Письма в ЖЭТФ, том 106, вып. 12, с. 737 – 740 © 2017 г. 25 декабря

Рождение пар $\rho(770)$, η мезонов в распадах $\rho(1450) \to \rho(770)\eta$, $\tau \to \rho(770)\eta\nu_\tau$, а также в процессе $e^+e^- \to \rho(770)\eta$ в расширенной модели Намбу–Йона-Лазинио

М. К. Волков[+1)], *К. Нурлан*[+*#1)], *А. А. Пивоваров*[+1)]

[+]*Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[*]*Институт ядерной физики Республики Казахстан, 050032 Алматы, Республика Казахстан*

[#]*Государственный Университет "Дубна", 141980 Дубна, Россия*

Поступила в редакцию 23 октября 2017 г.
После переработки 9 ноября 2017 г.

В расширенной модели Намбу–Йона-Лазинио описано рождение пар $\rho(770)$, η мезонов на встречных электрон-позитронных пучках, а также в распадах $\rho(1450) \to \rho(770)\eta$, $\tau \to \rho(770)\eta\nu_\tau$. При вычислениях процессов, связанных с электрон-позитронной аннигиляцией и распадом тау-лептона учтены вклады от промежуточных ρ мезонов как в основном, так и в первом радиально-возбужденных состояниях. Дано теоретическое предсказание для распада $\tau \to \rho(770)\eta\nu_\tau$. Полученные результаты для остальных процессов находятся в удовлетворительном согласии с известными экспериментальными данными.

DOI: 10.7868/S0370274X1724002X

Введение. Изучению взаимодействия мезонов при низких энергиях уделяется большое внимание как в экспериментальной [1, 2], так и в теоретической областях физики [3, 4]. Однако, при теоретических вычислениях в области энергий ниже 2 ГэВ нельзя применять теорию возмущения квантовой хромодинамики (КХД), и поэтому приходится использовать разные феноменологиеские модели [4, 5]. Одной из наиболее популярных и успешно применяемых моделей такого типа является модель Намбу–Йона-Лазинио (НИЛ) [3, 6–13] и, в частности, ее расширенные модификации, позволяющие в рамках киральной симметрии описывать взаимодействия не только основных состяний четырех мезонных нонетов (скалярных, псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных), но и их первых радиально-возбуженных состояний [3–5, 14–17].

Все вычисления в рамках НИЛ-модели проводятся в низшем порядке по $1/N_c$, где N_c – число цветов кварков. Учет более высоких степеней разложения может привести к нарушению киральной симметрии. Поэтому в стандартной НИЛ-модели такие разложения не используются. Однако существуют другие подходы при формулировании феноменологических моделей при низких энергиях, в частности, киральная теория возмущений [18, 19].

В результате удалось успешно описать многие процессы рождения мезонов на встречных электрон-позитронных пучках, а также в распадах тау-лептонов [4]. В настоящей работе мы продолжим эти исследования и в рамках расширенной НИЛ-модели опишем процессы $\rho' \to \rho\eta$, $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$ и $e^+e^- \to \rho\eta$. Полученные здесь теоретические результаты находятся в удовлетворительном согласии с известными экспериментальными данными [1, 2, 21].

2. Лагранжиан расширенной НИЛ-модели для ρ, ρ', η мезонов. Лагранжиан для векторных ρ, ρ' и псевдоскалярных η мезонов в расширенной НИЛ-модели имеет следующий вид [4]:

$$\Delta L_{\rm int}(q,\bar{q},\rho,\rho',\eta) = = \bar{q}\left[\frac{1}{2}\gamma^\mu\lambda_\rho(a_\rho\rho_\mu + b_\rho\rho'_\mu) + {\rm i}\gamma^5\lambda_u \sum_{\tilde{\eta}=\eta,\eta',\hat{\eta},\hat{\eta}'} A^u_{\tilde{\eta}}\tilde{\eta}\right] q, \quad (1)$$

где q и $\bar{q}$ являются полями u и d кварков с составляющими массами $m_u = m_d = 280$ МэВ,

$$a_\rho = \frac{1}{\sin(2\theta^0_\rho)}\left[g_\rho \sin(\theta_\rho + \theta^0_\rho) + g_{\rho'} f_\rho(\mathbf{k}^2)\sin(\theta_\rho - \theta^0_\rho)\right],$$

$$b_\rho = \frac{-1}{\sin(2\theta^0_\rho)}\left[g_\rho \cos(\theta_\rho + \theta^0_\rho) + g_{\rho'} f_\rho(\mathbf{k}^2)\cos(\theta_\rho - \theta^0_\rho)\right], \quad (2)$$

$$A^u_{\tilde{\eta}} = g^u_1 b^u_{\tilde{\eta}1} + g^u_2 f_u(\mathbf{k}^2) b^j_{\tilde{\eta}2},$$

