

К вопросу о природе генерации неклассического света при резонансном возбуждении полупроводниковых GaAs микрорезонаторов

А. А. Деменев⁺¹⁾, Д. Р. Домарецкий⁺, А. Л. Парахонский⁺, М. В. Лебедев*

⁺Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черногловка, Россия

*Московский физико-технический институт (государственный университет), 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 8 сентября 2017 г.

В работе [Письма в ЖЭТФ **102**, 571 (2015)] было показано, что при резонансной оптической накачке корреляционная функция интенсивностей излучения высокочастотного полупроводникового микрорезонатора имеет осциллирующий характер с неожиданно длинным периодом осцилляций и временем затухания, лежащими в наносекундном диапазоне. Дальнейшие исследования выявили, что природа осцилляций не связана со слабым Раби-взаимодействием долгоживущих локализованных экситонных состояний в квантовой яме и электромагнитным полем моды микрорезонатора. Полупроводниковый микрорезонатор играл вспомогательную роль в наблюдении неклассического света, осуществляя спектральную селекцию мод возбуждающего лазера. Мы считаем, что внутренние нестабильности приводили к хаотическому возбуждению пикового режима генерации в модах лазера при постоянном рабочем токе.

DOI: 10.7868/S0370274X17200139

Введение. Изучение неклассических состояний света привлекает в последнее время большое внимание в связи с многообещающими перспективами применения этих состояний в квантовой информатике. Примером неклассического состояния света, наблюдавшегося экспериментально, является флюоресцентное излучение одиночного атома, для которого корреляционная функция интенсивностей $g^{(2)}(0) = 0$. Это явление было названо “антигруппировкой” фотонов [1, 2]. Для бифотонов – фотонных пар, получаемых в процессе спонтанного параметрического рассеяния света в нелинейных кристаллах [3, 4], $g^{(2)}(0)$ может принимать значения, превышающие 2, что принято называть “сверхгруппировкой” фотонов [5]. Фотоны как нельзя лучше подходят для передачи квантовой информации на большие расстояния из-за высокой скорости распространения и слабого взаимодействия с окружением, т.е. слабой декогеренции. Существующие волоконно-оптические кабели связи, широко используемые в телекоммуникациях, вполне подходят также и для передачи квантовых состояний света, что имеет огромное значение для практической реализации различных квантовых протоколов. Развитие исследований в этой области направлено на решение двух главных задач – создание источников света, способных излучать по требованию заданное

квантовое состояние и повышение яркости квантовых источников света.

Полупроводниковые микрорезонаторы (МР) представляют большой интерес с точки зрения создания новых источников неклассического света. Это связано с формированием в них экситонных поляритонов с необычной дисперсией, имеющей точку перегиба, и сильным межчастичным анизотропным по спине поляритон-поляритонным взаимодействием в плотной поляритонной системе [6], в совокупности предполагающие возможность генерации перепутанных пар фотонов в излучении МР [7–12], в том числе и через биэкситонные состояния [13, 14].

При возбуждении микрорезонатора многомодовым полупроводниковым лазером нами была обнаружена генерация неклассического света с необычной корреляционной функцией интенсивностей, демонстрирующей сверхгруппировку фотонов при нулевой задержке с последующими затухающими осцилляциями между антигруппировкой и группировкой фотонов [15]. Корреляционная функция подобного вида была предсказана для экситонных поляритонов в МР в работе [16], однако характерные времена осцилляций этой функции лежали в пикосекундном диапазоне, тогда как времена, наблюдаемые в эксперименте, были порядка 50 нс.

Считается, что поле, излучаемое лазером, работающем при мощности, значительно превышающей

¹⁾e-mail: demenev@issp.ac.ru

порог генерации, хорошо описывается когерентным состоянием света, для которого корреляции между регистрацией отдельных фотонов полностью отсутствуют [4]. Тогда для наблюдения длинных времен корреляции между приходом фотонов необходимо существование долгоживущих возбужденных состояний в МР. В работе [15] была выдвинута гипотеза о генерации неклассического света в микрорезонаторе в результате возбуждения осцилляций Раби между фотонной модой в резонаторе и долгоживущими локализованными состояниями экситонов. Целью настоящей работы было дальнейшее выяснение причин возникновения длинновременных корреляций в генерируемом световом поле.

