

Определение ток-фазового соотношения джозефсоновских контактов с помощью несимметричного двухконтактного СКВИДа

Л. В. Гинзбург[a,b], *И. Е. Батов*[a,b], *В. В. Больгинов*[b,e], *С. В. Егоров*[b], *В. И. Чичков*[g], *А. Е. Щеголев*[c,d,e], *Н. В. Кленов*[a,c,d,e,f1)], *И. И. Соловьев*[a,e,f], *С. В. Бакурский*[a,e], *М. Ю. Куприянов*[a,e]

[a]*Московский физико-технический институт (государственный университет), 141700 Долгопрудный, Россия*

[b]*Институт физики твердого тела РАН, 142432, Черноголовка, Россия*

[c]*Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

[d]*Московский технический университет связи и информатики, 111024 Москва, Россия*

[e]*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

[f]*Московский технологический университет (МИРЭА), 119454 Москва, Россия*

[g] *Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, 119049 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 ноября 2017 г.

После переработки 21 ноября 2017 г.

Разработан аналитический подход, позволяющий восстанавливать ток-фазовое соотношение (ТФС) джозефсоновских структур, включенных в одно из плеч двухконтактного СКВИДа, второй контакт которого имеет существенно больший критический ток и известное (синусоидальное) ТФС. Разработанные методы аналитического и численного исследований ток-потоковых преобразований в двухконтактных сверхпроводящих квантовых интерферометрах позволили учесть при восстановлении ТФС контакта с малым критическим током как наличие собственной индуктивности контура интерферометра, так и возможную асимметрию в системе задания тока питания. Работоспособность данного подхода подтверждена экспериментальным исследованием тестовых структур вида ниобий – алюминий/оксид алюминия – ниобий с известным ТФС.

DOI: 10.7868/S0370274X18010101

Введение. Важнейшей характеристикой джозефсоновского перехода является его ток-фазовое соотношение (ТФС) $I_{\rm s}(\phi) = I_{\rm c} f(\phi)$, связывающее между собой бездиссипативный ток через переход $I_{\rm s}$ и разность фаз ϕ параметров порядка его сверхпроводящих электродов (S). В нем критический ток $I_{\rm c}$ – максимальный бездиссипативый ток через контакт. Как правило [1], соотношение $I_{\rm s}(\phi)$ является нечетной функцией ϕ и может быть представлено в виде ряда Фурье, содержащего только синусоидальные гармоники. Критический ток $I_{\rm c}$, а также форма $f(\phi)$ зависят от температуры, геометрии области слабой связи, ее структуры и параметров образующих ее материалов.

Так в практически важном случае туннельного SIS контакта (I-изолятор) его ток-фазовое соотношение во всей области температур является синусоидальным [2] $I_{\rm s} = I_{\rm c}\sin(\phi)$ (0-состояние). В джозефсоновских переходах с ферромагнитным (F) барьером (SFS) были теоретически предсказаны [3, 4] и экспериментально обнаружены [5–7] так называемые π-контакты – структуры со сдвигом ТФС на π (π-состояние), в которых ТФС представимо в виде $I_{\rm s} = -I_{\rm c}\sin(\phi)$. Переход из 0- в π-состояние в таком контакте возможен, например, при изменении его температуры, при этом в области перехода может наблюдаться двукратное уменьшение периода ток-фазового соотношения вследствие доминирования второй гармоники [8, 9].

Изучение отклонения формы $f(\phi)$ от синусоидальной в джозефсоновских структурах на основе нанопроволок [10, 11], точечных контактов [12, 13], графена [14, 15], а также в контактах с пространственно неоднородной ферромагнитной областью слабой связи [16–21], или с барьером из топологического изолятора [22] позволяет получить информацию о механизмах когерентного транспорта и симметрии сверхпроводящего параметра порядка [1, 22–26].

В то же время, исследование ток-фазовых соотношений джозефсоновских структур представляет и практический интерес, обусловленный возмож-

1)e-mail: nvklenov@gmail.com

ным использованием контактов с нетривиальным ток-фазовым соотношением в системах обработки информации, включая элементы криогенной памяти [16, 17, 20, 27, 28] и квантовые биты [29–33].

Известно несколько экспериментальных методик определения ток-фазового соотношения джозефсоновских контактов [34–42]. С экспериментальной точки зрения наиболее простым и при этом эффективным является метод, в котором информация о форме $I_{\rm s}(\phi)$ определяется из измерений зависимости критического тока от внешнего магнитного поля двухконтактного СКВИДа с существенно различными значениями критических токов образующих его контактов. К сожалению, отсутствие аналитических формул, позволяющих по данным измерений восстанавливать соотношение $I_{\rm s}(\phi)$ контакта с наименьшим критическим током при заданном ТФС перехода с большим критическим током, существенно ограничивало практическое применение такого простого подхода [43]. Фактически, он использовался в основном для определения дифференциальной проводимости контакта с меньшим $I_{\rm c}$.