[1)]e-mail: volkov@theor.jinr.ru, nurlan.qanat@mail.ru, tex_k@mail.ru

$f\left(\mathbf{k}^2\right) = 1 + d_{uu}\mathbf{k}^2$ – формфактор для описания первого радиально-возбужденного состояния, d_{uu} – параметр наклона, θ_ρ и θ_ρ^0 – углы смешивания для векторных мезонов в основных и возбужденных состояниях. Определение углов смешивания можно найти в работе [4] (гл. 2.2),

$$d_{uu} = -1.784\,\text{ГэВ}^{-2},$$

$$\theta_\rho = 81.8^\circ, \quad \theta_\rho^0 = 61.5^\circ. \tag{3}$$

Коэффициенты $b^j_{\bar\eta 1}, b^j_{\bar\eta 2}$ являются параметрами смешивания четырех состояний η мезонов. Эти коэффициенты получены в работе [17] (гл. 3.3) и приведены в табл. 1.

Таблица 1. Коэффициенты смешивания для η мезонов.

$b^j_{\bar\eta i}$	η	$\hat\eta$	η'	$\hat\eta'$
$b^u_{\bar\eta 1}$	0.71	0.62	−0.32	0.56
$b^u_{\bar\eta 2}$	0.11	−0.87	−0.48	−0.54
$b^s_{\bar\eta 1}$	0.62	0.19	0.56	−0.67
$b^s_{\bar\eta 2}$	0.06	−0.66	0.30	0.82

Константы связи определены через интегралы:

$$g_\rho = \left(\frac{2}{3}I_2(m_u, m_u)\right)^{-1/2} \approx 6.14,$$

$$g_{\rho'} = \left(\frac{2}{3}I_2^{f^2_{uu}}(m_u, m_u)\right)^{-1/2} \approx 9.87,$$

$$g_1^u = \left(\frac{4}{Z_\pi}I_2(m_u, m_u)\right)^{-1/2} \approx 3.02,$$

$$g_2^u = \left(4I_2^{f^2_{uu}}(m_u, m_u)\right)^{-1/2} \approx 4.03,$$

где Z_π – параметр перенормировки, возникающий при учете $\pi - a_1$ переходов,

$$Z_\pi = \left(1 - 6\frac{m_u^2}{M_{a_1}^2}\right)^{-1} \approx 1.45,$$

где $M_{a_1} = 1230\,\text{МэВ}$ – масса акисально-векторного a_1 мезона, а интеграл

$$I_2^{f^n}(m_1, m_2) = -\mathrm{i}\frac{N_c}{(2\pi)^4}\int\frac{f^n(\mathbf{k}^2)}{(m_1^2 - k^2)(m_2^2 - k^2)}\theta(\Lambda_3^2 - \mathbf{k}^2)\mathrm{d}^4k, \tag{4}$$

$\Lambda_3 = 1.03\,\text{ГэВ}$ – параметр ультрафиолетового обрезания по импульсам кварков [20].

Приведем также лагранжиан слабого взаимодействия лептонного тока с кварками, необходимого для описания распада $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$:

$$L^{\text{weak}} = \bar\tau\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu\frac{G_{\text{F}}}{\sqrt{2}}V_{ud}\bar d(1-\gamma_5)\gamma_\mu u, \tag{5}$$

где $G_{\text{F}} = 1.1663787(6)\cdot 10^{-11}\,\text{МэВ}^{-2}$ – константа Ферми, V_{ud} – элемент матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскавы.

3. Распад $\rho' \to \rho\eta$. Процесс $\rho' \to \rho\eta$ в однопетлевом кварковом приближении описывается диаграммой на рис. 1. Соответствующая амплитуда имеет вид:

$$T = 4m_u I_{03}^{\rho'\rho\eta}\epsilon^{\nu\lambda\delta\sigma}e_\nu(l)e_\lambda(p)p_\rho^\delta q_\eta^\sigma, \tag{6}$$

где $e_\nu(l)e_\lambda(p)$ – поляризационные вектора ρ', ρ мезонов. Петлевой интеграл

$$I_{03}^{\rho'\rho\eta}(m_u, m_d) = -\mathrm{i}\frac{N_c}{(2\pi)^4}\times \int\frac{a_\rho b_\rho A^u_\eta}{(m_u^2-(k+p)^2)(m_u^2-k^2)(m_u^2-(k-q)^2)}\times \theta(\Lambda_3^2 - \mathbf{k}^2)\mathrm{d}^4k, \tag{7}$$

a_ρ, b_ρ,A^u_η – коэффициенты, содержащие углы, коэффициенты смешивания и формфакторы.

