Фурье-компоненты $b_e(\omega)$ этих амплитуд удовлетворяют следующей системе алгебраических уравнений (подробнее см. [14]):

$$[(\omega - \omega_a)\delta_{ee'} - \Sigma_{ee'}(\omega)]b_{e'}(\omega) = V_e. \quad (2)$$

В (2) $\delta_{ee'}$ – отстройка частоты излучения, вектор V_e задает возбуждение различных атомов внешним излучением, а матрица $\Sigma_{ee'}(\omega)$ описывает спонтанный распад атома в случае $e = e'$ и обмен фотонами между атомами ансамбля, если индексы e и e' соответствуют возбужденным состояниям разных атомов.

Для произвольного положения атомов система (2) решается численно. Остаточное тепловое движение холодных атомов в этом подходе учитывают усреднением по их случайному пространственному распределению.

Обобщение этого метода в случае наличия электростатического поля сводится к введению в гамильтониан системы дополнительного слагаемого, описывающего взаимодействие атомов с этим полем. В этом случае в системе координат с осью квантования, направленной вдоль постоянного поля, матрица $\Sigma_{ee'}(\omega)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \Sigma_{ee'}(\omega) = & -\gamma/2(i + \Delta_e)\delta_{ee'} + (1 - \delta_{ee'}) \times \\ & \times \sum_{\mu, \nu} \frac{\mathbf{d}_{eg}^\mu \mathbf{d}_{g'e'}^\nu}{\hbar r^3} \exp\left(i\frac{\omega_a r}{c}\right) \times \\ & \times \left[\delta_{\mu\nu} \left(1 - i\frac{\omega_a r}{c} - \left(\frac{\omega_a r}{c}\right)^2\right) - \right. \\ & \left. - \frac{\mathbf{r}_\mu \mathbf{r}_\nu}{r^2} \left(3 - 3i\frac{\omega_a r}{c} - \left(\frac{\omega_a r}{c}\right)^2\right) \right]. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь $\Delta_e = 2\Delta\omega_{eg}^S/\gamma$ – штарковский сдвиг перехода $e \leftrightarrow g$ в единицах естественной полуширины линии, индексы μ и ν означают проекции соответствующих векторов на оси выбранной системы координат, $r = |\mathbf{r}|$ – расстояние между атомами, возбужденными в состояниях e и e' .

Решение уравнения (2) с матрицей $\Sigma_{ee'}(\omega)$, задаваемой соотношением (3), позволяет нам найти амплитуды однократно возбужденных состояний $b_e(\omega)$. Последние, в свою очередь, дают возможность вычислить амплитуды всех остальных состояний, учитываемых в расчете [14], и, таким образом, определить волновую функцию системы, т.е. описать свойства как атомов, так и света максимально подробно, как только возможно в рамках квантового подхода.

Расчета тензора диэлектрической проницаемости проведем на основе вычислений атомной поляризации $P_\mu(\mathbf{r}, t)$, наводимой в среде внешним электромагнитным излучением

$$P_\mu(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \sum_{a \in \Delta V} \langle d_\mu^{(a)} \rangle, \quad (4)$$

где $d_\mu^{(a)}$ – оператор проекции дипольного момента атома a . Сумма в (4) вычисляется по всем атомам, находящимся в мезоскопическом объеме ΔV вблизи точки \mathbf{r} . Квантовомеханическое усреднение проводится по найденной волновой функции изучаемой системы.

Используемый метод позволяет рассмотреть атомные ансамбли произвольной формы и с произвольным пространственным распределением атомов. Для целей данной работы удобно рассмотреть ансамбль, имеющий форму цилиндра со случайной, но однородной в среднем плотностью. Будем считать, что этот ансамбль облучается с одного из тор-

цов плоской монохроматической волной, волновой вектор которой направлен вдоль оси цилиндра.