Целью данной работы является устранение указанного недостатка, т.е. разработка аналитического аппарата, позволяющего устанавливать форму $I_{\rm s}(\phi)$ по экспериментально определяемым зависимостям несимметричного двухконтактного СКВИДа и экспериментальная верификация предлагаемого метода.

Аналитическое выражение ТФС. Рассмотрим несимметричный двухконтактный СКВИД, в котором один контакт (опорный) имеет большой критический ток I_r и синусоидальное ТФС, а второй (исследуемый) – малый критический ток I_j и ТФС неизвестного вида, $I_J(\phi) = I_j f(\phi)$, где $f(\phi)$ – неизвестная функция. Величина сверхтока, $I_{\rm s}$, протекающего через СКВИД, соответствует сумме токов, протекающих через оба контакта,

$$I_{\rm s} = I_J(\phi) + I_r \sin\phi_r, \tag{1}$$

а джозефсоновские фазы контактов в пределе нулевой индуктивности СКВИДа связаны простым соотношением,

$$\phi_r = \phi + 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}, \tag{2}$$

где ϕ_r – фаза опорного контакта, Φ – магнитный поток, задаваемый в СКВИД, $\Phi_0 = h/2e$ – квант магнитного потока, h – постоянная Планка, e – заряд электрона.

Максимальный сверхпроводящий ток $I_{\rm s,max}$ достигается при некоторой фазе ϕ_c исследуемого контакта, обращающей производную сверхтока по фазе ϕ в нуль:

$$\left.\frac{dI_{\rm s}}{d\phi}\right|_{\phi=\phi_c} = \left.\frac{dI_J}{d\phi}\right|_{\phi=\phi_c} + I_r\cos(\phi_c + 2\pi\Phi/\Phi_0) = 0. \tag{3}$$

С учетом этого равенства экспериментально измеряемая производная максимального сверхтока по магнитному потоку

$$\frac{dI_{\rm s,max}}{d\Phi} = \left[\left.\frac{dI_J}{d\phi}\right|_{\phi=\phi_c} + I_r\cos(\phi_c + 2\pi\Phi/\Phi_0)\right]\frac{d\phi_c}{d\Phi} + \\ + \frac{2\pi I_r}{\Phi_0}\cos(\phi_c + 2\pi\Phi/\Phi_0) \tag{4}$$

оказывается связана с фазой ϕ_c следующим образом:

$$\phi_c = \pm\arccos\left(\frac{\Phi_0}{2\pi I_r}\frac{dI_{\rm s,max}}{d\Phi}\right) - 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} + 2\pi k, \tag{5}$$

где k – целое число.

Выражения (1)–(4) позволяют также выразить джозефсоновский ток исследуемого контакта через максимальный сверхток и его производную по потоку:

$$I_J(\phi_c) = I_{\rm s,max} - I_r\sin(\phi_c + 2\pi\Phi/\Phi_0) = \\ = I_{\rm s,max} \pm I_r\sqrt{1 - \left(\frac{\Phi_0}{2\pi I_r}\frac{dI_{\rm s,max}}{d\Phi}\right)^2}. \tag{6}$$

Выбор знака в выражениях (5), (6) определяется с учетом того, что критический ток исследуемого контакта мал, и его джозефсоновский ток заведомо не может превосходить критического тока СКВИДа.

Осталось учесть, что в эксперименте непосредственно измеряется функция $I_{\rm s,max}(I_{\rm sol})$, где $\Phi = \lambda I_{\rm sol}$, λ – константа, определяющая магнитную связь СКВИДа с управляющим соленоидом. Обозначим период по задаваемому току соленоида $I_{\rm sol}$, соответствующий Φ_0, через $I_{\rm sol,0}$. В итоге неявное выражение ТФС исследуемого контакта через измеряемые величины будет иметь следующий вид:

$$\phi_c = \arccos\left(\frac{I_{\rm sol,0}}{2\pi I_r}\frac{dI_{\rm s,max}}{dI_{\rm sol}}\right) - 2\pi\frac{I_{\rm sol}}{I_{\rm sol,0}}, \tag{7a}$$

$$I_J(\phi_c) = I_{\rm s,max} - I_r\sqrt{1 - \left(\frac{I_{\rm sol,0}}{2\pi I_r}\frac{dI_{\rm s,max}}{dI_{\rm sol}}\right)^2}. \tag{7b}$$

Заметим, что при большой асимметрии критических токов ($I_r \gg I_j$) практически весь сверхток протекает через опорный контакт, так что его максимальное значение всегда достигается при $\phi_r \simeq \pi/2$.

В этом случае, согласно (2), фаза исследуемого контакта линейно зависит от магнитного потока. В противоположном случае малой асимметрии ($I_r \approx I_j$) зависимость $\phi_c(\Phi)$ сильно нелинейная. Если в эксперименте изменение потока проводится с постоянным шагом, нелинейность $\phi_c(\Phi)$ приводит к значительной неравномерности распределения экспериментальных точек по ТФС, затрудняя его определение.