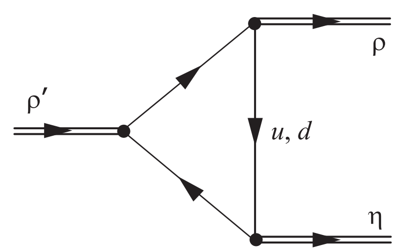

Рис. 1. Диаграмма, описывающая распад $\rho' \to \rho\eta$

В результате получаем ширину распада

$$\Gamma_{\text{NJL}}(\rho' \to \rho\eta) = 10.8\,\text{МэВ}. \tag{8}$$

Близкие значения к нашим результатам для ширины распада $\rho' \to \rho\eta$ получены в работе [22]. К сожалению, эксперимент дает только ограничение сверху на данный распад [21]:

$$\Gamma_{\text{exp}}(\rho' \to \rho\eta) < 16.0 \pm 2.4\,\text{МэВ}. \tag{9}$$

4. Процесс $e^+e^- \to \rho\eta$ в расширенной НИЛ-модели. Диаграммы, описывающие процесс $e^+e^- \to \rho\eta$, изображены на рис. 2 и 3. Соответствующая им амплитуда равна

$$T = \frac{4m_u e^2}{s}l^\mu\left\{B_{(\gamma)} + B_{(\rho)} + B_{(\rho')}\right\}_{\mu\nu}\epsilon^{\nu\lambda\delta\sigma}e_\lambda(p)p_\rho^\delta q_\eta^\sigma, \tag{10}$$

где $l^\mu = \bar e\gamma^\mu e$ – лептонный ток, $s = (p(e^-) + p(e^+))^2$.

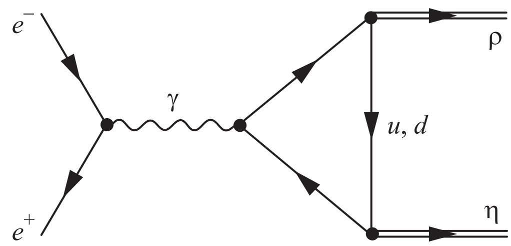

Рис. 2. Контактная диаграмма процесса $e^+e^- \to \rho\eta$

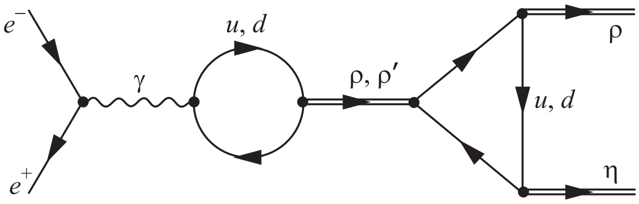

Рис. 3. Диаграмма процесса $e^+e^- \to \rho\eta$ с промежуточными ρ, ρ' мезонами

Вклад контактной диаграммы (см. рис. 2):

$$B_{(\gamma)_{\mu\nu}} = I_{03}^{\gamma\rho\eta} g_{\mu\nu}. \tag{11}$$

Вклад диаграмм с промежуточными ρ, ρ' мезонами:

$$B_{(\rho)_{\mu\nu}} = \frac{C_\rho}{g_\rho} I_{03}^{\rho\rho\eta} \frac{g_{\mu\nu}s - p_\mu p_\nu}{M_\rho^2 - s - \mathrm{i}\sqrt{s}\Gamma_\rho}, \tag{12}$$

$$B_{(\rho')_{\mu\nu}} = \frac{C_{\rho'}}{g_\rho} I_{03}^{\rho'\rho\eta} \frac{g_{\mu\nu}s - p_\mu p_\nu}{M_{\rho'}^2 - s - \mathrm{i}\sqrt{s}\Gamma_{\rho'}}, \tag{13}$$