Образцы и методика эксперимента. В работе использовались два образца высокодобротного МР, отличающиеся только количеством пар слоев в брэгговских зеркалах, т.е. добротностью оптического резонатора. Образцы №1 и №2 имели добротность соответственно $Q \approx 2 \cdot 10^3$ и 10^4 . Для примера приведем здесь структуру образца №1. Микрорезонатор был выращен методом металлоорганической эпитаксии из газовой фазы и имеет верхнее (нижнее) брэгговское зеркало, состоящее из 17(20) пар слоев $\text{Al}_{0.13}\text{Ga}_{0.87}\text{As}/\text{AlAs}$ с оптической толщиной $\lambda/4$. Резонатор из GaAs длиной $3\lambda/2$ содержит шесть квантовых ям $\text{In}_{0.06}\text{Ga}_{0.94}\text{As}/\text{GaAs}$ толщиной 10 нм каждая. Расщепление Раби составляло $\Omega \approx 6$ мэВ. Дополнительные сведения касательно образца и методики эксперимента можно найти в нашей предыдущей работе [15].

Образец был смонтирован в оптическом гелиевом криостате с возможностью контролируемого изменения температуры. В настоящей работе представлены результаты, полученные при $T = 2.1$ К. Для возбуждения МР использовался непрерывный перестраиваемый полупроводниковый лазер, генерировавший многомодовый широкий спектр (4 нм). Излучение лазера направлялось вдоль нормали к поверхности образца и фокусировалось короткофокусной линзой на поверхность кристалла в пятно диаметром 50 мкм с угловой расходимостью 17 мрад. Схему возбуждения поляритонной системы можно найти в [15]. Излучение образца фокусировалось объективом на входной торец многомодового световода, который был подсоединен к двум кремниевым лавинным фотодиодам фирмы Perkin&Elmer, работавшим в режиме счета одиночных фотонов. Для обеспечения линейности отклика, значения скоростей счета диодов поддерживались во всех экспериментах в диапазоне 10^4 – 10^5 счетов в секунду. Корреляционные измерения проводили с использованием стандартной старт-стоп си-

стемы, включавшей два дискриминатора, преобразователь время–амплитуда и многоканальный анализатор. Максимальное временное разрешение нашей системы составляло около 300 пс. Временная динамика интенсивности лазера изучалась также с помощью скоростной камеры (стрик-камеры), работающей в режиме счета отдельных фотонов с временной разверткой.

Исследования сигнала из МР и спектра полупроводникового лазера с высоким спектральным разрешением проведены с помощью двойного монохроматора RAMANOR U1000, имеющего спектральное разрешение около 20 мкэВ. Для спектральной селекции лазерного излучения также был использован двойной монохроматор МДР-6У с решетками 1200 мм^{-1} , работавший в режиме нулевой дисперсии.

Результаты и обсуждение. Если в МР реализуется Раби-взаимодействие между фотонами и долгоживущими локализованными экситонами в квантовых ямах (КЯ), то величина взаимодействия напрямую зависит от амплитуды электромагнитного поля в области КЯ ($\Omega \sim \sqrt{|E|^2}$). Следовательно, чем больше добротность МР, тем большей локализации поля на КЯ можно добиться и, соответственно, тем меньше будет период Раби-осцилляций. Для проверки этого утверждения были выполнены измерения автокорреляционной функции интенсивностей пропускания лазера для двух образцов МР с существенно разной добротностью ($Q \approx 10^4$ и $2 \cdot 10^3$), результаты которых приведены на рис. 1. При этом у менее

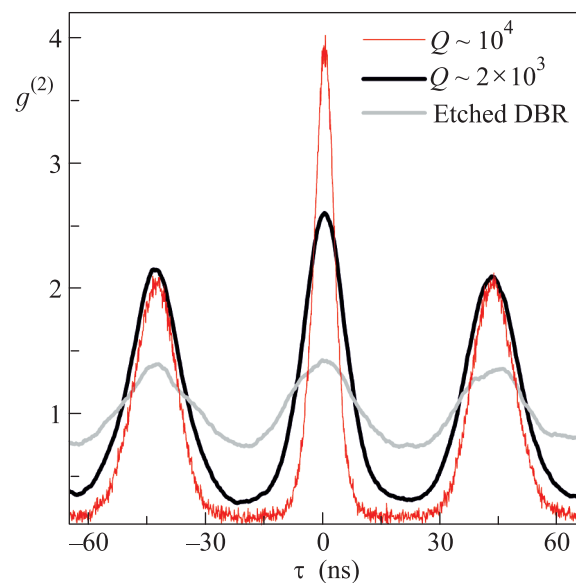


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость нормированной автокорреляционной функции интенсивностей пропускания лазера от добротности микрорезонатора