Для определения двух главных значений тензора восприимчивости проанализируем две основные поляризационные схемы, для которых направление вектора наведенной атомной поляризации будет совпадать с направлением вектора поляризации возбуждающего света. В первом случае вектор напряженности постоянного электрического поля направлен вдоль оси цилиндра, а внешнее квазирезонансное излучение циркулярно поляризовано. Второй случай соответствует излучению, линейно поляризованному вдоль постоянного поля. Последнее предполагают ориентированным перпендикулярно оси рассматриваемого цилиндрического объема. Заметим, что в обоих случаях поляризация электромагнитного излучения не будет изменяться при его распространении в атомной среде.

На рис. 1 показано пространственное распределение амплитуды и фазы комплексной атомной поля-

ризации в случае распространения света вдоль направления постоянного поля. Напряженность этого поля выбрана такой, чтобы расстояние между подуровнями с $m = 0$ и $m = \pm 1$ значительно превосходило сдвиги, обусловленные резонансным диполь-дипольным взаимодействием. Конкретные расчеты проведены для $\Delta = |\Delta_{m=0} - \Delta_{m=\pm 1}| = 1000$ и облака длиной $L = 10\lambda$ и радиуса $R = 20\lambda$ ($\lambda = k_0^{-1} = \lambda/2\pi$, λ – длина волны света). Концентрация атомов – $n = 0.1\lambda^{-3}$. Такая концентрация достаточно велика для наблюдения коллективных эффектов и в то же время она вполне достижима в реальных экспериментах [15]. Чтобы избежать влияния граничных эффектов и эффектов дифракции, мы рассчитываем атомную поляризацию вблизи оси цилиндра, где ее зависимость от r можно пренебречь. Кривые рис. 1 соответствуют области $r < 10\lambda$. Кривые построены для различных отстроек $\delta = \omega - \omega_a - \Delta\omega_{eg}^S$ внешнего излучения от резонансной частоты соответствующего перехода.

Результаты, приведенные на рис. 1, получены усреднением по 10^5 случайных пространственных конфигураций атомов в ансамбле. Кривые не подвергались дополнительному сглаживанию, поэтому даже для сравнительно большого числа испытаний на них присутствуют следы флуктуаций. Однако, несмотря на это, кривые на рис. 1 позволяют сделать ряд важных заключений относительно исследуемого пространственного распределения. Главное из них состоит в том, что вне торцевых пограничных областей фаза волны поляризации нарастает линейно, а амплитуда убывает по одноэкспоненциальному закону. Следовательно, здесь пространственная зависимость поляризации имеет вид $P(z) = P_0 \exp(i(k' + ik'')z)$.

Знание атомной поляризации позволяет сделать определенные заключения о характере распространения в ней электромагнитного излучения. Три усредненные величины – атомная поляризация, напряженность поля излучения и индукция пропорциональны друг другу. Коэффициенты пропорциональности для областей вдали от границ не могут зависеть от координат в силу квазиоднородности среды. Следовательно, координатная зависимость средней напряженности электромагнитной волны \mathcal{E} в соответствующей области определяется тем же законом, что и $P(z)$, т.е. $\mathcal{E}(z) = \mathcal{E}_0 \exp(i(k' + ik'')z)$.

Вещественная k' и мнимая k'' части волнового числа могут быть найдены по углу наклона в области линейной зависимости величин, изображенных на рис. 1. Мы проделали соответствующий расчет для различных частот внешнего излучения. Кроме

