Письма в ЖЭТФ, том 107, вып. 3, с. 151 – 159

“Пленение” излучения возбужденной частицы его штарковским взаимодействием с нерезонансными уровнями частиц окружения

А. М. Башаров[1)]

Научно-исследовательский центр “Курчатовский институт”, 121182 Москва, Россия

Кафедра математики и математических методов физики,
Московский физико-технический институт (государственный университет), 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 14 декабря 2017 г.

Аналитически показано, что возбужденная частица, окруженная нерезонансными неподвижными атомами другого сорта, при определенном числе атомов окружения не излучает. Необходимым условием такого является малость размеров области, занимаемой частицей и ее окружением, по сравнению с длиной волны фотона, излучаемого одной частицей в электромагнитном вакууме.

DOI: 10.7868/S0370274X18030025

1. Введение. Исследование механизмов излучения, поглощения, рассеяния и распространения света относится к фундаментальным задачам квантовой и нелинейной оптики. В связи с развитием квантовых технологий, многие эффекты приобрели как практическую значимость, так и резко негативный оттенок в некоторых задачах квантовой информации. К числу негативных эффектов в квантовой памяти относят явление сверхизлучения [1], представляющее N-кратное увеличение скорости коллективного излучения ансамбля из N одинаковых атомов [2] (говорят также о сверхизлучении Дике [3]). Негативные проявления сверхизлучения в квантовой памяти можно избежать при использовании эффекта стабилизации возбужденных состояний ансамбля одинаковых атомов-кубитов, предсказанного в [4].

В работе [4] сформулирована обобщенная модель Дике с точностью до второго порядка по константе взаимодействия с вакуумным широкополосным электромагнитным полем, и слагаемое второго порядка в операторе взаимодействия атомного ансамбля с полем представлено в виде квантового считывающего процесса. В случае локализованного атомного ансамбля, т.е. ансамбля, размеры которого много меньше длины волны излучения, аналитически предсказан эффект подавления сверхизлучения Дике – при определенных критических числах атомов ансамбля $N_{\rm cr}$ скорости коллективного развала различных симметричных (по перестановкам частиц) многочастичных возбужденных состояний обращались в нуль. Например, однократно возбужденное (так называемое W-состояние) состояние стабилизируется по отношению к коллективному спонтанному распаду при одном “критическом числе” атомов ансамбля, определяемом параметром нижнего резонансного уровня [5], тогда как стабилизация полностью возбужденного состояния определяется параметром верхнего уровня, т.е. другим числом возбужденных атомов [6]. В других случаях имеет место стандартное сверхизлучение Дике с перенормированной константой коллективного распада.

В работах [4–6] эффект стабилизации возбужденных состояний установлен для ансамбля возбужденных атомов одного сорта при достаточном числе атомов. В данной статье показано, что подобный эффект возможен и в случае одного возбужденного атома, но при достаточном числе нерезонансных невозбужденных атомов другого сорта.

Рассмотрено спонтанное излучение одиночного возбужденного атома в ансамбле из нерезонансных и невозбужденных атомов другого сорта. Атомы считаются неподвижными и локализованными в области пространства с размерами, много меньшими длины волны излучения возбужденной частицы. Учтено взаимодействие атомов в формализме эффективного гамильтониана [4, 7], а уравнение эволюции системы из одного возбужденного атома, N^b нерезонансных и невозбужденных одинаковых атомов другого сорта и квантованного широкополосного электромагнитного поля нулевой плотности фотонов представлено в виде квантового стохастического дифференциального уравнения (СДУ), управляемого алгеброй Хадсона–Партасарати [8]. Получено кинетическое уравнение излучающего атома и показано, что в исследуемой

1)e-mail: basharov@gmail.com

системе также имеет место эффект стабилизации возбужденного состояния уже одной возбужденной частицы, но помещенной в нерезонансное окружение. Физическим механизмом, "ответственным" за подавление спонтанного излучения возбужденной частицы, служит штарковское взаимодействие квантованного широкополосного поля с нерезонансными частицами.

Полученный эффект стабилизации возбужденного состояния одной возбужденной частицы, казалось, противоречит широко известному факту: скорость спонтанного излучения атома в диэлектрической среде, которую составляют нерезонансные атомы, увеличивается [9, 10], хотя обсуждение этого вопроса до сих пор активно продолжается [11]. Однако при этом среда представляет собой макроскопический объект с размерами, большими, чем длина волны излучения, т.е. как общеизвестная, так и обсуждаемая в последнее время ситуация противоположна рассматриваемому в статье случаю.

