Письма в ЖЭТФ, том 106, вып. 8, с. 502 – 505

Полярон в электрон-экситонной структуре в условиях бозе-конденсации

А. В. Каламейцев[+], *А. В. Чаплик*[+*1)]

[+]*Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 21 сентября 2017 г.

Исследовано поляронное состояние электрона в гибридной системе, состоящей из двумерного электронного газа и бозе-конденсата дипольных экситонов, находящихся в квантовой яме, параллельной плоскости электронов. Показано, что автолокализация возможна даже при слабой связи между компонентами структуры, когда флуктуация плотности экситонов, создающая потенциальную яму для электрона, мала по сравнению с их средней плотностью.

DOI: 10.7868/S0370274X17200085

Гибридные фермион-бозонные системы представляют значительный общефизический интерес. Прежде всего, это связано с возможностью исследовать различные "чисто электронные" эффекты в условиях влияния на них фазового перехода в бозе-системе. В последние годы особое внимание привлекают структуры, состоящие из двумерного (2D) электронного газа и двумерного газа непрямых дипольных экситонов, обладающих большим временем жизни [1–7]. Все характерные параметры обеих компонент в такой гибридной системе могут управляемо варьироваться в широких пределах, что особенно привлекательно для эксперимента.

Схематично обсуждаемая структура изображена на рис. 1. Две параллельные друг другу квантовые

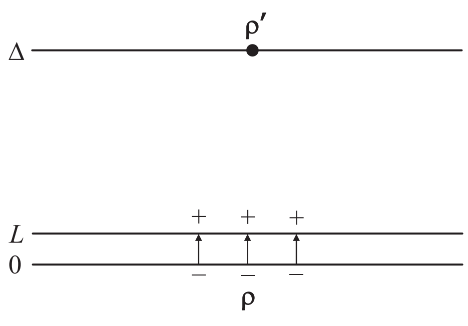

Рис. 1. Гибридная электрон-экситонная двумерная структура

ямы разделены диэлектрическим барьером толщины $\triangle$, в нижней находятся дипольные экситоны (плечо диполя L), в верхней – 2D электронный газ. Полярность диполей соответствует притяжению к электронам.

Предметом настоящей работы является поляронный эффект в электронном газе, который будет рассчитан (с учетом экситон-экситонного взаимодействия) в состоянии бозе-конденсации экситонов. Родственные задачи в поведении примесного атома в атомном бозе-конденсате в трехмерной системе рассматривались в [8, 9].

В изображенной на рис. 1 структуре как экситон-экситонное, так и электрон-экситонное взаимодействие убывает при больших ρ (расстояние между частицами в плоскости) по закону ρ^{-3}. Для двумерной системы – это короткодействующий потенциал в том смысле, что интеграл $\int V d\boldsymbol{\rho}$ сходится. Поэтому межэкситоннное взаимодействие можно заменить контактным $V_{\text{ex-ex}} = g\delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')$, где $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\rho}'$ – двумерные радиус-векторы, $g = 4\pi e^2 L$, L – плечо диполя. Однако, как будет показано далее, в электрон-экситонном взаимодействии $V_{\text{e-ex}}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = e^2/\sqrt{\triangle^2 + (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')^2} - e^2/\sqrt{(\triangle - L)^2 + (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')^2}$ нужно сохранить конечную ширину барьера $\triangle$, т.е. написать

$$V_{\text{e-ex}}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = -\frac{e^2 \triangle L}{[\triangle^2 + (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')^2]^{3/2}}. \qquad (1)$$

В δ-функцию это выражение переходит при $\triangle \to 0$, но в задаче оказываются существенными расстояния между электроном и дипольным экситоном порядка и меньше Δ. Мы будем рассматривать взаимодействие "одного" электрона с бозе-конденсатом экситонов в приближении самосогласованного среднего поля [10], т.е. пренебрегая корреляциями между диполями, когда применимо уравнение Гросса–Питаевского. Вместо внешнего потенциала (см. (9) в

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

[10]) в него следует внести слагаемое, описывающее взаимодействие электрона с частицами конденсата. Если волновую функцию электрона обозначить через $\chi(\boldsymbol{\rho})$, а конденсатную – $\psi(\boldsymbol{\rho})$, то соответствующая часть гамильтониана имеет вид

$$H_{\text{int}} = \int |\psi(\boldsymbol{\rho}')|^2 V_{\text{e-ex}}(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}')|\chi(\boldsymbol{\rho})|^2 d\boldsymbol{\rho} d\boldsymbol{\rho}'. \quad (2)$$