$M_\rho = 775$ МэВ, $M_{\rho'} = 1465$ МэВ, $\Gamma_\rho = 149$ МэВ, $\Gamma_{\rho'} = 400$ МэВ – массы векторных мезонов и их ширины полного распада [23]. Константа C_ρ описывает переход виртуального фотона в промежуточный векторный мезон:

$$C_\rho = \frac{1}{\sin\left(2\theta_\rho^0\right)} \left[\sin\left(\theta_\rho + \theta_\rho^0\right) + R_V \sin\left(\theta_\rho - \theta_\rho^0\right)\right], \tag{14}$$

$$R_V = \frac{I_2^f(m_u, m_d)}{\sqrt{I_2(m_u, m_d) I_2^{f^2}(m_u, m_d)}}.$$

Численные результаты вычислений с приведенными здесь амплитудами даны на рис. 4. Теоретическому результату соотвествует сплошная линия, экспериментальные данные [1] показаны отдельными точками.

5. Распад $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$. Диаграммы, описывающие распад $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$, изображены на рис. 5 и 6. Амплитуда распада близка к той, которая описана в разделе 4 и имеет вид

$$T = -\mathrm{i}4m_u \frac{G_F}{\sqrt{2}} l^\mu V_{ud} \times$$

$$\times \left\{ I_{03}^{\gamma\rho\eta} g_{\mu\nu} + \frac{C_\rho}{g_\rho} I_{03}^{\rho\rho\eta} \frac{g_{\mu\nu}s - p_\mu p_\nu}{M_\rho^2 - s - \mathrm{i}\sqrt{s}\Gamma_\rho} + \right.$$

$$\left. + \frac{C_{\rho'}}{g_\rho} I_{03}^{\rho'\rho\eta} \frac{g_{\mu\nu}s - p_\mu p_\nu}{M_{\rho'}^2 - s - \mathrm{i}\sqrt{s}\Gamma_{\rho'}} \right\} \epsilon^{\nu\lambda\delta\sigma} e_\lambda(p) p_\rho^\delta q_\eta^\sigma. \tag{15}$$

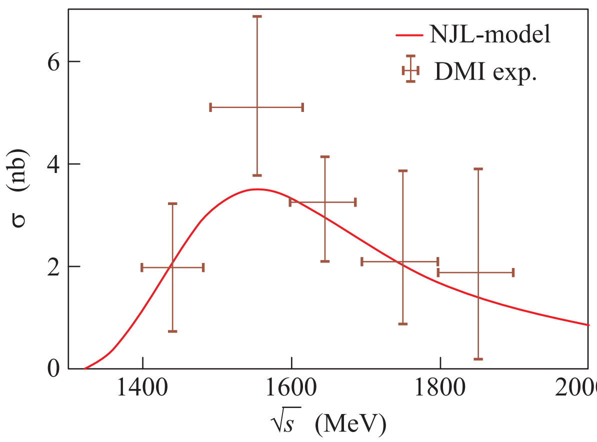

Рис. 4. (Цветной онлайн) Сравнение предсказаний модели НИЛ для процесса $e^+e^- \to \rho\eta$ (сплошная линия) с экспериментальными данными [1]

Здесь вместо промежуточного фотона имеет место W-бозон, роли нейтральных промежуточных векторных ρ мезонов будут играть заряженные векторные мезоны.

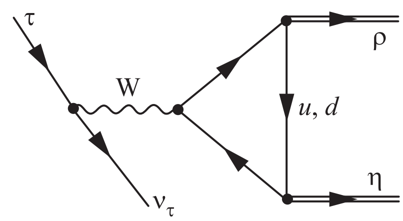

Рис. 5. Контактная диаграмма распада $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$

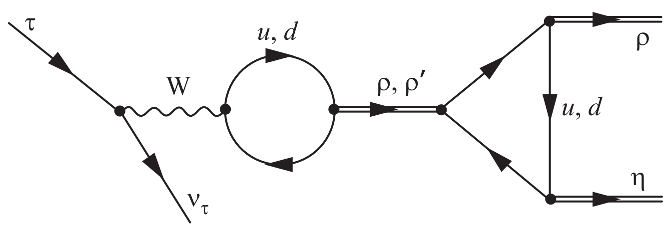

Рис. 6. Диаграмма распада $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$ с промежуточными ρ, ρ' мезонами