Можно дать другую интерпретацию результатов настоящей статьи. Если рассматривать возбужденный атом и излучаемый им фотон как систему, окруженную "прозрачным" – из нерезонансных атомов – диэлектриком, то при определенной "толщине" диэлектрика излучение атома не проходит сквозь его "толщу". На важность такой постановки задачи обращено внимание в недавней статье [12], в которой численными методами рассчитано прохождение нерезонансного оптического импульса определенного временно́го профиля через диэлектрическую среду и показано, что при некоторой толщине среды наблюдается "поглощение" импульса. В диэлектрической среде имели место только нерезонансные процессы. Следует заметить, что в работах по подавлению спонтанного излучения в последнее время превалируют численные методы. Так, в работах [13, 14] численными методами показано, что скорость коллективного спонтанного излучения уменьшается с ростом размера ансамбля одинаковых атомов.

Преимущество развиваемого автором метода – возможность аналитического исследования динамики открытых систем с учетом всех слагаемых разложения формального общего решения – интегрального представления для оператора эволюции. Полное суммирование всех слагаемых ряда удается провести только с помощью алгебры Хадсона–Партасарати и теории квантовых случайных процессов. Альтернативным методом, развиваемым в последнее время, является использование полугруппового свойства оператора эволюции и ренормгрупповое преобразование представления оператора эволюции в виде многократного произведения операторов эволюции на подынтервалах разбиения макроскопического интервала эволюции [15–17]. Однако в этих работах изначально пренебрегается оператором штарковского взаимодействия, и обсуждаемые условия не имели места.

2. Эффективный гамильтониан резонансного атома в нерезонансном локальном окружении. В электродипольном приближении гамильтониан взаимодействия возбужденного атома, невозбужденных атомов другого сорта и вакуумного электромагнитного поля в представлении взаимодействия можно записать обычным образом как

$$H^{\mathrm{Ini}}(t) = -\int \mathbf{E}(\mathbf{r},t)(\mathbf{d}(\mathbf{r},t) + \mathbf{d}^b(\mathbf{r},t))d\mathbf{r},$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \sum\limits_{\mathbf{q}\lambda} \Gamma_{\omega_\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}\lambda}\mathbf{e}_{\mathbf{q}\lambda} e^{-\mathrm{i}\omega_\mathbf{q}t} e^{\mathrm{i}\mathbf{qr}} + \text{H.c.}$ – оператор напряженности вакуумного электрического поля, $\mathbf{d}(\mathbf{r},t) = \delta(\mathbf{r}) \sum\limits_{jk} \mathbf{d}_{jk} e^{\mathrm{i}\Omega_{jk}t} |E_j\rangle\langle E_k|$ – оператор дипольного момента возбужденного атома, который считаем расположенным в точке $\mathbf{r} = 0$, $\mathbf{d}^b(\mathbf{r},t) = \sum\limits_{s,jk} \mathbf{d}^b_{jk} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) e^{\mathrm{i}\omega^b_{jk}t} |E^b_j\rangle\langle E^b_k|^{(s)}$ – оператор дипольного момента ансамбля одинаковых атомов, расположенных в точках с радиус-вектором $\mathbf{r}_s$. Физические величины, которые характеризуют атомы окружения, отличает от аналогичных величин для возбужденного атома наличие верхнего индекса b. При этом $\Omega_{jk} = (E_j - E_k)/\hbar$, $\omega^b_{jk} = (E^b_j - E^b_k)/\hbar$. Индекс s нумерует нерезонансные атомы из окружения рассматриваемого возбужденного атома, $s = 1, \ldots, N^b$. Через $\mathbf{e}_{\mathbf{q}\lambda}$ обозначен единичный вектор поляризации, а буквы Н.с. обозначают слагаемое, эрмитово сопряженное предыдущему. В случае обычного трехмерного пространства $\Gamma_\mathbf{q} = (2\pi\hbar\omega_\mathbf{q}/\ell^3)^{1/2}$, ℓ^3 – объем квантования, $\omega_\mathbf{q} = qc$ – закон дисперсии.