добротного МР исследовались две области образца. В первой области МР имел цельные брэгговские зеркала, во второй области одно из зеркал было стравлено наполовину методом химического травления. Спектры фотолюминесценции показывают, что добротность резонатора при этом существенно уменьшалась – примерно в 3 раза. Как следует из рис. 1, видность функции $g^{(2)}$ наибольшая для наиболее добротного МР, “группировка” фотонов достигает значения $g^{(2)}(0) \approx 3.9$ и следующая за ней “антигруппировка” $g^{(2)}(T/2) \approx 0.15$. С уменьшением добротности видность корреляционной функции заметно уменьшается, однако период осцилляций практически не меняется. Неизменность периода осцилляций функции $g^{(2)}$ при значительном уменьшении добротности МР (в 15 раз) напрямую означает, что природа явления не связана с Раби-взаимодействием света и долгоживущих состояний в МР. Действительно, уменьшение добротности приводит к расплыванию распределения светового поля в МР и, следовательно, к уменьшению силы осциллятора экситон-фотонного перехода.

Также данный вывод может быть подкреплён тем фактом, что если бы в основе наблюдаемого явления лежало когерентное взаимодействие, тогда резонатор играл бы первостепенную роль и затухание корреляционной функции определялось бы затуханием фотонной моды в МР [16], что составляет ~ 10 пс. Таким образом, наблюдаемое нами явление генерации неклассических состояний светового поля при резонансном возбуждении МР физически не связано с наличием самого микрорезонатора, и ответ надо искать в структуре возбуждающего лазерного поля.

Однако, как было сказано выше, внесение в оптическую схему микрорезонатора с различной добротностью приводит к изменению видности функции $g^{(2)}$ вплоть до практически полного зануления при одном полностью стравленном брэгговском зеркале МР. В дальнейшем стало понятно, что роль микрорезонатора сводилась к спектральной селекции многомодового излучения полупроводникового лазера. В нашей схеме МР выступал в роли высокодобротного монохроматора – чем выше добротность, тем меньшее количество продольных лазерных мод формируют фотонное поле, детектируемое схемой совпадений. И наоборот, чем меньше добротность, тем большее количество лазерных мод пропускается МР, при полном стравливании брэгговского зеркала образец пропускает весь многомодовый лазерный спектр. Нами было неоднократно проверено, что при детектировании лазерного поля всего спектрального состава

осцилляции в функции $g^{(2)}$, с точностью не хуже 1%, отсутствуют.

Для проверки предположений в оптическую схему вместо МР встраивался монохроматор RAMANOR U1000 с высоким спектральным разрешением (20 мкэВ), либо, для выделения большого числа лазерных мод, двойной монохроматор МДР-6У. Результаты исследования спектрального состава лазерного поля приведены на рис. 2. Как можно