Учет конечной индуктивности СКВИДа. Наличие малой, но конечной индуктивности СКВИДа может являться причиной неточности определения ТФС с помощью представленных простых аналитических выражений (7). В этом случае магнитный поток Φ уже не равен внешнему λI_{sol}, а отличается от него на величину магнитного потока, соответствующему току, протекающему по индуктивности, Φ_l. Выражение для джозефсоновской фазы исследуемого контакта может быть представлено, соответственно, как

$$\phi_c = \arccos\left(\frac{\Phi_0}{2\pi I_r}\frac{dI_{\mathrm{s,max}}}{d\Phi}\right) - \frac{2\pi}{\Phi_0}(\Phi - \Phi_l). \quad (8)$$

В случае большой асимметрии критических токов ($I_r \gg I_j$) значение потока Φ_l примерно постоянно и определяется растеканием тока питания:

$$\Phi_l \approx L\Delta I_{\mathrm{c}}/2, \quad (9)$$

где L – индуктивность контура СКВИДа, $\Delta I_{\mathrm{c}} = I_r - I_j$.

Очевидно, что изменение направления протекания тока питания эквивалентно смене знака ΔI_c. Согласно (8), (9) величина индуктивности СКВИДа экспериментально может быть оценена посредством измерения взаимного сдвига максимумов зависимостей максимального сверхтока от магнитного потока для противоположно направленных токов питания, $\Delta\Phi_{\max} = 2\Phi_l$, как

$$L \approx \Delta\Phi_{\max}/\Delta I_{\mathrm{c}}. \quad (10)$$

Оценка величины индуктивности СКВИДа так же может быть получена с помощью программ численного моделирования топологии образца [44–47]. Более точное значение индуктивности можно найти из сопоставления аналитической и экспериментальной зависимостей максимального сверхтока от магнитного потока калибровочного СКВИДа с топологией аналогичной тестовой и обоими джозефсоновскими переходами с синусоидальным ТФС.

Аналитическая зависимость калибровочного СКВИДа $I_{\mathrm{s,max}}(\Phi)$, содержащая параметр индуктивности, может быть получена из системы уравнений аналогичных (1), (2), для сверхтока и баланса фаз:

$$I_{\mathrm{s}} = I_r \sin\phi_r + I_j \sin\phi, \quad (11a)$$

$$\phi_r = \phi + \frac{2\pi}{\Phi_0}(\Phi - L\Delta I/2), \quad (11b)$$

где $\Delta I = I_r \sin\phi_r - I_j \sin\phi$.

В переменных суммарной и разностной фазы, $\theta, \psi = (\phi_r \pm \phi)/2$ система (11) будет иметь вид

$$i_{\mathrm{s}} = \Sigma i_{\mathrm{c}} \sin\theta\cos\psi + \Delta i_{\mathrm{c}} \sin\psi\cos\theta, \quad (12a)$$

$$\phi_e = \psi + \frac{l}{4}\left\{\Delta i_{\mathrm{c}}\sin\theta\cos\psi + \Sigma i_{\mathrm{c}}\sin\psi\cos\theta\right\}, \quad (12b)$$

где токи нормированы на средний критический ток, $I_{\mathrm{c}} = (I_r + I_j)/2$, так что $i_{\mathrm{s}}, i_r, i_j = I_{\mathrm{s}}, I_r, I_j/I_{\mathrm{c}}$, $\Sigma i_{\mathrm{c}}, \Delta i_{\mathrm{c}} = i_r \pm i_j$, нормированная индуктивность, $l = 2\pi I_{\mathrm{c}} L/\Phi_0$, магнитный поток нормирован на квант потока, $\phi_e = \pi\Phi/\Phi_0$.

В простейшем случае нулевой индуктивности, $l = 0$, разностная фаза $\psi = \phi_e$, и уравнение (12a) имеет вид

$$i_{\mathrm{s}} = \underbrace{\Sigma i_{\mathrm{c}}\cos(\phi_e)}_{=A}\sin\theta + \underbrace{\Delta i_{\mathrm{c}}\sin(\phi_e)}_{=B}\cos\theta, \quad (13)$$

так что с учетом введенных в (13) обозначений, A, B, выражения для максимального сверхпроводящего тока, $i_{\mathrm{s,max}}$, и суммарной фазы, при котором он достигается, $\theta_{0,\max}$, имеют простую форму:

$$i_{\mathrm{s,max}} = \sqrt{(\Sigma i_{\mathrm{c}})^2\cos^2\phi_e + (\Delta i_{\mathrm{c}})^2\sin^2\phi_e}, \quad (14)$$

$$\theta_{0,\max} = \mathrm{sgn}\,(A)\left(\frac{\pi}{2} - \mathrm{sgn}\,(B)\left|\arctan\frac{B}{A}\right|\right). \quad (15)$$

Следуя подходу, развитому в работе [48], для случая малого, но конечного значения индуктивности, $l \ll 1$, решение системы (12) удобно искать, представляя разностную фазу в виде: $\psi = \phi_e + x$, где $x \ll 1$. В этом случае уравнение (12b) принимает форму:

$$0 = x + \frac{l}{4}\left\{\Delta i_{\mathrm{c}}\sin\theta\cos(\phi_e + x) + \Sigma i_{\mathrm{c}}\sin(\phi_e + x)\cos\theta\right\}, \quad (16)$$

