Гравитационное линзирование звезды вращающейся черной дырой

В. И. Докучаев^{+*1)}, *Н. О. Назарова*^{*1)}

+Институт ядерных исследований РАН, 117312 Москва, Россия

*Национальный исследовательский ядерный университет, МИФИ, 115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 9 октября 2017 г. После переработки 23 октября 2017 г.

Представлены результаты численного моделирования гравитационного линзирования звезды конечных размеров на круговой экваториальной орбите вокруг вращающейся черной дыры Керра. Вычисления для прямого изображения звезды, а также для первого и второго световых эхо, проведены на примере звезды с орбитальным периодом 3.22 ч, движущейся вокруг сверхмассивной черной дыры SgrA* в центре Галактики. Вычислены и показаны графически зависимости от времени для наблюдаемого положения звезды на небесной сфере, потока излучения от звезды, частоты регистрируемого излучения и величин большой и малой полуосей линзированного изображения звезды. Для детального наблюдения подобного линзирования необходим космический интерферометр типа российского проекта Миллиметрон.

DOI: 10.7868/S0370274X17220039

Ожидается, что в ближайшие три года международный интерферометр "Телескоп для Горизонта Событий" (Event Horizon Telescope) [1–8] сможет измерить форму тени [9–17] сверхмассивной черной дыры SgrA* в центре Галактики, подсвечиваемой либо горячим фоновым газом и звездами [18–22], либо акреционным диском [23–29]. Другим перспективным кандидатом для измерений формы тени может быть черная дыра в центре гигантской эллиптической галактики M87 [30–37].

Впервые с помощью прямого эксперимента может быть доказано существование черных дыр во Вселенной. Одновременно это будет экспериментальной проверкой в режиме сильного поля не только Общей Теории Относительности, но и многих других теорий гравитации, например, теорий типа f(R), C^2 , галилеона, Хорндески, миметики, многомерия и проч. (среди многочисленных работ по этим проблемам см., напр., [38–50].

Следующим качественно новым этапом исследований станет детальное изучение формы тени черной дыры SgrA*, а также особенностей движения окружающих ее объектов, например, отдельных звезд и компактных облаков газа [51–61]. Для проведения таких экспериментов потребуется интерферометр с угловым разрешением много меньшим, чем у Телескопа для Горизонта Событий. Одним из таких перспективных проектов интерферометров с угловым раз-

¹⁾e-mail: dokuchaev@inr.ac.ru; nazarova.mephi@gmail.com

решением на уровне угловой наносекунды является российский проект космического интерферометра Миллиметрон [62]. С большой вероятностью вблизи сверхмассивной звезды SgrA* может оказаться компактная звезда или облако газа. Сравнение результатов моделирования гравитационного линзирования звезд и/или облаков горячего газа вблизи черной дыры [63–70] с данными наблюдений с помощью интерферометра типа Миллиметрон позволит в обозримом будущем провести надежную верификацию (фальсификацию) известных теорий гравитации.

Мы провели численное моделирование гравитационного линзирования звезды конечных размеров, движущейся по круговой орбите в плоскости экватора черной дыры Керра и наблюдаемой удаленным телескопом. Вычисления траекторий отдельных фотонов, излучаемых звездой, проведены в приближении геометрической оптики. Использовался формализм и обозначения из пионерских работ по гравитационному линзированию в сильном гравитационном поле [71-74]. Выбрана звезда (или любой другой излучающий компактный объект), движущаяся в плоскости экватора черной дыры, $\theta_s = \pi/2$, по круговой орбите с радиусом $r_s = 20 GM/c^2$, где M – масса черной дыры, G – ньютоновская постоянная, с – скорость света. Направление орбитального движения звезды совпадает с направлением вращения черной дыры. В случае черной дыры SgrA* с массой $M = (4.2 \pm 0.2) \cdot 10^{6} M_{\odot}$ и предполагаемым безразмерным спином (параметром вращения Keppa) a = 0.998 орбитальная скорость звезды $v \simeq 0.22c$, а орбитальный период $T \simeq 3.22$ ч. Наблюдатель (телескоп) находится на большом удалении от черной дыры в фиксированной точке с радиусом $r_0 \gg GM/c^2$, полярным углом $\cos \theta_0 = 0.1$, $\theta_0 \simeq 84^{\circ}24$ и азимутальным углом $\varphi_0 = 0$. Звезда имеет сферическую форму с радиусом $d \ll r_s$ и излучает свет с тепловым спектром изотропно из каждой точки своей поверхности при полной светимости L. В ньютоновском пределе наблюдаемый поток энергии от такой звезды был бы равен $F_0 = L/4\pi r_0^2$. Радиальная координата на рисунках нормирована на GM/c^2 .

