Письма в ЖЭТФ, том 106, вып. 7, с. 417 – 421 © 2017 г. 10 октября

Радиационные потери альфа-частиц на тяжелых ионах в термоядерной плазме

А. В. Демура[+1)], *Д. С. Леонтьев*[+], *В. С. Лисица*[+*], *В. А. Шурыгин*[+]

[+] *Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

[*] *Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", 119409 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 28 августа 2017 г.

Исследован новый канал радиационных потерь в термоядерной плазме с примесями многоэлектронных ионов, обусловленный их возбуждением быстрыми альфа-частицами. Показано, что этот канал потерь для примеси вольфрама оказывается сравнимым со значением стандартных радиационных потерь электронов плазмы.

DOI: 10.7868/S0370274X17190031

Радиационные потери плазмы на примесях важны для определения режимов работы термоядерного реактора [1], и обычно их связывают с излучением, обусловленным возбуждением ионов примеси электронами [1]. Оказывается, однако, что и возбуждение быстрыми ионами, в первую очередь альфа-частицами, может быть существенным. В данной работе оценены радиационные потери плазмы, вызванные возбуждением альфа-частицами многозарядных ионов вольфрама, сохраняющих значительное количество связанных электронов даже при температурах максимального выхода термоядерной реакции [2]. Выбор вольфрама связан с его использованием для камер современных термоядерных установок [3]. Показано, что этот новый канал радиационных потерь плазмы на примесях, обусловленный альфа-частицами, оказывается сопоставимым в сравнении со стандартным вкладом электронов плазмы.

Для предварительной оценки эффекта используем общую формулу для сечений неупругих переходов быстрыми частицами, см. (148.18) из [4]. Удобно выразить сечение через силу осцилляторов перехода $f_{\rm in}$, умножив ее на энергию возбуждения. Далее для расчета радиационных потерь следует умножить сечение на скорость налетающей частицы и концентрацию примесных ионов, что дает

$$\frac{dE}{dt} = v_{\alpha,e}\sigma_{\rm in}\Delta E N_w = 4\pi z_{\alpha,e}^2 \frac{f_{\rm in}}{v_{\alpha,e}} \ln\left(\frac{v_{\alpha,e}}{v_0}\right) N_w. \quad (1)$$

Из (1) следует, что отношение потерь альфа-частиц к электронным потерям не будет содержать концентрацию примеси, а определяется лишь отношением плотностей обеих компонент, их зарядов и скоростей. Подставляя соответствующие значения параметров возбуждающих частиц, получим для типичного отношения плотностей альфа-частиц N_α и электронов N_e порядка 10^{-2} [5] отношение потерь R порядка 30 %. В действительности приведенная оценка является весьма приближенной, поскольку оперирует с асимптотическим (борновским) приближением. При этом для радиационных потерь следует учитывать силы осцилляторов только для связанно-связанных переходов, ответственных за излучение.

Проблема расчета радиационных потерь быстрых частиц на тяжелых примесях является непростой квантовомеханической задачей, связанной с возбуждением очень сложной атомарной структуры многоэлектронных ионов. Ранее радиационные потери альфа-частиц на примеси железа оценивались на основе общей структуры сечений возбуждения [6], но при термоядерных температурах у ионов железа уже нет связанных электронов. Далее для более сложных ионов вольфрама применен статистический метод описания атомарной структуры многоэлектронных ионов, см. работы [7–11].

Общая формула для искомого отношения потерь энергии альфа-частицами и электронами плазмы очевидна:

$$R = Q_\alpha/Q_e, \quad (2)$$

где $Q_{\alpha,e}$ – радиационные потери альфа-частиц, обозначаемые индексом α, и электронов, обозначаемые индексом e, соответственно.

Важно указать, что особенность зависимости R от температуры термоядерной плазмы обусловлена пропорциональностью плотности альфа-частиц скоростному коэффициенту термоядерной реакции, в то

1)e-mail: demura45@gmail.com

время как плотность электронов практически постоянна. Для расчета радиационных потерь ниже используем статистические модели возбуждения многоэлектронного иона примеси заряженными частицами плазмы в предположении выполнения условий коронального равновесия. Естественно, что отношение потерь (2) должно рассчитываться в рамках одной и той же версии статистической модели как для альфа-частиц, так и для электронов.