так что с учетом малости x, l выражение для поправки к разностной фазе может быть представлено в виде

$$x \approx -\frac{l}{4}\left\{\Delta i_{\mathrm{c}}\sin\theta\cos\phi_e + \Sigma i_{\mathrm{c}}\sin\phi_e\cos\theta\right\}. \quad (17)$$

Подставляя найденную разностную фазу ($\phi_e + x$) в уравнение (12a),

$$i_{\mathrm{s}} \approx \underbrace{\cos\left(l \Delta i_{\mathrm{c}}/4\right) \Sigma i_{\mathrm{c}} \cos \phi_e}_{=a} \sin\theta +$$
$$+ \underbrace{\cos\left(l \Sigma i_{\mathrm{c}}/4\right) \Delta i_{\mathrm{c}} \sin \phi_e}_{=b} \cos\theta +$$
$$+ \underbrace{\frac{l}{8}\left[(\Sigma i_{\mathrm{c}})^2 \sin^2\phi_e - (\Delta i_{\mathrm{c}})^2 \cos^2\phi_e\right]}_{=c} \sin 2\theta -$$
$$- \underbrace{\frac{l}{8} \Sigma i_{\mathrm{c}} \Delta i_{\mathrm{c}} \sin 2\phi_e}_{=d} \cos 2\theta, \qquad (18)$$

получаем приближенное выражение для зависимости тока, протекающего через СКВИД, от суммарной фазы при выбранном потоке, $i_{\mathrm{s}}(\theta; \phi_e)$.

Максимальное значение сверхтока будет достигаться, очевидно, между максимумами суммы первых двух слагаемых

$$\theta_{a+b,\max} = \mathrm{sgn}(a)\left(\frac{\pi}{2} - \mathrm{sgn}(b)\left|\arctan\frac{b}{a}\right|\right) \qquad (19)$$

и последних двух слагаемых

$$\theta_{c+d,\max 1} = \frac{1}{2}\mathrm{sgn}(c)\left(\frac{\pi}{2} - \mathrm{sgn}(d)\left|\arctan\frac{d}{c}\right|\right), \qquad (20a)$$

или

$$\theta_{c+d,\max 2} = \theta_{c+d,\max 1} - \pi \mathrm{sgn}\left(\theta_{c+d,\max 1}\right), \qquad (20b)$$

правой части (18), где в выражениях (20) необходимо выбрать максимум, $\theta_{c+d,\max}$, ближайший к $\theta_{a+b,\max}$ (в выражениях (19), (20) мы использовали обозначения, a, b, c, d, введенные при записи выражения (18)). Максимум сверхтока в выражении (18) удобно искать, воспользовавшись его производной по суммарной фазе,

$$i_{\mathrm{s}}'(\theta) \approx a\cos\theta - b\sin\theta + 2c\cos 2\theta - 2d\sin 2\theta. \qquad (21)$$

Суммарную фазу, соответствующую искомому максимуму, можно найти посредством выражения

$$\theta_{1,\max} = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \mathrm{H}[\mathrm{sgn}(i_{\mathrm{s}}'[z_{\min}]) i_{\mathrm{s}}'(z)]dz + z_{\min}, \qquad (22)$$

где $z_{\min,\max} = \min,\max\{\theta_{a+b,\max}, \theta_{c+d,\max}\}$, $\mathrm{H}(z)$ – функция Хевисайда.

Подставляя найденное значение $\theta_{1,\max}$ в выражение (18), находим максимальный сверхпроводящий ток $i_{\mathrm{s},\max}$ для рассматриваемого случая конечной индуктивности. При этом поправка x к разностной фазе (17) с подстановкой $\theta_{1,\max}$ соответствует магнитному потоку Φ_l в выражении (8).

Сравнение зависимостей максимального сверхпроводящего тока, протекающего через СКВИД, от магнитного потока, рассчитанных с помощью выражений (18), (22) (сплошные линии) и путем численного моделирования системы (12) (точки), представлено на рис. 1. Хорошее совпадение результатов позволяет использовать сопоставление полученной аналитической зависимости $i_{\mathrm{s},\max}(\phi_e)$ с экспериментальными данными $I_{\mathrm{s},\max}(\Phi)$ для определения значения параметра индуктивности.