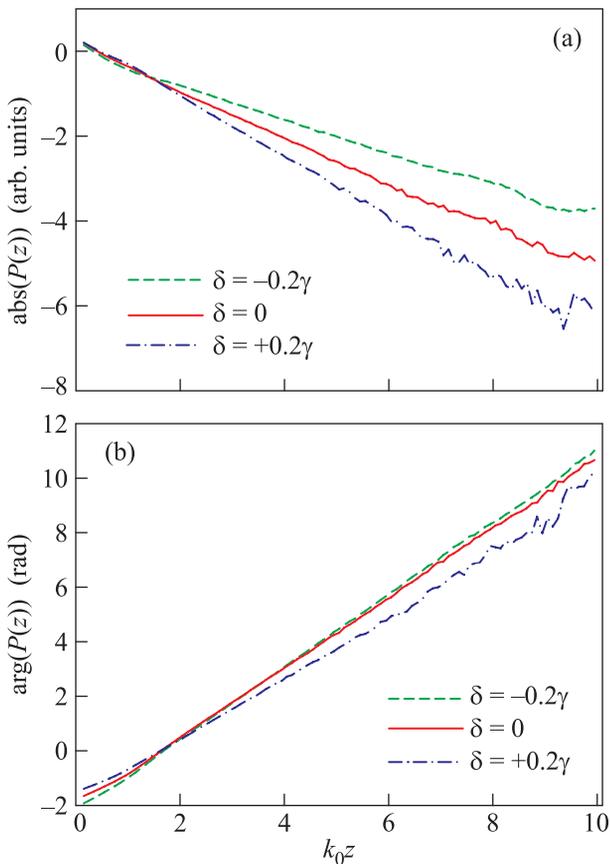


Рис. 1. (Цветной онлайн) Пространственное распределение атомной поляризации, наведенной внешним монохроматическим излучением в случайно неоднородной среде. (a) – Амплитуда поляризации, полулогарифмический масштаб. (b) – Фаза

этого мы повторили вычисления для линейно поляризованного излучения, распространяющегося перпендикулярно вектору напряженности электростатического поля и определили спектральные зависимости k' и k'' для обеих рассматриваемых поляризаций. Эти зависимости показаны на рис. 2.

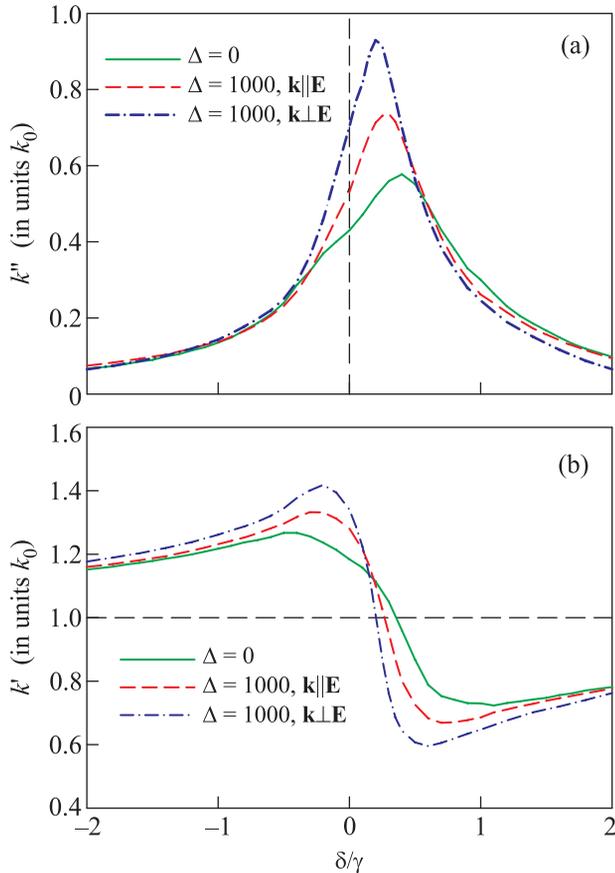


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектральная зависимость мнимой (а) и вещественной (б) частей комплексного волнового числа в среде. Расчеты проведены при тех же параметрах, что и для рис. 1

Чтобы выявить влияние электростатического поля на форму линии атомного перехода, полученные результаты мы сравнили со случаем, когда это поле отсутствует ($\Delta = 0$). Отстройки частоты внешнего излучения δ для разных кривых отсчитывают с учетом разных штарковских сдвигов.