Согласно этому подходу радиационные потери $Q_{e,\alpha}$ заряженных частиц выражаются через статистические сечения фотовозбуждения примесных ионов $\sigma_{\mathrm{ph}}(\omega)$ и поток эквивалентных фотонов, определяемый квадратом фурье-разложения электрического поля налетающих заряженных частиц, действующего на связанные электроны примесного иона. А именно, для вычисления радиационных потерь $Q_{e,\alpha}$ эти статистические сечения фотовозбуждения следует умножить на энергию фотона $\hbar\omega$ и число эквивалентных фотонов $N_{e,\alpha}(\omega)$ и проинтегрировать по всем поглощаемым частотам. В результате величина полных радиационных потерь энергии $Q_{e,\alpha}$ на одну примесную частицу приобретает вид (ср. [7, 10, 11]:

$$\frac{Q_{e,\alpha}}{N_w} = \int\limits_0^{\omega_{e,\alpha}^{(\max)}} d\omega \cdot N_{e,\alpha}(\omega)\sigma_{\mathrm{ph}}(\omega)\hbar\omega =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}}\left(\frac{\hbar^2 c}{e^2}\right)\int\limits_0^{\omega_{e,\alpha}^{(\max)}} d\omega \cdot \hbar\omega \cdot \sigma_{\mathrm{ph}}(\omega) \times$$

$$\times \int\limits_{v_{\min,e,\alpha}(\omega)}^{v_{\max,e,\alpha}} d^3 v_{e,\alpha} f_{e,\alpha}(v_{e,\alpha})\frac{g(\nu_{e,\alpha})}{v_{e,\alpha}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ e^{-2\pi\nu_\alpha} \end{array} \right. ,$$

$$\nu_{e,\alpha} = \frac{e^2 z_\alpha z_{\mathrm{eff}}(\omega)\omega}{m_{e,\alpha} v_{e,\alpha}^3},$$

$$v_{\max,e,\alpha} = \left\{ \begin{array}{l} \infty \\ \sqrt{2E_{\max,\alpha}/m_\alpha} \end{array} \right. ,$$

$$v_{\min,e,\alpha} = \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{2\hbar\omega/m_e} \\ \sqrt{\hbar\omega/2m_e} \end{array} \right. , \qquad (3)$$

где N_w – плотность примесных ионов вольфрама в плазме с зарядом z, $\sigma_{\mathrm{ph}}(\omega)$ – сечение фотопоглощения в статистическом подходе на данной частоте ω, $N_{e,\alpha}(\omega)$ – число эквивалентных фотонов с частотой ω, создаваемое ансамблем налетающих заряженных частиц, движущимся по классическим траекториям в поле многоэлектронного иона, $g(\nu)$ – Гаунт-фактор, учитывающий искривление кулоновской траектории, e, (ez_α), $m_{e,\alpha}$, $v_{e,\alpha}$ – заряд, масса и скорость отдельной заряженной частицы электрона или альфа-частицы, $f_{e,\alpha}(v_{e,\alpha})$ – соответствующие функции распределения по скоростям, нормированные на число частиц, $E_{\max,\alpha}$ – скорость альфа-частиц при рождении. В случае отталкивающего потенциала подынтегральное выражение в (3) дополнительно умножается на фактор $\exp(-2\pi\nu_\alpha)$. Определение $z_{\mathrm{eff}}(\omega)$ будет приведено далее на основе статистических моделей. Подразумевается, что потери (3) суммируются по ионизационному распределению примеси в плазме. Ниже используются две основные статистические модели – локальной плазменной частоты (ЛПЧ) [7, 12] и модель, основанная на физических принципах Крамерсовской электродинамики [13].