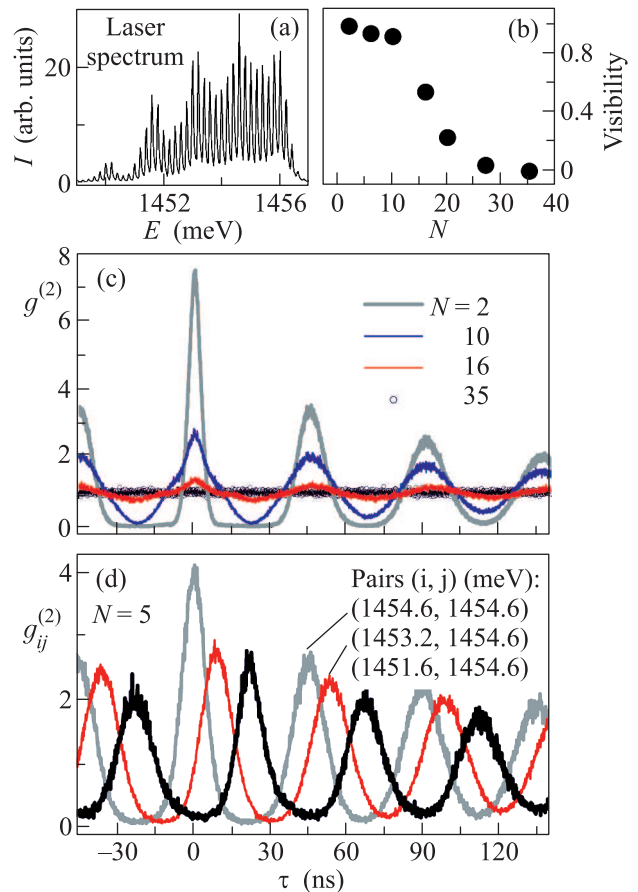


Рис. 2. (Цветной онлайн) Исследования корреляций интенсивностей компонент спектрального состава лазерного поля. (а) – Спектр полупроводникового лазера. (б) – Зависимость видности функции $g^{(2)}$ от количества детектируемых продольных лазерных мод. (с) – Изменение нормированной автокорреляционной функции интенсивностей лазера при разных ширинах спектрального окна детектирования. (д) – Нормированная кросс-корреляционная функция интенсивностей пар поперечных лазерных мод. Каждое спектральное окно вырезает $N = 5$ продольных мод

видеть из рис. 2а, спектр возбуждающего полупроводникового лазера состоит из ~ 35 продольных мод (со спектральным межмодовым расстоянием $\delta_{12} \approx 0.185$ мэВ), объединенных, по нашему предположению, в 5 поперечных мод (в среднем

поперечная мода содержит 7 продольных мод). Изменение размера выходной щели монохроматора RAMANOR U1000 позволяло выделять нужное число мод в произвольной части спектра лазера. На рис. 2с приведены экспериментально полученные автокорреляционные функции интенсивностей фотонного поля, состоящего из N продольных лазерных мод. Из рис. 2 следует, что функция $g^{(2)}$ лазерного поля демонстрирует осциллирующий характер, полностью аналогичный ранее наблюдаемому в экспериментах с МР. Выделение из спектра лазера большего числа мод приводит к ухудшению видности функции $g^{(2)}$. Здесь надо отметить, что если спектральная селекция происходит внутри одной (любой в спектре лазера) поперечной моды, то видность с увеличением N уменьшается слабо. Если при дальнейшем увеличении N в лазерное поле начинают подмешиваться соседние поперечные моды, то видность функции $g^{(2)}$ начинает стремительно уменьшаться. Описанное поведение показано на рис. 2b. При спектральной ширине окна до $N \lesssim 10$ видность корреляционной функции меняется в пределах $V \sim 0.99 \div 0.92$, дальнейшее увеличение окна на 10 мод приводит к уменьшению видности до $V \sim 0.2$.

Резкое ухудшение видности при включении в лазерное поле нескольких поперечных мод можно объяснить, если предположить, что излучение всех продольных мод в рамках одной поперечной моды имеет примерно равную фазу (временную задержку), а между продольными модами разных поперечных мод существует фиксированная разность фаз. В этом случае увеличение спектрального окна должно приводить к уменьшению величины $g^{(2)}(0)$ и увеличению полуширины центрального пика, что наблюдается в эксперименте (см. рис. 2с). Если рассматривать кросс-корреляционную функцию интенсивностей лазерного поля для окон в разных поперечных модах, $g_{ij}^{(2)}$, то положение центрального пика должно смещаться по временной шкале, т.е. его положение будет зависеть от того, какая пара поперечных мод исследуется.

Подобное поведение наблюдается в эксперименте, что демонстрирует рис. 2d. Данные измерения были выполнены с применением двух световодов, расположенных в фокальной плоскости выходного зеркала монохроматора МДР-6У, работавшего в режиме сложения дисперсий. Ширина спектрального окна, детектируемого каждым из световодов, содержала 5 продольных мод. Световоды позиционировались независимо при помощи микрометрических подвижек, что позволяло выбирать спектральные поло-

жения окон детектирования. Как следует из рис. 2d, если брать произвольные пары поперечных мод, то нулевое временное положение функции $g_{ij}^{(2)}$ сдвигается по шкале времени. Подчеркнем, что различные области спектра лазера сильно коррелируют между собой. Этот результат объясняет уменьшение видности корреляционной функции при увеличении количества одновременно регистрируемых мод, показанное на рис. 2с.