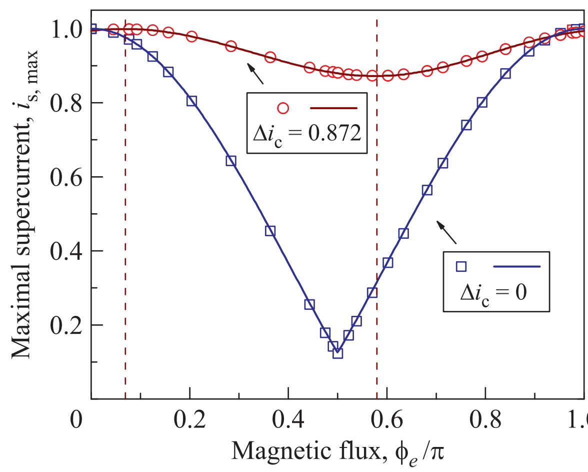

Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость максимального сверхтока от магнитного потока, рассчитанная для различных значений разности критических токов опорного и исследуемого контактов посредством численного моделирования системы (12) (точки) и с помощью полученных аналитических выражений (18), (22) (сплошные линии). Вертикальными пунктирными линиями показаны положения максимума и минимума зависимости для существенно неравных критических токов контактов, $\Delta i_{\mathrm{c}} = 0.872$, соответствующие выражениям (26), (27). Нормированная индуктивность СКВИДа $l = 1$, $\Sigma i_{\mathrm{c}} = 1$

Как следует из рис. 1, наличие индуктивности оказывает двоякий эффект на зависимость максимального сверхпроводящего тока от магнитного потока. Если в случае нулевой индуктивности максимальный сверхток изменяется от Σi_{c} до Δi_{c}, согласно (14), то в случае конечной индуктивности минимальное значение максимального сверхтока может отличаться от Δi_{c}. Этот эффект наиболее ярко проявляется при равенстве критических токов переходов СКВИДа, когда несмотря на то, что $\Delta i_{\mathrm{c}} = 0$, минимальное значение максимального сверхтока не равно нулю. В этом случае выражение (18) имеет вид

$$i_{\mathrm{s}} \approx \Sigma i_{\mathrm{c}} \cos\phi_e \sin\theta + \frac{l}{8}(\Sigma i_{\mathrm{c}})^2 \sin^2\phi_e \sin 2\theta, \qquad (23)$$

так что минимальному значению максимального сверхтока, достигаемому при $\phi_e = \pi/2$, соответствует

$$\min(i_{\mathrm{s,max}}) = l(\Sigma i_{\mathrm{c}})^2/8 \qquad (24)$$

или $l/2$ при $\Sigma i_{\mathrm{c}} = 2$.

Вторым эффектом, привносимым конечной индуктивностью при существенном неравенстве критических токов (см. рис. 1), является сдвиг экстремумов зависимости $i_{\mathrm{s,max}}$ от значений $\phi_e = 0$ и $\pi/2$. Сдвиг максимума по потоку можно найти из уравнения: $\phi_e + x = 0$. Считая, что искомый максимум достигается при $\theta \approx \pi/2$, с учетом выражения (17), внешний поток можно получить из уравнения

$$\phi_e - \frac{l}{4}\Delta i_{\mathrm{c}} \cos\phi_e \approx 0. \qquad (25)$$

Полагая $\cos\phi_e \approx 1$, находим искомый сдвиг:

$$\phi_{e,\max} \approx l\Delta i_{\mathrm{c}}/4. \qquad (26)$$

С учетом используемой нормировки магнитного потока, эта оценка полностью согласуется с выражением (9).

Положение минимума находится аналогичным образом,

$$\phi_{e,\min} \approx \pi/2 + l\Sigma i_c/4. \qquad (27)$$

Еще одной причиной неточности определения ТФС в представленном методе может являться наличие паразитного магнитного потока, возникающего из-за асимметрии индуктивных плеч СКВИДа по отношению к протеканию тока питания, $\Phi_{\mathrm{is}} = \Delta L I_{\mathrm{s}}/2$, где ΔL – разность индуктивностей плеч СКВИДа. В системе (12) этот эффект может быть учтен посредством добавления соответствующего слагаемого $i_{\mathrm{s}}\Delta l/4$, где $\Delta l = 2\pi I_{\mathrm{c}}\Delta L/\Phi_0$, в правую часть уравнения (12b). С учетом асимметрии индуктивных плеч, выражение (8) для джозефсоновской фазы исследуемого контакта примет вид

$$\phi_c = \arccos\left(\frac{\Phi_0}{2\pi I_r}\frac{dI_{\mathrm{s,max}}}{d\Phi}\right) - \frac{2\pi}{\Phi_0}(\Phi - \Phi_l - \Phi_{is}). \qquad (28)$$

Экспериментальное определение ΔL возможно посредством изготовления калибровочного СКВИДа с топологией, аналогичной тестовой, и джозефсоновскими контактами с одинаковым критическим током и ТФС. Согласно (28) в этом случае взаимный сдвиг максимумов полевых зависимостей для противоположных полярностей тока питания будет равен: $\Delta\Phi_{\max} = 2\Delta L I_{\mathrm{c}}$, так что

$$\Delta L = \Delta\Phi_{\max}/(2I_{\mathrm{c}}). \qquad (29)$$

Экспериментальная проверка. Для верификации предлагаемого метода мы изготовили асимметричный калибровочный СКВИД с джозефсоновскими контактами Nb-Al/AlO_x-Nb, которые, как хорошо известно, обладают синусоидальным ТФС [2], и определили ТФС его контакта с меньшим критическим током из экспериментальных данных. При одинаковой плотности критического тока 100 А/см^2 площади опорного и исследуемого контактов отличались в четыре раза: 10×10 мкм и 5×5 мкм, соответственно. Для обеспечения однозначности вольт-амперных характеристик (ВАХ) джозефсоновские переходы были шунтированы нормальными сопротивлениями из сплава CuAl номиналом порядка 1.5 Ом. Сверхпроводящий контур СКВИДа имел форму квадратного кольца с внутренним размером 5×5 мкм и внешним 50×35 мкм. Формирование структуры проводилось в два этапа: на первом, были полностью сформированы оба туннельных контакта, но кольцо еще было разомкнуто. Это позволяло измерить критический ток каждого из контактов. На втором контакты соединялись в замкнутый контур СКВИДа.