Исходным пунктом статистического подхода является пропорциональность сил осцилляторов атомных переходов локальной атомной электронной плотности $n(r)$. Кроме того, в модели ЛПЧ спектр возбуждения атома аппроксимируется плазменными частотами $\omega_{\mathrm{p}}(r) = \sqrt{4\pi e^2 n(r)/m_e}$, определяемыми также локальной плотностью электронов в атоме. Таким образом, статистическое сечение фотопоглощения в этой модели приобретает вид

$$\sigma_{\mathrm{abs}}^{(\mathrm{LPF})}(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2}{mc}\int d^3 r n(r)\delta(\omega - \omega_{\mathrm{p}}(r)) =$$

$$= \frac{2\pi^2 e^2}{mc} 4\pi \left(r_\omega^2 n(r_\omega) \Big/ \left| \frac{d\omega_{\mathrm{p}}(r)}{dr} \right|_{r=r_\omega} \right). \qquad (4)$$

Модель ЛПЧ совместно с моделью Томаса–Ферми [4] для распределения атомной электронной плотности $n(r)$ успешно использовалась для расчетов радиационных потерь на электронах плазмы [7, 10, 11]. Обобщая ее и на случай тяжелых заряженных частиц согласно (3), приходим к следующему общему выражению для полных радиационных потерь заряженных частиц на один примесный ион (размерность $Q_{e,\alpha}^{(\mathrm{LPF})}/N_w$ в атомных единицах $2Ry\omega_a$):

$$\frac{Q_{e,\alpha}^{(\mathrm{LPF})}}{N_w} = \left(a_0^3 2Ry\omega_a \frac{e^2}{\hbar}\right)\frac{3\pi^4 Z}{32\sqrt{3}} \times$$

$$\times \int\limits_0^{S_{\max,e,\alpha}} ds \frac{s x_s^2 \chi(\mathrm{q}, x_s)}{|\chi'(\mathrm{q}, x_s) - \chi(\mathrm{q}, x_s)/x_s|} \times$$

$$\times \int\limits_{v_{\min,e,\alpha}(s)}^{v_{max,e,\alpha}} d^3 v_{e,\alpha}\frac{f_{e,\alpha}(v_{e,\alpha})}{v_{e,\alpha}} \times$$

$$\times\, g\left(\frac{e^2 Z z_{\mathrm{eff}}(s)\omega_a s}{v_{e,\alpha}^3}\left\{ \begin{array}{l} 1/m \\ z_\alpha/\mu \end{array} \right. \right)\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ z_\alpha^2 \exp(-2\pi\nu_\alpha) \end{array} \right. ,$$

$$z_{\text{eff}}(s) = Z\left(\chi(\text{q}, x_s) + \frac{q x_s}{x_0}\right), \qquad (5)$$

где c – скорость света, $s = \hbar\omega/Z2Ry$, $2Ry$ – атомная единица энергии, $\omega_a = 2Ry/\hbar$, Z – заряд ядра иона, $r = (9\pi^2/128)^{1/3} Z^{-1/3} a_0 x$, r – расстояние от ядра иона, a_0 – боровский радиус, μ – приведенная масса альфа-частицы и иона примеси; $\chi(x,q)$, x_0 – функция экранировки и безразмерный граничный радиус иона с зарядом z и $q = z/Z$ в модели Томаса–Ферми; $g(\nu)$ – Гаунт-фактор, $g(\nu) \approx \sqrt{6}/\pi \ln[(2/\gamma\nu)^{1/\sqrt{2}} + e^{\pi/\sqrt{6}}]$ [13]; $s_{\max,e} = I_z/2Ry$ для электронов, I_z – потенциал ионизации; $s_{\max,\alpha} = \frac{2}{Z}\left(\frac{\hbar v_{\max,\alpha}}{e^2}\right)^2$ для альфа-частиц согласно максимально возможной передаче импульса электрону при столкновении с тяжелой частицей [4].