Для рассматриваемой нами поляронной задачи это соответствует полярону сильной связи: электрон "быстрый", среда (в данном случае экситоны) "медленная" и поэтому реагирует не на мгновенное положение электрона, а на усредненное распределение заряда с плотностью $|\chi|^2$. С учетом вкладов (2) и электрон-экситонного взаимодействия (1) приходим к системе связанных уравнений для функций ψ и χ:

$$\Big[-\frac{\hbar^2}{2M}\triangle_{\boldsymbol{\rho}} - \mu + g|\psi(\boldsymbol{\rho})|^2 + \\ + \int V_{\text{e-ex}}(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)|\chi(\boldsymbol{\rho}_1)|^2 d\boldsymbol{\rho}_1\Big]\psi(\boldsymbol{\rho}) = 0,$$

$$\Big[-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle_{\boldsymbol{\rho}'} + \int V_{\text{e-ex}}(\boldsymbol{\rho}'-\boldsymbol{\rho}_1)|\psi(\boldsymbol{\rho}_1)|^2 d\boldsymbol{\rho}_1 - \\ - E\Big]\chi(\boldsymbol{\rho}') = 0. \quad (3)$$

Здесь m и M – массы электрона и экситона соответственно, μ – химический потенциал экситонного газа, E – энергия электрона в искомом автолокализованном состоянии.

В отсутствии взаимодействия $V_{\text{e-ex}}$ решение первого из уравнений (3) сводится к константе $\psi = \sqrt{n}$, где n – равновесная плотность экситонного газа, а само уравнение дает определение химического потенциала: $\mu = gn$. Притяжение диполей к электрону создает флуктуацию плотности экситонов: $\psi = \sqrt{n} + \varphi(\boldsymbol{\rho})$. Будем считать эту флуктуацию малой по сравнению с равновесной плотностью и линеаризуем систему (3) по $\varphi(\boldsymbol{\rho})$. Условие применимости такого приближения $|\varphi| \ll \sqrt{n}$ будет в дальнейшем выражено неравенством, связывающим исходные параметры структуры. Линеаризованная система (3) выглядит следующим образом:

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{\boldsymbol{\rho}}\varphi(\boldsymbol{\rho}) + 2gn\varphi(\boldsymbol{\rho}) - \\ - e^2\triangle L\sqrt{n}\int \frac{|\chi(\boldsymbol{\rho}_1)|^2 d\boldsymbol{\rho}_1}{[(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1)^2 + \triangle^2]^{3/2}} = 0, \quad (4)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_{\boldsymbol{\rho}'}\chi(\boldsymbol{\rho}') - (E + 2\pi e^2 Ln)\chi(\boldsymbol{\rho}') - \\ - 2e^2\triangle L\sqrt{n}\int \frac{|\varphi(\boldsymbol{\rho}_2)|^2 d\boldsymbol{\rho}_2}{[(\boldsymbol{\rho}'-\boldsymbol{\rho}_2)^2 + \triangle^2]^{3/2}}\chi(\boldsymbol{\rho}') = 0. \quad (5)$$

Запишем формальное решение уравнения (4) через его гриновскую функцию $G(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}') = (-1/2\pi)K_0(\varkappa|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'|)$, где $\varkappa^2 = \frac{4Mng}{\hbar^2}$, K_0 – функция Макдональда:

$$\varphi(\boldsymbol{\rho}) = \frac{Me^2\triangle L\sqrt{n}}{\pi\hbar^2} \times \\ \times \int \frac{K_0(\varkappa|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_1|)|\chi(\boldsymbol{\rho}_2)|^2 d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2}{[(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)^2 + \triangle^2]^{3/2}}. \quad (6)$$

Подставив (6) в уравнение (5), получим замкнутое (нелинейное) уравнение на волновую функцию электрона $\chi(\boldsymbol{\rho}')$:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\triangle_{\boldsymbol{\rho}'}\chi + (E + 2\pi e^2 Ln)\chi + \frac{2Mn(e^2\triangle L)^2}{\pi\hbar^2}\chi(\boldsymbol{\rho}') \times \\ \times \int \frac{K_0(\varkappa|\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2|)|\chi(\boldsymbol{\rho}_3)|^2 d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\boldsymbol{\rho}_3}{[(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)^2 + \triangle^2]^{3/2}[(\boldsymbol{\rho}'-\boldsymbol{\rho}_2)^2 + \triangle^2]^{3/2}} = 0. \quad (7)$$

Предполагая применить прямой вариационный метод для нахождения $\chi(\boldsymbol{\rho}')$ и энергии, напишем функционал энергии $E[\chi]$, из которого получается уравнение (7). При этом надо иметь в виду, что содержащийся в (7) тройной интеграл играет роль внешнего поля и не должен варьироваться при выводе уравнения для χ, но при вычислении энергии в него, разумеется, следует подставить найденную величину $\chi(\boldsymbol{\rho})$, дающую минимум функционалу $E[\chi]$.