Измерения проводились в криостате He-4 по 4-точечной схеме с использованием RC-фильтров с полосой пропускания ниже 30 Гц. Магнитное поле, перпендикулярное плоскости образца, создавалось внешней катушкой, расположенной на держателе. Зависимость максимального сверхтока, протекающего через СКВИД, от магнитного поля измерялась так называемым "методом отсечки". Для каждого значения магнитного поля ток питания разворачивался от нуля до тех пор, пока напряжение на образце не превышало заранее установленный порог. Это пороговое напряжение было заведомо больше уровня шумов, но заметно меньше характерного напряжения образца. Для получения дополнительной информации об исследуемой структуре также снимались вольт-потоковые характеристики.

Значение критического тока исследуемого контакта составило 7.5 мкА, опорный контакт имел критический ток 43 мкА. Ширина флуктуационного размытия области ВАХ вблизи критического тока составила около 3 мкА. Как и ожидалось, в эксперименте наблюдался сдвиг полевых зависимостей максимального сверхтока по оси магнитного потока, зависящий от полярности задаваемого тока питания.

Экспериментальная зависимость максимального сверхтока от магнитного потока представлена на рис. 2а. Максимум и минимум этой зависимости смещены в сторону отрицательных значений потока, что говорит о задании потока с обратным знаком по отношению к положительному направлению по-

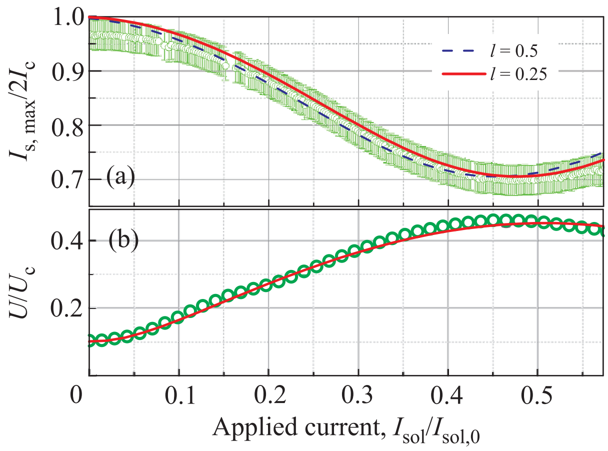

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Зависимость максимального сверхтока от магнитного потока, полученная в эксперименте (точки с диапазонами погрешности измерений), и ее аппроксимация аналитическими зависимостями (выражения (18), (22), линии) для различных значений нормированной индуктивности. (b) – Экспериментально измеренный отклик напряжения (точки с диапазонами погрешности измерений) и его аппроксимация, построенная с помощью выражения (47) работы [48]. U_c – среднее характерное напряжение контактов. Значение индуктивности, обеспечивающее наилучшее совпадение аналитических и экспериментальных кривых, $l = 0.25$

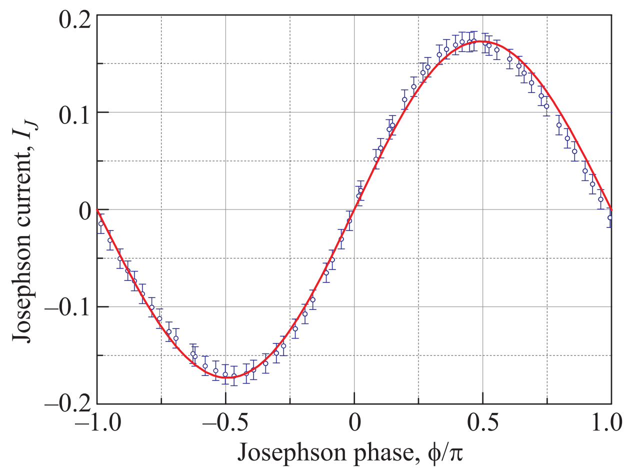

Рис. 3. (Цветной онлайн) Ток-фазовое соотношение, полученное из экспериментальных данных (точки с диапазонами погрешности измерений) и аналитически с помощью системы (12) (сплошная линия)

тока, используемому в системе (12). С учетом обращения знака потока, положение минимума зависимости примерно соответствует $\phi_e \simeq 0.54\pi/2$. Согласно выражению (27) такой сдвиг обеспечивает значение индуктивности $l = 0.25$. Соответствующая аналитическая кривая зависимости $i_s(\phi_e)$ показана сплошной линией на рис. 2a. Нормированная индуктивность контура, оцененная с помощью программы FastHenry, составила $l \approx 0.5$. Соответствующая кривая показана пунктирной линией на рис. 2a. Видно, что представленный аналитический метод расчета зависимости максимального сверхтока от магнитного потока позволяет определить индуктивность СКВИДа с большей точностью. Экспериментальная и теоретическая кривая отклика напряжения для выбранной индуктивности представлены на рис. 2b. Аналитическая зависимость построена с помощью выражения (47) работы [48].