Функции распределения (ФР) по скоростям выбраны нормированными на плотность частиц. Для электронов плазмы ФР считается Максвелловской, а ФР альфа-частиц [5] определяется их кулоновской релаксацией [5, 14]:

$$f_\alpha(v) = \frac{1}{4\pi}\frac{p(T)\tau_s}{v^3 + v_*^3}, \; N_\alpha = p\tau_s \int_0^1 dy \frac{y^2}{y^3 + y_*^3},$$

$$y = \frac{v}{v_{\max\alpha}}, \; y_* = \frac{v_*}{v_{\max\alpha}},$$

$$p(T)\big|_{T=20\,\text{кэВ}} = \frac{P_{DT}(T)}{E_{\max\alpha}} \approx$$

$$\approx \frac{0.5\,(\text{МВт/м}^3)}{3.5\,(\text{МэВ})} \approx 10^{18}(\text{м}^{-3}\text{с}^{-1}),$$

$$\tau_s = 0.02\left(\frac{10}{\Lambda_e}\right)\frac{m_\alpha}{z_\alpha^2 m_e}\frac{(T,\,\text{кэВ})^{3/2}}{N_e(\text{м}^{-3})/10^{20}}(\text{с}), \qquad (6)$$

где $P_{DT}(T)$ – мощность, выделяемая при термоядерной $D-T$ реакции в единице объема при температуре T [5] (оценка скорости $p(T)$ в (6) взята при $T = 20\,$кэВ), τ_s – скорость упругой кулоновской релаксации альфа-частиц на электронах [5, 14], $v_* = \left[(3\pi^{1/2}/4)(\Lambda_i/\Lambda_e)\left(\sum_\beta (m_e/m_\beta) Z_\beta^2 (n_\beta/n_e)\right)\right]^{1/3} \times (2T_e/m_e)^{1/2}$ – скорость термализации, $\Lambda_{i,e}$ – кулоновский ионный и электронный логарифмы соответственно, m_β, z_β – масса и заряд полевых ионов сорта β [5].

В рамках статистической модели, основанной на физических принципах Крамерсовской электродинамики [13], излучение происходит главным образом вблизи точек поворота сильно искривленных электронных траекторий в атоме (аналогично принципу Франка–Кондона для молекул). На этих участках траекторий благодаря увеличению кинетической энергии электрона, ускоряемого полем ядра, можно пренебречь интегралом энергии и единственным интегралом движения остается орбитальный момент электрона L. При дипольно разрешенных переходах значение L изменяется на единицу, что определяет величину изменения центробежного потенциала. При этом характерная частота перехода оказывается равной $\omega(L,r) = \frac{\hbar}{m}\frac{L+1/2}{r^2}$ [13]. Такого типа модель была успешно использована также в [15] для описания фотоионизации простейших атомов водорода и гелия, и которую ниже для краткости будем называть моделью Роста. Статистическое сечение фотопоглощения в этой модели представим в виде

$$\sigma_{\text{abs}}^{(\text{Rost})}(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2}{mc}\sum_L \int d^3 r n(L,r)\delta(\omega - \omega(L,r)) =$$

$$= \frac{2\pi^2 e^2}{mc} 4\pi \sum_L \left(e_\omega^2 n(L, r_\omega) / \left|\frac{d\omega(L,r)}{dr}\right|_{r=r_\omega}\right). \qquad (7)$$

Для применения аналогичной модели в статистическом подходе используется парциальное по значениям орбитального момента L распределение локальной атомной электронной плотности $n(L,r)$ также в модели Томаса–Ферми, см. [16, 17]. В результате приходим к следующему соотношению для радиационных потерь двух сортов заряженных частиц в случае модели Роста на один примесный ион (размерность $Q_{e,\alpha}^{(\text{Rost})}/N_w$ в атомных единицах $2Ry\omega_a$)

$$\frac{Q_{e,\alpha}^{(\text{Rost})}}{N_w} = \left(a_0^3 2Ry\omega_a \frac{e^2}{\hbar}\right)\frac{2\pi}{\sqrt{3}} \times$$

$$\times \int_0^{s_{\max e,\alpha}} \frac{ds}{s^{3/2}} \sum_{L_{\min}}^{L_{\max}} (L+1/2)^{3/2} \times$$

$$\times \left(2\left(\frac{128}{9\pi^2}\right)^{1/3} Z^{1/3}\frac{\chi(x_s,q)}{x_s} - s(L+1/2)\right)^{1/2} \times$$