Траектория фотона (световая геодезическая) не зависит от его энергии и, согласно уравнениям движения в метрике Керра [75, 76], полностью описывается двумя параметрами: безразмерным азимутальным угловым моментом λ и безразмерной постоянной Картера q, которая определяет неэкваториальное движение пробной частицы. Формально в каждое мгновение удаленный наблюдатель видит бесконечное количество изображений звезды. Однако поток энергии от большей части этих изображений очень мал. На рис. 1 показаны две 3D траектории фотонов,



Рис. 1. (Цветной онлайн) 3D траектория фотона первого светового эха с $\lambda = -6.891$, q = 1.741 (кривая 1) и траектории фотонов прямого изображения с $\lambda = -20.95$, q = 2.112 (кривая 2) и с $\lambda = -0.012$, q = 2.005 (кривая 3)

дающие прямое изображение звезды. Такие фотоны летят от звезды к наблюдателю, не пересекая плоскость экватора, все время удаляясь от черной дыры. На этом же рисунке показана 3D траектория фотона, дающего первое световое эхо. Эти фотоны летят от звезды к наблюдателю, сначала приближаясь к черной дыре до минимального радиуса (точки поворота) $r_{\rm min}$, а затем удаляются от черной дыры, пересекая плоскость экватора один раз ("one-orbit photons" по классификации [73]). На рис. 2 показан пример 3D траектории фотона второго световое эха. Эти фотоны летят от звезды к наблюдателю по траекториям, пересекающим плоскость экватора два раза ("twoorbit photons").



Рис. 2. (Цветной онлайн) Пример 3D траектории фотона второго светового эха с $\lambda = -1.784, q = 5.206$

На рис. 3 и 4 показаны графики параметров (λ, q) для фотонных траекторий, дающих прямое изобра-



Рис. 3. (Цветной онлайн) Параметры фотонных траекторий (λ, q) , формирующих различные типы изображений звезды. (а) – Прямое изображение. (b) – Первое световое эхо

жение звезды, а также первое и второе световое эхо. На рис. 5 показан невидимый горизонт событий черной дыры, тень черной дыры, орбита прямого изображения звезды, а также орбиты первого и второго светового эха. Тень черной дыры является предельной внутренней окрестностью всех N-х световых эхо, где $1 \leq N \leq \infty$.

При вычислении потока энергии, регистрируемого от различных изображений звезды, исправлена ошибка во втором интеграле в формуле (A20) в ста-



Рис. 4. (Цветной онлайн) Параметры фотонных траекторий (λ, q) , формирующих второе световое эхо



Рис. 5. (Цветной онлайн) Невидимый горизонт событий черной дыры (штриховая окружность); ось вращения черной дыры (вертикальная стрелка); орбита прямого изображения звезды (наиболее протяженная замкнутая кривая); орбиты первого и второго световых эхо, примыкающие к тени черной дыры (закрашенная область), и одиночные мгновенные изображения звезды на этих трех орбитах

тье [73]. Правильное выражение для этого интеграла имеет вид

$$\int \frac{r[r^3 - q^2(r-2)]}{[r^4 + r^2 + 2r - 4r\lambda - r(r-2)\lambda^2 - (r-1)^2 q^2]^{3/2}} dr.$$
 (1)

На рис. 6 и 7 показаны световые кривые для прямого изображения звезды и первого светового эха, регистрируемые удаленным наблюдателем. Моменту времени t = 0 на всех графиках соответствует самая верхняя точка на траектории прямого изображения, показанной на рис. 5. Поток излучения F(t) нормирован на постоянный ньютоновский поток излучения F_0 . Поток излучения прямого изображения звезды превышает ньютоновское значение, $F(t)/F_0 > 1$, на



Рис. 6. (Цветной онлайн) Световая кривая прямого изображения звезды



Рис. 7. (Цветной онлайн) Световая кривая первого светового эха

части круговой орбиты, где звезда движется к наблюдателю. Это происходит за счет увеличения видимого размера звезды, а также сильного Допплерэффекта, что в итоге приводит к компенсации гравитационного красного смещения. Поток энергии от первого светового эха, как показывают вычисления, мал по сравнению с потоком энергии от прямого изображения на большей части орбиты. Соответственно, поток энергии от второго светового эха (не показан на графиках) много меньше потока от первого светового эха.