Регистрируемая схемой совпадений корреляционная функция может содержать информацию о флуктуациях интенсивности лазерного поля во времени. Продемонстрируем это на примере автокорреляционной функции, $g^{(2)}(\tau)$, которую можно записать через флуктуации интенсивности поля, $\delta I(t) = I(t) - I_0$:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(0) \cdot I(\tau) \rangle}{\langle I(0) \rangle \cdot \langle I(\tau) \rangle} = 1 + \frac{\langle \delta I(0) \cdot \delta I(\tau) \rangle}{(I_0)^2}. \quad (1)$$

Если предположить, что $\delta I(\tau) = \delta I(0) * F(\tau)$, где $F(\tau) = F(-\tau)$ – некоторая функция времени, тогда

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + A \cdot F(\tau), \quad (2)$$

где $A = \frac{\langle (\delta I(0))^2 \rangle}{(I_0)^2}$ – не зависящее от времени среднее от квадрата относительной флуктуации интенсивности светового поля для нулевой задержки. Как видно из (2), поведение функции $g^{(2)}(\tau)$ отражает временную динамику интенсивности лазера.

Динамика излучения полупроводниковых лазеров обычно достаточно сложна: известны режимы затухающих и не затухающих пульсаций интенсивности (пиковая генерация (ПКГ)), релаксационных осцилляций населенностей мод, режим хаотической генерации импульсов и др.; имеются исследования по влиянию шума тока накачки лазера на корреляционную функцию интенсивностей его излучения [17–20]. Временная динамика интенсивности лазера, наблюдаемая нами, может быть реализована либо вследствие релаксационных осцилляций, возникающих при нестабильности тока накачки лазера, либо в режиме затухающих пульсаций интенсивности при стационарной электрической накачке. Нами были выполнены измерения тока накачки лазера при помощи быстрого осциллографа в диапазоне времен, характерном для наблюдаемых корреляций интенсивностей. Было обнаружено, что отклонения тока накачки от его среднего значения не превышают нескольких процентов в наносекундном диапазоне. Таким образом, связать наблюдаемые осцилляции интенсивности с нестабильностью тока, питающего лазер, не представляется возможным. Мы предполагаем, что в накачивающем лазере реализуется режим хаотических затухающих пульсаций интенсивности излучения.

Характерной особенностью развития пиковой генерации в лазере является зависимость периода осцилляций интенсивности T от тока инжекции J . Решая скоростные уравнения для случая ПКГ в одно-модовом приближении [17], можно получить

$$T = \frac{\sqrt{\tau_c \tau_r}}{\sqrt{J/J_{\text{thr}} - 1}} M, \quad (3)$$

где τ_c – время рекомбинации носителей, τ_r – время жизни фотонов в резонаторе, J_{thr} – пороговый ток инжекции, M – некоторая величина, слабо зависящая от τ_c, τ_r, J .

Корневая зависимость периода осцилляций интенсивности от уровня тока накачки неудивительна, поскольку выше порога в лазере реализуется когерентное взаимодействие фотонов в резонаторе и носителей на уровне генерации.

На рис. 3 представлены результаты исследования нормированной автокорреляционной функции

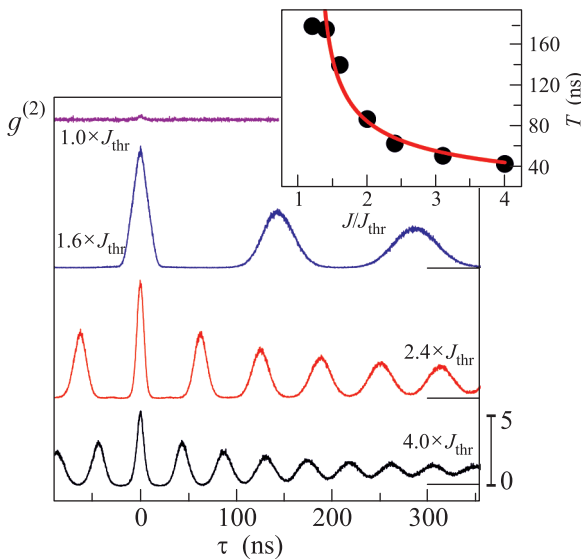


Рис. 3. (Цветной онлайн) Изменение нормированной автокорреляционной функции интенсивностей лазерного поля при разных токах накачки J . На вставке: зависимость периода осцилляций функции $g^{(2)}(\tau)$ от тока накачки лазера (в единицах отношения к пороговому значению тока J_{thr}). Ширина спектрального окна соответствует детектированию $N = 3$ лазерных мод