$$\times \int_{v_{\min e,\alpha}(s)}^{v_{\max,e,\alpha}} d^3 v_{e,\alpha} \frac{f_{e,\alpha}(v_{e,\alpha})}{v_{e,\alpha}} g\left(\frac{e^2 Z z_{\text{eff}}(s)\omega_a s}{v_{e,\alpha}^3}\left\{\begin{array}{l} 1/m \\ z_\alpha/\mu \end{array}\right.\right) \times$$

$$\times \left\{\begin{array}{l} 1 \\ z_\alpha^2 \exp(-2\pi\nu_\alpha) \end{array}\right., \quad x_s = \frac{Z^{1/6} s^{1/2}}{(L+1/2)^{1/2}}. \qquad (8)$$

Очевидно, что интегрирование в (6) проводится в области положительной определенности подкоренного выражения при данном L.

Далее при конкретных расчетах для простоты предполагаем равенство электронной и ионных температур. Плотность электронов везде составляет $10^{14}\,\text{см}^{-3}$. Отметим, что зависимость от плотности отношения потерь (2) очень слабая (логарифмическая).

Для тестирования статических моделей было проведено сравнение радиационных потерь электронов на ионах вольфрама с квантовомеханическими поуровневыми расчетами [18]. На рис. 1 представлено

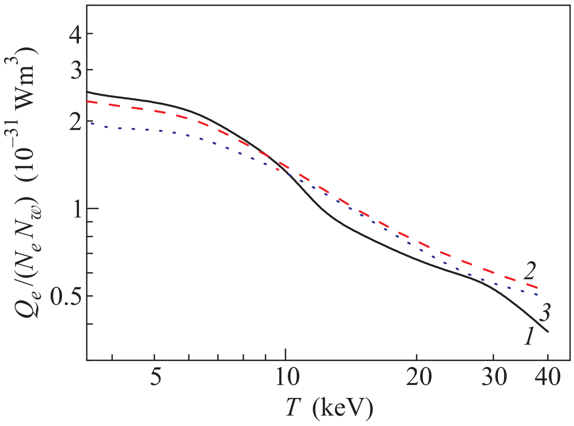

Рис. 1. (Цветной онлайн) Сравнение удельных радиационных потерь на электронах, в том числе с учетом потерь на тормозное, рекомбинационное излучение и излучение при диэлектронной рекомбинации [18]: *1* – модель Роста; *2* – модель ЛПЧ; *3* – данные CA-Large [18]

такое сравнение с данными кода CA-LARGE из работы [18]. Видно хорошее соответствие статистических моделей и детальных атомных расчетов для радиационных потерь на электронах, подтверждающее эффективность статистического подхода, что указывает на разумную точность использования статистического метода также и для альфа-частиц.

Расчеты отношения радиационных потерь энергии альфа-частиц и электронов проводили в рамках стандартной однородной модели, в которой это отношение является функцией только электронной температуры. Результаты расчетов отношения R приведены на рис. 2 для двух статистических моделей – ЛПЧ и Роста, см. формулы (2)–(7). Расчеты проведены для средних зарядов ионов вольфрама в зависимости от температуры $\langle z(T)\rangle$. Эти данные брали из [18]. Отметим следующие обстоятельства: (i) отношение потерь монотонно нарастает с температурой, достигая величин порядка единицы при $T = 20{-}30$ кэВ; (ii) обе статистические модели дают близкие результаты, что является косвенным подтверждением их справедливости; (iii) для электронов наряду с потерями на возбуждение учтены потери на тормозное и рекомбинационное излучение, а также излучение при диэлектронной рекомбинации; эти вклады сравнимы с потерями на возбуждение при температурах выше 10 кэВ. Таким образом, вклад потерь от альфа-частиц и от электронов оказывается вполне сопоставимым при высоких температурах. Следует указать, что однородная модель дает заведомо оценку сверху для энергосодержания в альфа-частицах, что обусловлено сильной пространственной неоднородностью параметров плазмы в токамаках и различием максимальных и средних по объему плазмы температур (например, для данных ИТЭР с температурой в центре около 30 кэВ средняя температура составляет около 10 кэВ [19].