Функционал энергии имеет обычный вид:

$$E[\chi] = \int \frac{\hbar^2}{2m}(\nabla\chi(\boldsymbol{\rho}'))^2 d\boldsymbol{\rho}' - \int \chi^2(\boldsymbol{\rho}')J[\chi]d\boldsymbol{\rho}', \quad (8)$$

где через $J[\chi]$ обозначено последнее слагаемое из (7) без множителя $\chi(\boldsymbol{\rho}')$.

Пробную функцию выберем в простейшем виде:

$$\chi = \frac{\sqrt{2}\alpha}{\pi}e^{-\alpha\rho}, \quad (9)$$

коэффициент $\frac{\sqrt{2}\alpha}{\pi}$ в (9) обеспечивает нормировку на единицу. Локализованному состоянию электрона должно отвечать отрицательное значение суммы $E + 2\pi e^2 nL$, входящей в уравнение (7), поскольку величина $-2\pi e^2 nL$ равна $n\int V_{\text{e-ex}}(\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}$ – общему сдвигу энергий за счет взаимодействия электрона с экситонным газом постоянной плотности n.

Несколько длинное, но простое вычисление интегралов в (8) приводит к следующему выражению для энергии как функции параметра α:

$$E + 2\pi e^2 nL \equiv F(\alpha) = \frac{\hbar^2\alpha^2}{2m} - \\ - 2e^2 L\varkappa^2\int_0^\infty \frac{e^{-2\triangle\varkappa t}t dt}{(1+t^2)(1+\varkappa^2 t^2/4\alpha^2)^3}. \quad (10)$$

Прежде чем исследовать функцию $F(\alpha)$, сформулируем условие применимости использованного линейного по $\varphi(\boldsymbol{\rho})$ приближения. Очевидно, что максимальное значение флуктуации плотности соответствует координате $\boldsymbol{\rho} = 0$, т.е. точке "под" электроном. Из (6) с выбранной пробной функцией χ получаем для $\varphi(\rho = 0)$:

$$\varphi(0) = \frac{2\sqrt{n}L}{a^*_{\rm ex}} \int_0^\infty \frac{e^{-\triangle\varkappa t} t dt}{(1+t^2)(1+\varkappa^2 t^2/4\alpha^2)^{3/2}}, \quad (11)$$

где $a^*_{\rm ex} = \hbar^2/Me^2$ – боровский радиус для массы экситона.

Поскольку знаменатель подинтегрального выражения в (11) во всем интервале интегрирования не меньше единицы, то сам интеграл заведомо не превосходит величины $1/(\varkappa\triangle)^2$. Поэтому условие линеаризации $\varphi \ll \sqrt{n}$ выполнено, если $2L/a^*_{\rm ex} \ll (\varkappa\triangle)^2$, что эквивалентно неравенству $8\pi n\triangle^2 \gg 1$.

Вернемся к уравнению (10). При $\alpha \to \infty$ второе слагаемое сведется к постоянной, т.е. функция $F(\alpha)$ растет как α^2. При $\alpha \to 0$ интеграл в (10) заменой переменной $t = 2\alpha q/\varkappa$ приводится к виду

$$\int_0^\infty \frac{e^{-4\alpha\triangle q} dq}{(1+q^2)^3(q^2+\varkappa^2/4\alpha^2)},$$

откуда следует, что при $\alpha \to 0$ $F(\alpha) \simeq (\hbar^2/2m - 2e^2 L)\alpha^2$. Таким образом, при выполнении неравенства $4L > a^*_{\rm e}$ (эффективный боровский радиус электрона) $E(\alpha)$ отрицательно при малых α, т.е. минимум этой функции существует и имеет отрицательное значение. Конкретное значение численного коэффициента в критерии $4L > a^*_e$ связано, разумеется, с выбранным видом пробной функции.