интенсивностей лазерного поля при разных уровнях тока инжекции относительно порогового. Как следует из рис. 3, в области порога генерации лазерная система работает почти как тепловой источник излучения – электронные переходы излучают с хаотическими фазами. При токе $J/J_{\text{thr}} \gtrsim 1.1$ возникают осцилляции в интенсивности излучения лазера, причем

период T заметно уменьшается с увеличением тока накачки. Данная зависимость показана на вставке к рис. 3. Экспериментальная функция $T(J/J_{\text{thr}})$ при $J/J_{\text{thr}} \gtrsim 1.4$ хорошо аппроксимируется корневой зависимостью типа (3), показанной на вставке красной линией. Надо отметить, что в интервале тока накачки от 1.1 до 1.4 период осцилляций практически не меняется, поскольку лазер, по-видимому, находится в переходной области генерации.

Экспериментально полученная зависимость $T(J/J_{\text{thr}})$ позволяет оценить время рекомбинации носителей, участвующих в лазерной генерации. Из представленной на вставке зависимости можно найти, что $\sqrt{\tau_c \tau_r} \approx 100$ нс (обычно полагают $M \simeq 1$), тогда для времени жизни фотонов в резонаторе $\tau_c \lesssim 1$ пс, получаем, что $\tau_r \gtrsim 10$ мс. Для объяснения столь длинных времен можно предположить, что в генерации участвуют, например, донорно-акцепторные пары, либо поведение интенсивности, наблюдаемое в эксперименте, это – динамическое состояние, в которое система в резонаторе переходит самопроизвольно. Из рис. 2 или рис. 3 можно сделать вывод, что лазерная система излучает импульсы равной энергии, поскольку площадь под кривой $I(t)$ за период T с течением времени остается постоянной. Это может означать, что на уровне генерации накапливается плотность носителей, которая затем, по достижении критической плотности, рекомбинирует в фотонное поле в резонаторе. Столь длинный период осцилляций в этом случае возникает вследствие плавного накопления носителей на уровне генерации. В некотором роде данный процесс подобен релаксационным осцилляциям, наблюдаемым в лазерах. Однако на текущий момент, причины, по которым лазерная система хаотически переходит в затухающий пульсационный режим нам до конца не ясны.

Для подтверждения присутствия пульсаций в динамике интенсивности лазера были выполнены эксперименты по регистрации прихода фотонов с помощью стрик-камеры. Уровень электрической накачки был выбран $J/J_{\text{thr}} = 3.1$, что соответствует периоду осцилляций $T = 51$ нс. Ширина спектрального окна соответствовала детектированию $N = 3$ лазерных мод. Чувствительность стрик-камеры намного ниже чувствительности лавинных диодов, поэтому для накопления достаточного количества данных потребовалось 10-часовое накопление. Существенным отличием данной методики от измерений со старт-стоп системой является тот факт, что регистрация прихода фотонов ведется в реальном времени, когда после регистрации очередного фотона система продолжа-

ет испытывать эволюцию во времени. Гистограмма распределения пар фотонов по времени между регистрацией фотонов показана на рис. 4. Она весь-

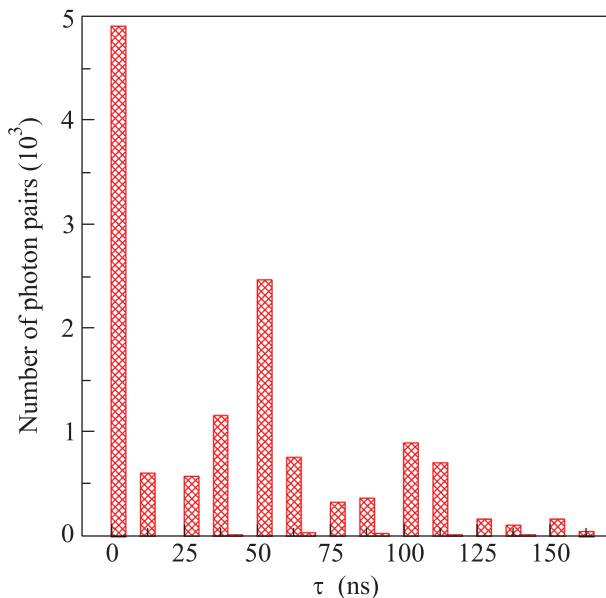


Рис. 4. (Цветной онлайн) Гистограмма распределения пар фотонов по времени между регистрацией фотонов. Ток накачки лазера $J/J_{\text{thr}} = 3.1$, что соответствует периоду осцилляций $T = 51$ нс. Ширина спектрального окна соответствует детектированию $N = 3$ лазерных мод