Деформация формы линзированных изображений сферической звезды вычислена с учетом первого порядка отклонения лучей света по отношению к центральному лучу. В этом приближении мгновенное изображение звезды имеет форму эллипса. Большая полуось эллипса для всех изображений расположена горизонтально в картинной плоскости. На рис. 8 и 9 представлены зависимости от времени большой a(t)и малой b(t) полуосей прямых эллиптических изображений звезды. Собственной приливной деформацией звезды мы пренебрегаем, считая звезду достаточно компактной.



Рис. 8. (Цветной онлайн) Зависимость от времени размера большой полуоси прямого изображения a(t)



Рис. 9. (Цветной онлайн) Зависимость от времени размера малой полуоси прямого изображения b(t)

На рис. 10 показана зависимость от времени относительной частоты излучения g(t) прямого изоб-



Рис. 10. (Цветной онлайн) Временна́я зависимость относительной частоты излучения g(t) прямого изображения

ражения, определяемой как отношение наблюдаемой частоты излучения звезды ν_0 к частоте излучения в собственной системе отсчета звезды ν_s , а на рис. 11 изображен соответствующий график g(t) для перво-



Рис. 11. (Цветной онлайн) Зависимость от времени относительной частоты излучения g(t) первого светового эха. Одновременно может наблюдаться несколько изображений первого светового эха, что приводит к многозначности функции g(t)

го светового эха. Величина g(t) учитывает как гравитационное красное смещение в гравитационном поле, так и Допплер-эффект за счет движения звезды. На последнем рис. 12 показаны прямые изобра-



Рис. 12. (Цветной онлайн) Прямое изображение, а также первое и второе световые эхо через равные промежутки времени. Размер второго светового эха увеличен, чтобы быть видимым

жения звезды, а также изображения первого и второго светового эха через равные промежутки времени. Временная эволюция обсуждаемых линзированных изображений звезды представлена в виде анимации в [77].

В основополагающей работе [73] по гравитационному линзированию в метрике Керра поток излучения от линзируемой звезды был вычислен неправильно из-за ошибки в интеграле (1). В проведенном нами численном моделировании эта ошибка исправлена и заново вычислена временная зависимость потоков излучения от прямого изображения звезды и от первого светового эха. Численный алгоритм позволяет вычислять потоки излучения для любого типа светового эха. Существенно новым результатом является также вычисление эллиптической деформации изображения линзируемой звезды в метрике Керра. Полученные результаты численного моделирования могут быть использованы для интерпретации наблюдательных данных при реализации проектов типа Миллиметрон.

Авторы выражают признательность В.А. Березину, Ю.Н. Ерошенко, А.Л. Смирнову и А.Ф. Захарову за полезные обсуждения.

- V.L. Fish, K. Akiyama, K.L. Bouman et al. (Event Horizon Telescope Collaboration), Galaxies 4, 54 (2016).
- T. Lacroix and J. Silk, Astron. Astrophys. 554, A36 (2013).
- T. Johannsen, A. E. Broderick, P. M. Plewa, S. Chatzopoulos, S. S. Doeleman, F. Eisenhauer, V. L. Fish, R. Genzel, O. Gerhard, and M. D. Johnson, Phys. Rev. Lett. **116**, 031101 (2016).
- A.E. Broderick P.M. Plewa, S. Chatzopoulos, S.S. Doeleman, F. Eisenhauer, V.L. Fish, R. Genzel, O. Gerhard, and M.D. Johnson, Astrophys. J. 820, 137 (2016).
- A.A. Chael, M.D. Johnson, R. Narayan, S.S. Doeleman, J.F.C. Wardle, and K.L. Bouman, Astrophys. J. 829, 11 (2016).
- J. Kim, D. P. Marrone, C. Chan, L. Medeiros, F. Özel and D. Psaltis, Astrophys. J. 832, 156 (2016).
- F. Roelofs, M. D. Johnson, H. Shiokawa, S. S. Doeleman, and H. Falcke, arXiv:1708.01056 [astro-ph.HE].
- 8. S. Doeleman, Nature Astron. 1, 646 (2017).
- J. M. Bardeen, in *Black Holes*, ed. by C. DeWitt, B.S. DeWitt, Gordon and Breach, N.Y. (1973), p. 215.
- S. Chandrasekhar, The Mathematical Theory of Black Holes, Clarendon Press, Oxford (1983).
- H. Falcke, F. Melia, and E. Agol, Astrophys. J. **528**, L13 (2000).
- 12. R. Takahashi, Astrophys. J. 611, 996 (2004).
- H. Falcke and S. Markoff, Class. Quantum Grav. 30, 244003 (2013).
- 14. Z. Li and C. Bambi, JCAP **01**, 041 (2014).
- P.V.P. Cunha, C.A.R. Herdeiro, E. Radu, and H.F. Runarsson, Phys. Rev. Lett. **115**, 211102 (2015).
- A. A. Abdujabbarov, L. Rezzolla, and B. J. Ahmedov, Mon. Not. R. Astron. Soc. 454, 2423 (2015).
- Z. Younsi, A. Zhidenko, L. Rezzolla, R. Konoplya, and Y. Mizuno, Phys. Rev. D 94, 084025 (2016).
- 18. R. Takahashi, Publ. Astron. Soc. Jpn. 57, 273 (2005).
- R. Takahashi and K. Watarai, Mon. Not. R. Astron. Soc. **374**, 1515 (2007).