С учетом параметров, определенных из сопоставления экспериментальных и теоретических зависимостей, были построены экспериментальное и теоретическое ТФС исследуемого джозефсоновского контакта, представленные на рис. 3. Как и ожидалось, полученное соотношение является синусоидальным. Совпадение теоретической и экспериментальной кривых находится в пределах погрешности измерений.

Заключение. В работе представлены простые аналитические выражения, позволяющие определить ТФС исследуемой джозефсоновской структуры, включенной в асимметричный двухконтактный СКВИД. Изложен метод расчета зависимости критического тока калибровочного асимметричного СКВИДа от магнитного потока, с помощью которого возможно определение паразитных параметров СКВИДа с тестовой структурой для их дальнейшего учета при расчете ТФС. Полученные результаты позволяют реализовать наиболее простой, прямой и неинвазивный метод определения ТФС из известных на сегодняшний день.

В.В. Больгинов, Н.В. Кленов, И.И. Соловьев, С.В. Бакурский, А.Е. Щеголев, М.Ю. Куприянов работали над статьей при поддержке гранта РНФ # 17-12-01079. Л.В. Гинзбург и И.Е. Батов благодарны РФФИ за частичную поддержку проведенных исследований в рамках проекта # 17-02-00933.

1. A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov, and E. Il'ichev, Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
2. V. Ambegaokar and A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963).
3. A. I. Buzdin, L. N. Bulaevski, and S. V. Panyukov, JETP Lett. **35**, 178 (1982).
4. A. I Buzdin, B. Vujicic, and M. Y. Kupriyanov, JETP **101**, 231 (1992).
5. V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts, Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).