ма напоминает по виду корреляционную функцию интенсивностей, полученную при помощи старт-стоп системы. Как следует из рис. 4, существует очень много пар фотонов с близкой временной задержкой (именно с приходом которых на детектор включается старт-стоп система, что и позволяет наблюдать картину осцилляций с высокой видимостью). Далее с увеличением задержки наблюдаются максимумы на временах порядка 50 и 100 нс. Однако есть и отличия: на рис. 4 видно, что число пар фотонов в минимумах существенно отлично от нуля. Данное замывание распределения пар фотонов, по-видимому, возникает вследствие специфики работы режима скоростной развертки стрик-камеры в условиях непрерывной накачки, когда в область развертки может попасть любая часть затухающих пульсаций.

Выводы. Таким образом, на основе корреляционных измерений с использованием старт-стоп системы, исследований временной динамики интенсивностей компонент спектрального состава накачивающего полупроводникового лазера, в том числе и с помощью стрик-камеры, было показано, что полупроводниковый микрорезонатор играл вспомогательную роль в наблюдении длинновременных осцилляций коррелятора интенсивностей, осуществляя

спектральную селекцию мод возбуждающего лазера. Изучение временной динамики интенсивности накачивающего лазера демонстрирует хаотическое возбуждение затухающего пикового режима генерации в модах лазера при стабилизированном рабочем токе. Однако при детектировании всего спектра лазера осцилляций не наблюдается, лазерное поле находится в когерентном состоянии и, с точностью не хуже 1%, $g^{(2)}(\tau) = 1$.

Авторы признательны профессору В.Д. Кулаковскому и С.С. Гаврилову за полезные замечания и плодотворные обсуждения. Работа была поддержана грантом Президента РФ (МК-7844.2016.2).

1. H. J. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **39**, 691 (1977).
2. H. J. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel, Phys. Rev. A **18**, 201 (1978).
3. D. C. Burnham and D. L. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **25**, 84 (1970).
4. L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press (1995).
5. A. V. Burlakov, M. V. Chekhova, S. P. Kulik, and A. N. Penin, Laser Physics **6**, 1077 (1996).
6. A. V. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Malpuech, and F. P. Laussy, *Microcavities*, Oxford University Press, Oxford (2007).
7. C. Ciuti, Phys. Rev. B **69**, 245304 (2004).
8. S. Portolan, L. Einkemmer, Z. Vörös, G. Weihs, and P. Rabl, New J. Phys. **16**, 063030 (2014).
9. S. Portolan, O. Di Stefano, S. Savasta, and V. Savona, Europhys. Lett. **88**, 20003 (2009).
10. S. Savasta, O. Di Stefano, V. Savona, and W. Langbein, Phys. Rev. Lett. **94**, 246401 (2005).
11. T. C. H. Liew and V. Savona, Phys. Rev. A **84**, 032301 (2011).
12. D. Pagel and H. Fehske, Phys. Rev. A **92**, 022342 (2015).
13. H. Oka, G. Oohata, and H. Ishihara, Appl. Phys. Lett. **94**, 111113 (2009).
14. R. John, N. A. Gippius, G. Pavlovic, D. D. Solnyshkov, I. A. Shelykh, and G. Malpuech, Phys. Rev. Lett. **100**, 240404 (2008).
15. M. V. Lebedev, A. L. Parakhonskii, and A. A. Demenev, JETP Lett. **102**, 508 (2015).
16. H. Eleuch, J. Phys. B.: At. Mol. Opt. Phys. **41**, 055502 (2008).
17. N. G. Basov, V. V. Nikitin, and A. S. Semenov, Sov. Phys. Usp. **12**, 219 (1969).
18. N. B. Abraham and L. M. Narducci, *Laser Physics and Laser Instabilities*, World Scientific Publishing Company, Singapore (1988).
19. O. Svelto, *Principles of Lasers*, Plenum Press, N.Y. (1998).
20. J. Ohtsubo, *Semiconductor Lasers: Stability, Instability and Chaos*, Springer International Publishing AG, Basel (2017).