Знание комплексного волнового числа в среде для двух рассмотренных геометрий позволяет рассчитывать главные значения тензора комплексной диэлектрической проницаемости. Данные вычисления можно выполнить по известным соотношениям: $\epsilon' = \text{Re}(\epsilon) = (k'^2 - k''^2)/k_0^2$ и $\epsilon'' = \text{Im}(\epsilon) = 2k'k''/k_0^2$. Результаты этого расчета представлены на рис. 3. Здесь также для сравнения приведены законы дис-

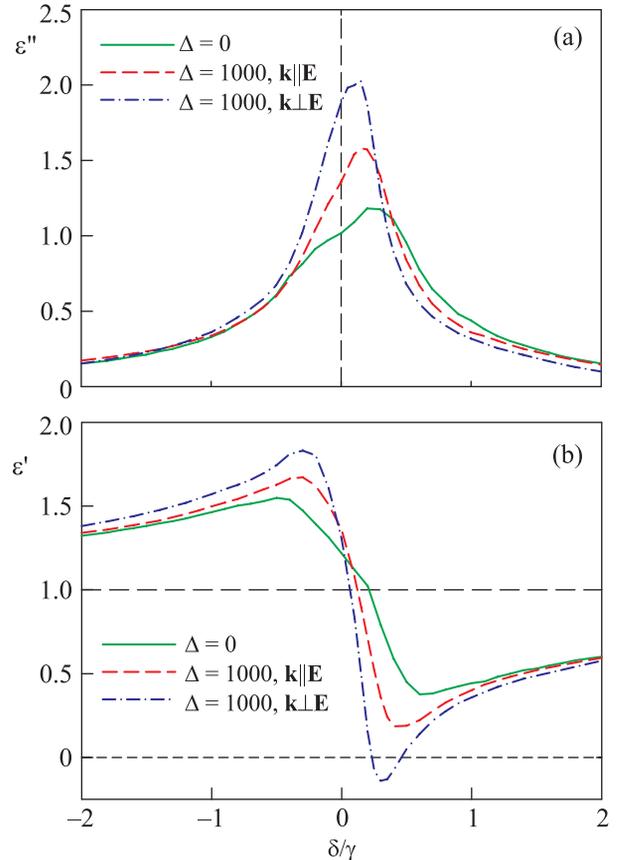


Рис. 3. (Цветной онлайн) Мнимая (а) и вещественная (б) части главных значений тензора диэлектрической проницаемости. Расчеты проведены при тех же параметрах, что и для рис. 1

персии плотной среды в отсутствие электростатического поля.

Кривые, приведенные на рис. 2 и 3, демонстрируют основные качественные особенности электрооптических эффектов в плотных и холодных атомных газах по сравнению с холодными, но разреженными атомными ансамблями.

В разреженной среде электростатическое поле не меняет форму атомного резонанса. Меняется только резонансная частота, амплитуда и ширина остаются неизменными. Для плотных сред ситуация принципиально иная. Во-первых, диполь-дипольное взаимодействие в плотных средах в отсутствие электростатического поля само приводит к искажению формы и сдвигу резонансов, который принято называть коллективным лэмбовским [16–18]. Такие искажения хорошо видны на сплошных кривых, показанных (см. рис. 2 и 3). Включение поля приводит к дополнительным изменениям параметров атомных резонансов. Сравнение пунктирных и штрихпунктирных кривых

со сплошными на этих же рисунках показывает, что в электрическом поле меняется и форма, и амплитуда, и ширина линии атомного перехода. Более того, наблюдаемый дополнительный сдвиг резонанса отличается от штарковского даже с учетом коллективного лэмбовского.

Влияние поля проявляется по-разному в двух основных поляризационных каналах. На переходе $m = 0 \leftrightarrow m = 0$ это влияние заметно сильнее (штрихпунктирные кривые на рис. 2 и 3). Для рассмотренных параметров на этом переходе коэффициент поглощения увеличивается более чем в полтора раза. Вещественная часть диэлектрической проницаемости меняет знак (см. рис. 3b). Следовательно, направление наведенных диполей в определенной области спектра противоположно направлению электрического поля в среде. Причем в условиях рассматриваемой плотности это имеет место только при наличии электростатического поля.