В результате для парциальной ширины распада $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$ получаем:

$$Br(\tau \to \rho\eta\nu_\tau)_{\text{NJL}} = 1.44 \cdot 10^{-3}. \tag{16}$$

6. Заключение. Результаты, полученные для $\rho' \to \rho\eta$ и $e^+e^- \to \rho\eta$, находятся в удовлетворительном согласии с известными экспериментальными данными [1, 21]. Наши теоретические оценки для ширины распада $\rho' \to \rho\eta$ в рамках расширенной НИЛ-модели близки к теоретическому результату, полученному в другой феноменологической модели [22]. К сожалению, для распада $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$ в настоящее время не существует прямых экспериментальных данных, однако достаточно хорошо измерена ширина распада, $\tau \to 2\pi\eta\nu_\tau$, равная $Br(\tau \to 2\pi\eta\nu_\tau)_{\mathrm{exp}} = (1.39 \pm 0.1) \cdot 10^{-3}$ [23]. Заметим, что по порядку величины это значение близко к полученной нами ширине распада $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$. Следовательно, можно надеяться, что наше предсказание для ширины процесса $\tau \to \rho\eta\nu_\tau$ находится в разумных пределах по сравнению с шириной $\tau \to 2\pi\eta\nu_\tau$ и в ближайшем будущем найдет экспериментальное подтверждение. Процесс $\tau \to 2\pi\eta\nu_\tau$ был теоретически вычислен в работе [25].

В заключение заметим, что ширина процесса $\tau \to 2\pi\eta\nu_\tau$ ранее была вычислена в рамках расширенной НИЛ-модели в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными [24].

Авторы выражают благодарность А.Б. Арбузову за полезные обсуждения.

1. B. Delcourt, D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, A. Cordier, and F. Mane, Phys. Lett. B **113**, 1 (1982).
2. BaBar Collaboration (Bernard Aubert (Annecy, LAPP) et al.), Phys. Rev. D **77**, 092002 (2008).
3. M. K. Volkov and A. E. Radzhabov, Phys. Usp. **49**, 551 (2006).
4. M. K. Volkov and A. B. Arbuzov, Usp. Fiz. Nauk **187**, 689 (2017).
5. M. K. Volkov and A. B. Arbuzov, Phys. Part. Nucl. **47**, 489 (2016) [Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **47**, 489 (2016)].
6. D. Ebert and M. K. Volkov, Z. Phys. C **16**, 205 (1983).
7. M. K. Volkov, Ann. Phys. (New York) **157**, 282 (1984).
8. M. K. Volkov, Sov. J. Part. Nucl. **17**, 186 (1986) [Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **17**, 433 (1986)].
9. D. Ebert and H. Reinhardt, Nucl. Phys. B **271**, 188 (1986).
10. H. Vogl and W. Weise, Progr. Part. Nucl. Phys. **27**, 195 (1991).
11. S. P. Klevansky, Rev. Mod. Phys. **64**, 649 (1992).
12. M. K. Volkov, Sov. J. Part. and Nuclei **24**, 81 (1993).
13. D. Ebert, H. Reinhardt, and M. K. Volkov, Prog. Part. Nucl. Phys **33**, 1 (1994).
14. M. K. Volkov and C. Weiss, Phys. Rev. D **56**, 221 (1997).
15. M. K. Volkov, Phys. Atom. Nucl. **60**, 1920 (1997) [Yad. Fiz. **60**, 2094 (1997)].
16. M. K. Volkov, D. Ebert and M. Nagy, Int. J. Mod. Phys. A **13**, 5443 (1998).
17. M. K. Volkov and V. L. Yudichev, Phys. Part. Nucl. **31**, 282 (2000) [Fiz. Elem. Chast. At. Yadra **31**, 576 (2000)].
18. J. Gasser and H. Leutwyler, Annals. Phys. **158**, 142 (1984).
19. J. Gasser and H. Leutwyler, Nucl. Phys. B **250**, 517 (1985).
20. D. Ebert, Yu. L. Kalinovsky, L. Munchow, and M. K. Volkov, Int. J. Mod. Phys. A **8**, 1295 (1993).
21. A. Donnachie and A. B. Clegg, Z. Phys. C **51**, 689 (1991).
22. M. Piotrowska, C. Reisinger, and F. Giacosa, Phys. Rev. D **96**, 054033 (2017).
23. C. Partignani, K. Agashe, G. Aielli et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C **40**, 100001 (2016).
24. M. K. Volkov, A. B. Arbuzov, and D. G. Kostunin, Phys. Rev. Phys. Rev. C **89**, 015202 (2014).
25. D. Gomes Dumm and P. Roing, Phys Rev. D **86**, 076009 (2012).