Легко найти полное число частиц во флуктуации плотности $\delta N = 2\sqrt{n}\int\varphi(\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}$. В формуле (6) нужно для этого заменить функцию $K_0(\varkappa|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'|)$ ее фурье-разложением и подставить выражение (9) для $\chi(\boldsymbol{\rho})$. После этого интегралы по координатам вычисляются, и $\varphi(\boldsymbol{\rho})$ удается выразить однократным интегралом:

$$\varphi(\boldsymbol{\rho}) = \frac{8\sqrt{n}L\alpha^3}{\pi a^*_{\rm ex}} \int \frac{e^{\imath\mathbf{p}\boldsymbol{\rho} - p\triangle} d\mathbf{p}}{(p^2+\varkappa^2)(p^2+4\alpha^2)^{3/2}}. \quad (12)$$

Из выражения (12) находим $\delta N = 1/2$.

Полный энергетический баланс образования полярона включает в себя отрицательную энергию связи электрона $E_0 = \min F(\alpha)$ и положительную энергию образования флуктуации

$$W = 1/2 \int n(\boldsymbol{\rho}) V_{\text{ex-ex}}(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}') n(\boldsymbol{\rho}') d\boldsymbol{\rho} d\boldsymbol{\rho}' = \\ = \frac{g}{2}\int n^2(\boldsymbol{\rho}) d\boldsymbol{\rho} - \frac{g}{2} nN, \quad (13)$$

где N – полное число экситонов в системе. В рамках линейной по $\varphi(\boldsymbol{\rho})$ теории в (13) надо считать $n(\boldsymbol{\rho}) = n + 2\sqrt{n}\varphi(\boldsymbol{\rho})$.

В результате имеем

$$W = ng\delta N = \frac{1}{2} ng = 2\pi e^2 nL. \quad (14)$$

Введем вместо α безразмерную переменную $x = 4\alpha^2/\varkappa^2$. Тогда уравнение (10) примет вид

$$E + 2\pi e^2 nL = \frac{\hbar^2\varkappa^2}{8m} F(x) = 2\pi e^2 nL \cdot M/m \cdot F(x),$$
$$F(x) = x - \frac{16L}{a^*_{\rm e}} x^3 \int_0^\infty \frac{e^{-2\varkappa\triangle t} t dt}{(x+t^2)^3(1+t^2)}. \quad (15)$$

Условие отрицательности суммы $E_0 + W$ сводится к неравенству

$$\frac{M}{m} |\min F(x)| > 1, \quad (16)$$

которое является условием устойчивости полярона. При нарушении этого условия полярон метастабилен: связанное состояние на флуктуации плотности существует, но имеет конечное время жизни, так как энергетически выгоднее состояние с делокализованным электроном и невозмущенной (однородной) плотностью конденсата.

В качестве примера приведем результат численного исследования функции $F(x)$ для структуры на основе InAs с экситоном на тяжелой дырке: $M = 0.435$, $m = 0.025$. Выберем параметры задачи: $L = 1.5 a^*_{\rm e}$, $n = 0.5 \cdot 10^{10}\,\text{см}^{-2}$, $\triangle = 10\,\text{нм}$, тогда $\varkappa\triangle = 2.5$. Для $\min F(x)$ получается величина -0.12, $M/m|\min F(x)| \approx 1.5$, следовательно, полярон устойчив, а энергия его тепловой диссоциации $|E_0| - W$ составляет примерно 1/3 энергии связи электрона. При указанных выше параметрах и значении диэлектрической проницаемости $\varepsilon \sim 10$ для энергии связи получается оценка $|E_0| \sim 1.5\,\text{мэВ}$.

Итак, мы показали, что в электрон-экситонной двумерной структуре с диполными экситонами в условиях бозе-конденсации могут существовать автолокализованные состояния электронов даже при слабой связи между ферми- и бозе-компонентами системы, когда флуктуация плотности экситонов мала по сравнению с их средней плотностью.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (# 16-02-00565).

1. O. Cotlet, S. Zeytinoglu, M. Sigrist, E. Demler and A. Imamoglu, Phys. Rev. B **93**, 054510 (2016).
2. F. P. Laussy, A. V. Kavokin, and I. A. Shelykh, Phys. Rev. Lett. **104**, 106402 (2010).

3. I. A. Shelykh, T. Taylor, and A. V. Kavokin, Phys. Rev. Lett. **105**, 140402 (2010).
4. M. Matuszewski, T. Taylor, and A. V. Kavokin, Phys. Rev. Lett. **108**, 060401 (2012).
5. M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, Phys. Rev. B **94**, 241408 (2016).
6. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **94**, 601 (2011).
7. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **98**, 371 (2013).
8. F. M. Cucchietti and E. Timmermans, Phys. Rev. Lett. **96**, 210401 (2006).
9. R. S. Christensen, J. Levinsen, and Bruun, Phys. Rev. Lett. **115**, 160401 (2015).
10. Л. П. Питаевский, УФН **168**, 641 (1998).