6. V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. V. Veretennikov, and A. Yu. Rusanov, Phys. Rev. B **65**, 020501 (2002).
7. T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genet, B. Stephanidis, and R. Boursier, Phys. Rev. Lett. **89**, 137007 (2002).
8. Z. Radovic, L. Dobrosavljevic-Grujic, and B. Vujicic, Phys. Rev. B **63**, 214512 (2001).
9. A. Buzdin, Phys. Rev. B **72**, 100501 (2005).
10. A. Murani, A. Kasumov, S. Sengupta, Y. Kasumov, V. T. Volkov, I. Khodos, F. Brisset, R. Delagrange, A. Chepelianskii, R. Deblock, H. Bouchiat, and S. Gueron, Nature Comm. **8**, 15941 (2017).
11. R. Delagrange, R. Weil, A. Kasumov, M. Ferrier, H. Bouchiat, and R. Deblock, Phys. Rev. B **93**, 195437 (2016).
12. H. Miyazaki, A. Kanda, and Y. Ootuka, Physica C **437**, 217 (2006).
13. M. L. Della Rocca, M. Chauvin, B. Huard, H. Pothier, D. Esteve, and C. Urbina, Phys. Rev. Lett. **99**, 127005 (2007).
14. D. English, D. R. Hamilton, C. Chialvo, I. C. Moraru, N. Mason, and D. J. Van Harlingen, Phys. Rev. B **94**, 115435 (2016).
15. G. Nanda, J. L. Aguilera-Servin, P. Rakyta, A. Kormanyos, R. Kleiner, D. Koelle, K. Watanabe, T. Taniguchi, L. M. K. Vandersypen, and S. Goswami, Nano Lett. **17**, 3396 (2017).
16. E. Goldobin, H. Sickinger, M. Weides, N. Ruppelt, H. Kohlstedt, R. Kleiner, and D. Koelle, Appl. Phys. Lett. **102**, 242602 (2013).
17. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, T. Yu. Karminskaya, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, Supercond. Sci. Techn. **26**, 015005 (2013).
18. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, V. V. Bol'ginov, V. V. Ryazanov, I. V. Vernik, O. A. Mukhanov, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, Appl. Phys. Lett. **102**, 192603 (2013).
19. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, Phys. Rev. B **88**, 144519 (2013).
20. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, V. V. Bol'ginov, V. V. Ryazanov, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, Appl. Phys. Lett. **105**, 242601 (2014).
21. R. Menditto, H. Sickinger, M. Weides, H. Kohlstedt, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin, Phys. Rev. E **94**, 042202 (2016).
22. J. Wiedenmann, E. Bocquillon, R. S. Deacon, S. Hartinger, O. Herrmann, T. M. Klapwijk, L. Maier, C. Ames, C. Brune, C. Gould, A. Oiwa, K. Ishibashi, S. Tarucha, H. Buhmann, and L. W. Molenkamp, Nature Communications **7**, 10303 (2016).
23. M. C. Koops, G. V. Van Duyneveldt, and R. de Bruyn, Ouboter, Phys. Rev. Lett. **77**, 2542 (1996).
24. M. L. Della Rocca, M. Chauvin, B. Huard, H. Pothier, D. Esteve, and C. Urbina, Phys. Rev. Lett. **99**, 127005 (2007).
25. M. Alidoust and K. Halterman, Phys. Rev. B **89**, 195111 (2014).
26. I. Sochnikov, L. Maier, C. A. Watson, J. R. Kirtley, C. Gould, G. Tkachov, E. M. Hankiewicz, C. Brune, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, and K. A. Moler, Phys. Rev. Lett. **114**, 066801 (2015).
27. S. V. Bakurskiy, V. I. Filippov, V. I. Ruzhickiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Y. Kupriyanov, and A. A. Golubov, Phys. Rev. B **95**, 094522 (2017).
28. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, M. Yu. Kupriyanov, A. L. Gudkov, and A. S. Sidorenko, Beilstein J. Nanotechnol. **8**, 2689 (2017).
29. M. H. S. Amin, A. Yu. Smirnov, A. M. Zagoskin, T. Lindstrom, S. A. Charlebois, T. Claeson, and A. Ya. Tzalenchuk, Phys. Rev. B **71**, 064516 (2005).
30. N. Klenov, V. Kornev, and N. Pedersen, Physica C **435**, 114 (2006).
31. N. V. Klenov, N. G. Pugach, A. V. Sharafiev, S. V. Bakurskiy, and V. K. Kornev, Phys. Solid State **52**, 2246 (2010).
32. I. Askerzade, Low Temp. Phys. **41**, 241 (2015).
33. A. V. Shcherbakova, K. G. Fedorov, K. V. Shulga, V. V. Ryazanov, V. V. Bolginov, V. A. Oboznov, S. V. Egorov, V. O. Shkolnikov, M. J. Wolf, D. Beckmann, and A. V. Ustinov, Supercond. Sci. Technol. **28**, 025009 (2015).
34. J. R. Waldram and J. M. Lumley, Rev. Phys. Appl. **10**, 7 (1975).
35. D. J. van Harlingen, Rev. Mod. Phys. **67**, 515 (1995).
36. E. Il'ichev, V. Zakosarenko, R. P. J. Usselsteijn, V. Schultze, H.-G. Meyer, H. E. Hoenig, H. Hilgenkamp, and J. Mannhart, Phys. Rev. Lett. **81**, 894 (1998).
37. E. Il'ichev, M. Grajcar, R. Hlubina, R. P. J. IJsselsteijn, H. E. Hoenig, H. G. Meyer, A. Golubov, M. H. S. Amin, A. M. Zagoskin, A. N. Omelyanchouk, and M. Y. Kupriyanov, Phys. Rev. Lett. **86**, 5369 (2001).
38. A. G. P. Troeman, S. H. W. van der Ploeg, E. Il'ichev, H. G. Meyer, A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and H. Hilgenkamp, Phys. Rev. B **77**, 024509 (2008).
39. S. M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V. A. Oboznov, V. V. Bolginov, and V. V. Ryazanov, Phys. Rev. B **70**, 144505 (2004).
40. S. M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V. V. Bolginov, V. A. Oboznov, and V. V. Ryazanov, Phys. Rev. B **74**, 020503 (2006).
41. P. Komissinskiy, G. A. Ovsyannikov, K. Y. Constantinian, Y. V. Kislinski, I. V. Borisenko, I. I. Soloviev, V. K. Kornev, E. Goldobin, and D. Winkler, Phys. Rev. B **78**, 024501 (2008).
42. J. Basset, R. Delagrange, R. Weil, A. Kasumov, H. Bouchiat, and R. Deblock, J. Appl. Phys. **116**, 024311 (2014).

43. V. K. Kornev, I. I. Soloviev, N. V. Klenov, N. F. Pedersen, I. V. Borisenko, P. B. Mozhaev, and G. A. Ovsyannikov, IEEE Trans. Appl. Supercond. **13**, 825 (2003).
44. M. M. Khapaev, A. Y. Kidiyarova-Shevchenko, P. Magnelind, and M. Y. Kupriyanov, IEEE Trans. Appl. Supercond. **11**, 1090 (2001).
45. M. M. Khapaev, M. Y. Kupriyanov, E. Goldobin, and M. Siegel, Supercond. Sci. Technol. **16**, 24 (2003).
46. M. M. Khapaev and M. Yu. Kupriyanov, Supercond. Sci. Technol. **28**, 055013 (2015).
47. C. J. Fourie, O. Wetzstein, T. Ortlepp, and J. Kunert, Supercond. Sci. Technol. **24**, 125015 (2011).
48. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. E. Schegolev, S. V. Bakurskiy, and M. Yu. Kupriyanov, Supercond. Sci. Techn. **29**, 094005 (2016).