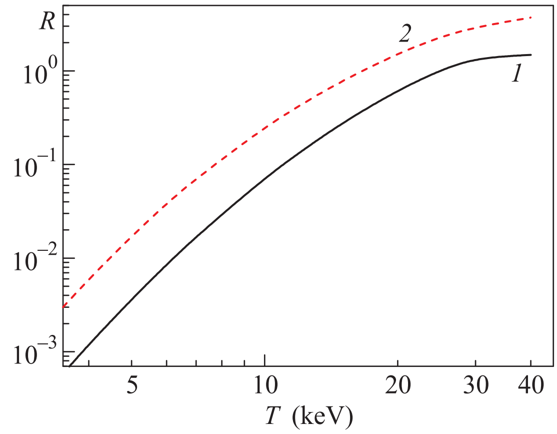

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость от температуры плазмы T отношения полных на один примесный ион радиационных потерь R альфа-частиц и электронов (с учетом тормозного, рекомбинационного излучения и излучения при диэлектронной рекомбинации): *1* – модель Роста; *2* – модель ЛПЧ

Таким образом показано, что при термоядерных температурах в плазме радиационные потери альфа-частиц на примеси вольфрама оказываются одного порядка по величине со стандартными радиационными потерями электронов плазмы, и следовательно должны приниматься во внимание при разработке операционных режимов работы термоядерного реактора ИТЭР.

---

1. В. И. Гервидс, А. Г. Жидков, В. С. Марченко, С. И. Яковленко, Кинетика излучения многозарядных ионов в термоядерной плазме, *Вопросы теории плазмы вып. 12*, под ред. Б. Б. Кадомцева, Энергоиздат, М. (1982), с. 156.
2. A. E. Kramida and J. Reader, Atomic Data and Nuclear Data Tables **92**, 457 (2006).
3. M. Groth, S. Brezinsek, P. Belo et al. and the JET-EFDA Contributors, Nucl. Fusion **53**, 093016 (2013).
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука. М. (1974).

5. С. В. Путвинский, Альфа-частицы в токамаке, *Вопросы теории плазмы вып. 18*, под ред. Б. Б. Кадомцева, Энергоатомиздат, М. (1990), с. 209.
6. В. А. Абрамов, В. Г. Гонтис, В. С. Лисица, Физика плазмы **10**, 400 (1980).
7. А. В. Демура, М. Б. Кадомцев, В. С. Лисица, В. А. Шурыгин, Письма ЖЭТФ **98**, 886 (2013).
8. A. V. Demura, M. B. Kadomtsev, V. S. Lisitsa, and V. A. Shurygin, Письма ЖЭТФ **101**, 90 (2015).
9. A. V. Demura, M. B. Kadomtsev, V. S. Lisitsa, and V. A. Shurygin, J. Physics B **48**, 055701 (2015).
10. A. V. Demura, M. B. Kadomtsev, V. S. Lisitsa, and V. A. Shurygin, High Energy Density Physics **15**, 49 (2015).
11. A. V. Demura, M. B. Kadomtsev, V. S. Lisitsa, and V. A. Shurygin, Atoms **3**, 162 (2015).
12. W. Brandt and S. Lundqvist, Phys. Rev. **139**, n.3A, 612 (1965).
13. V. I. Kogan, A. B. Kukushkin, and V. S. Lisitsa, Phys. Rep. **213**, 1 (1992).
14. Б. А. Трубников, Столкновения частиц в полностью ионизованной плазме, *Вопросы теории плазмы вып. 1*, под ред. М. А. Леонтовича, Госатомиздат, М. (1963), с. 98.
15. J. M. Rost, J. Phys. B **28**, L601 (1995).
16. Э. Ферми, *Научные труды*, т. I, Наука, М. (1971), с. 284.
17. А. Б. Мигдал, В. П. Крайнов, *Приближенные методы квантовой механики*, Наука, М. (1966).
18. T. Putterich, R. Neu, R. Dux, A. D. Whiteford, M. G. O'Mullane, and H. P. Summers, Nucl. Fusion **50**, 025012 (2010).
19. A. Polevoi, ITER IDM, ITER_D_2WBNP5 v1.0.