Для циркулярно поляризованного излучения, распространяющегося вдоль поля, электрооптические эффекты проявляются слабее (пунктирные кривые на рис. 2 и 3), но и здесь они не являются малыми.

Обнаруженные особенности электрооптических эффектов в плотных газах связаны с особым механизмом влияния постоянного поля. Если в разреженных ансамблях штарковский сдвиг влияет только на одноатомную восприимчивость, то в плотных он приводит дополнительно к модификации резонансного диполь-дипольного взаимодействия. Последнее, как известно, может быть объяснено межатомным обменом виртуальными фотонами. Сдвиги атомных уровней в электрическом поле приводят к изменению характера этого обмена, а следовательно, и самого взаимодействия. Таким образом, электрическое поле влияет на характер многоатомных коллективных эффектов. Такое опосредованное влияние на свойства атомных систем через воздействие и модификацию ближнего поля атомов и межатомные корреляции оказывается существенно эффективнее, чем непосредственное воздействие, проявляющееся в одноатомных эффектах.

В заключение заметим, что рассмотренные особенности коллективных электрооптических эффектов помимо холодных газов могут наблюдаться и для еще одного важного класса физических систем, а именно, для ансамблей примесных центров в прозрачных диэлектриках. Локальные случайные поля диэлектрика, приводящие к сдвигам уровней примесных центров, разумеется, ослабляют резонансное взаимодействие между этими центрами, но высокие

твердотельные концентрации примесей при определенных условиях могут компенсировать эту нерезонансность, и коллективные корреляционные эффекты и в этом случае могут быть существенны [19].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (проект # 17-12-01085). Результаты работы были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

1. L. V. Hau, *Nature Photonics* **2**, 451 (2008).
2. D. Bouwmeester, A. Ekert, and A. Zeilinger, *The Physics of Quantum Information*, Springer-Verlag, Berlin (2001).
3. B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley, and J. Ye, *Nature* **506**, 71 (2014).
4. S. L. Bromley, B. Zhu, M. Bishof, X. Zhang, T. Bothwell, J. Schachenmayer, T. L. Nicholson, R. Kaiser, S. F. Yelin, M. D. Lukin, A. M. Rey, and J. Ye, *Nature Communications* **7**, 11039 (2016).
5. D. S. Wiersma, *Nature Physics* **4**, 359 (2008).
6. W. Guerin, M. O. Araujo, and R. Kaiser, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 083601 (2016).
7. S. J. Roof, K. J. Kemp, M. D. Havey, and I. M. Sokolov, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 073003 (2016).
8. S. E. Skipetrov and I. M. Sokolov, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 053902 (2015).
9. Д. Н. Клышко, *Физические основы квантовой электроники*, Наука, М. (1986), 296 с.
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, М. (1982), 621 с.
11. Ya. A. Fofanov, A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, and M. D. Havey, *Phys. Rev. A* **84**, 053811 (2011).
12. J. Javanainen, J. Ruostekoski, Yi Li, and S.-M. Yoo, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 113603 (2014).
13. S. D. Jenkins, J. Ruostekoski, J. Javanainen, S. Jennewein, R. Bourgain, J. Pellegrino, Y. R. P. Sortais, and A. Browaeys, *Phys. Rev. A* **94**, 023842 (2016).
14. И. М. Соколов, Д. В. Куприянов, М. Д. Хэви, *ЖЭТФ* **139**, 288 (2011).
15. S. Balik, A. L. Win, M. D. Havey, I. M. Sokolov, and D. V. Kupriyanov, *Phys. Rev. A* **87**, 053817 (2013).
16. R. Friedberg, S. R. Hartmann, and J. T. Manassah, *Phys. Rep.* **7**, 101 (1973).
17. M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 143601 (2009).
18. J. T. Manassah, *Adv. Opt. Photonics* **4**, 108 (2012).
19. A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, *Phys. Rev. A* **94**, 022511 (2016).