- S. Doeleman, J. Weintroub, A.E.E. Rogers et al. (Collaboration), Nature 455, 78 (2008).
- F. De Paolis, G. Ingrosso, A.A. Nucita, A. Qadir, and A.F. Zakharov, Gen. Rel. Grav. 43, 977 (2011).
- L. Yang and Z. Li, Intern. J. Mod. Phys D 25, 1650026 (2016).
- P. J. Armitage and C. S. Reynolds, Mon. Not. R. Astron. Soc. **341**, 1041 (2003).
- 24. J. Dexter, E. Agol, P. C. Fragile, and J. C. McKinney, Astrophys. J. 717, 1092 (2010).
- M. D. Johnson, V.L. Fish, S.S. Doeleman, A.E. Broderick, J.F.C. Wardle, and D.P. Marrone, Astrophys J. **794**, 150 (2014).
- O. J. E. von Tunzelmann, P. Franklin, and K. S. Thorne, Class. Quantum Grav. 32, 065001 (2015).
- D. Psaltis, R. Narayan, V.L. Fish, A.E. Broderick, A. Loeb, and S.S. Doeleman, Astrophys. J. **798**, 15 (2015).
- V. L. Fish, M. D. Johnson, and R. Lu, Astrophys. J. 795, 134 (2014).
- T. Johannsen, C. Wang, A.E. Broderick, S. S. Doeleman, V.L. Fish, A. Loeb, and D. Psaltis, Phys. Rev. Lett. 117, 091101 (2016).
- A. E. Broderick and A. Loeb, Astrophys. J. 697 1164 (2009)
- A. E. Broderick, A. Loeb, and M. J. Reid, Astrophys. J. **735** 57 (2011)
- S.S. Doeleman, F.V. Fish, D.E. Schenck et al. (Collaboration), Science, **338** 355 (2012).
- T. Johannsen, D. Psaltis, S. Gillessen, D.P. Marrone, F. Ozel, S.S. Doeleman, and V.L. Fish, Astrophys. J. 758, 30 (2012).
- M. Inoue, J.C. Algaba-Marcos, K. Asada et al. (Collaboration), Radio Sci. 49 564 (2014).
- A.E. Broderick, R. Narayan, J. Kormendy, E.S. Perlman, M.J. Rieke, and S.S. Doeleman, Astrophys. J. 805, 179 (2015).
- T. Lacroix, M. Karami, A.E. Broderick, J. Silk, and C. Boehm, Phys. Rev. D 96, 063008 (2017).
- K. Akiyama, K. Kuramochi, S. Ikeda et al. (Collaboration), Astrophys. J. 838, 1 (2017).
- V. P. Frolov and I. L. Shapiro, Phys. Rev. D 80, 044034 (2009).
- A. E. Broderick, A. Loeb, and R. Narayan, Astrophys. J. 701, 1357 (2009).
- D. Borka, P. Jovanovic, V.B. Jovanovic, and A.F. Zakharov, JCAP **11**, 050 (2013).
- L. Amarilla and E. F. Eiroa, Phys. Rev. D 87, 044057 (2013).
- 42. A.F. Zakharov, arXiv:1407.2591.
- A. F. Zakharov, D. Borka, V. B. Jovanovic, and P. Jovanovic, Adv. Space Res. 54 1108 (2014).
- S. Wei, P. Cheng, Y. Zhong, and X. Zhou, JCAP 08, 004 (2015).
- 45. B. P. Singh and S. G. Ghosh, arXiv:1707.07125 [gr-qc].

Письма в ЖЭТФ том 106 вып. 9-10 2017

- S. B. Giddings and D. Psaltis, arXiv:1606.07814 [astroph.HE].
- J. R. Mureika and G. U. Varieschi, arXiv:1611.00399 [gr-qc].
- A. F. Zakharov, P. Jovanovic, D. Borka, and V. B. Jovanovic, JCAP 05, 045 (2016).
- M. Amir, B. P. Singh, and S. G. Ghosh, arXiv:1707.09521[gr-qc].
- 50. O.Y. Tsupko, Phys. Rev. D 95, 104058 (2017).
- N.S. Kardashev, I.D. Novikov, and A.A. Shatskiy, Int. J. Mod. Phys. D 16, 909 (2007).
- А. Шацкий, И. Д. Новиков, Н. С. Кардашев, УФН 178, 481 (2008) [A. A. Shatskiy, I. D. Novikov, and N. S. Kardashev, Phys. Usp. 51, 457 (2008)].
- Е.О. Бабичев, В.И. Докучаев, Ю.Н. Ерошенко, УФН 183, 1257 (2013) [Е.О. Babichev, V.I. Dokuchaev, and Yu.N. Eroshenko, Phys. Usp. 56, 1155 (2013)].
- 54. V.I. Dokuchaev, Gen. Relativ. Grav. 46, 1832 (2014).
- В.И. Докучаев и Ю.Н. Ерошенко, Письма ЖЭТФ 101, 875 (2015) [V.I. Dokuchaev and Yu. N. Eroshenko, JETP Lett. 101, 777 (2015)].
- В.И. Докучаев и Ю.Н. Ерошенко, УФН 185, 829 (2015) [V.I. Dokuchaev and Yu.N. Eroshenko, Phys. Usp. 58, 772 (2015)].
- A. Herrera-Aguilar and U. Nucamendi, Phys. Rev. D 92, 045024 (2015).
- R. Becerril, S. Valdez-Alvarado, and U. Nucamendi, Phys. Rev. D 94, 124024 (2016).
- C. M. Will and M. Maitra, Phys. Rev. D 95, 064003 (2017).
- F. Ferrer, A. M. da Rosa, and C. M. Will, arXiv:1707.06302 [astro-ph.CO].

- C. Goddi, H. Falcke, M. Kramer et al (Collaboration), Int. J. Mod. Phys. D 26, 1730001 (2017).
- H. C. Кардашев, И. Д. Новиков, В. Н. Лукаш, и др. (Collaboration), УФН 184, 1319 (2014)
 [N.S. Kardashev, I.D. Novikov, V.N. Lukash et al.(Collaboration), Phys. Usp. 57, 1199 (2014)].
- A. C. Fabian, M. J. Rees, L. Stella, and N. E. White, Mon. Not. R. Astron. Soc. 238, 729 (1989).
- A. F. Zakharov, F. De Paolis, G. Ingrosso, and A. A. Nucita, New Astron. 10, 479 (2005).
- L. W. Brenneman and C. S. Reynolds, Astrophys J. 652, 1028 (2006).
- A. F. Zakharov and S. V. Repin, New Astron. 11, 405 (2006).
- J. M. Miller, Annu. Rev. Astron. Astrophys. 45, 441 (2007).
- 68. K.S. Virbhadra, Phys. Rev. D **79**, 083004 (2009).
- S.S. Doeleman, V.L. Fish, A.E. Broderick, A. Loeb, and A.E.E. Rogers, Astrophys. J. 695, 59 (2009).
- V. Perlick and O. Yu. Tsupko, Phys. Rev. D 95, 104003 (2017)
- 71. А.Г. Полнарев, Астрофизика **8**, 461 (1972) [A.G. Polnarev, Astrofiz. **8**, 273 (1972)].
- 72. C.T. Cunnungham and J.M. Bardeen, Astrophys. J. 173, L137 (1972).
- C. T. Cunnungham and J. M. Bardeen, Astrophys. J. 183, 237 (1973).
- 74. J.-P. Luminet, Astron. Astrophys. 75, 228 (1979).
- 75. B. Carter, Phys. Rev. 174, 1559 (1968).
- J. M. Bardeen, W. H. Press, and S. A. Teukolsky, Astrophys. J. **178**, 347 (1972).
- 77. https://www.youtube.com/watch?v=x0a41_yFnEQ