Важно подчеркнуть, что в исходном гамильтониане H^{Ini} отсутствуют слагаемые, отвечающие взаимодействию между атомами типа диполь-дипольного или ван-дер- ваальсовского. Это связано с выбранной калибровкой электромагнитных полей. Однако, это не означает, что указанные взаимодействия не учитываются. Соответствующие слагаемые, описывающие подобные взаимодействия, появятся после выполнения унитарного преобразования, исключающего слагаемые, быстро меняющиеся во времени [4, 7]. Такие слагаемые имеют второй порядок по полю в гамильтониане. Обратим внимание на разную терминологию, которая используется для названия этих слагаемых. Если слагаемые не зависят от операторов электромагнитного поля, то про одни слагаемые говорят как о лэмбовском сдвиге уровней атомной подсистемы, тогда как другие определяют диполь-дипольное взаимодействие одинаковых атомов. Слагаемые второго порядка, зависящие от операторов электромагнитного поля, по аналогии с классическими полями [4, 7], называют операторами штарковского взаимодействия.

Для волновой функции $|\Psi^{S+Env}(t)\rangle$ и оператора эволюции $U(t)$ открытой системы и окружения имеем обычные уравнения Шредингера (в представлении взаимодействия):

$$\begin{gathered} \mathrm{i}\hbar\frac{d}{dt}|\Psi^{S+Env}(t)\rangle = H^{\mathrm{Ini}}(t)|\Psi^{S+Env}(t)\rangle, \\ |\Psi^{S+Env}(t)\rangle = U(t)|\Psi^{S+Env}(0)\rangle, \qquad (1) \\ \mathrm{i}\hbar\frac{d}{dt}U(t) = H^{\mathrm{Ini}}(t)U(t), \quad U(0) = 1^{S+Env}. \end{gathered}$$

Для исключения быстро меняющихся во времени слагаемых (1) воспользуемся унитарной симметрией открытой системы и ее окружения и преобразуем исходные уравнения с сохранением нормы и спектра наблюдаемых систем. Представим результат применения унитарного преобразования к исходному гамильтониану в $H^{\mathrm{Ini}}(t)$ и волновому вектору $|\Psi^{S+Env}(t)\rangle$ в виде рядов по константе связи взаимодействия атомов и поля:

$$\begin{gathered} \tilde{H}(t) = e^{-\mathrm{i}Q(t)}H^{\mathrm{Ini}}(t)e^{\mathrm{i}Q(t)} - \mathrm{i}\hbar e^{-\mathrm{i}Q(t)}\frac{d}{dt}e^{\mathrm{i}Q(t)}, \\ |\tilde{\Psi}^{S+Env}(t)\rangle = e^{-\mathrm{i}Q(t)}|\Psi^{S+Env}(t)\rangle; \qquad (2) \end{gathered}$$

$$\begin{gathered} Q(t) = Q^{(1)}(t) + Q^{(2)}(t) + \ldots, \\ \tilde{H}(t) = \tilde{H}^{(1)}(t) + \tilde{H}^{(2)}(t) + \ldots, \\ \tilde{H}^{(1)}(t) = \hbar\frac{\partial}{\partial t}Q^{(1)}(t) + H^{\mathrm{Ini}}(t); \qquad (3) \end{gathered}$$

$$\tilde{H}^{(2)}(t) = \hbar\frac{\partial}{\partial t}Q^{(2)}(t) - \frac{\mathrm{i}}{2}[Q^{(1)}(t), H^{\mathrm{Ini}}(t)] - \\ - \frac{\mathrm{i}}{2}[Q^{(1)}(t), \tilde{H}^{(1)}(t)]; \qquad (4)$$

$$\ldots$$

$$\tilde{H}^{(1)}(t) \equiv H^R(t) = \sum_{\mathbf{q}}\Gamma_{\mathbf{q}}b_{\mathbf{q}}^{+}d_{12}e^{\mathrm{i}(\omega_{\mathbf{q}}-\Omega_{21})t}|E_1\rangle\langle E_2| + \\ + \sum_{\mathbf{q}}\Gamma_{\mathbf{q}}b_{\mathbf{q}}d_{21}e^{-\mathrm{i}(\omega_{\mathbf{q}}-\Omega_{21})t}|E_2\rangle\langle E_1|; \qquad (5)$$

$$Q^{(1)}(t) = \mathrm{i}\sum_{\mathbf{q}}\Gamma_{\mathbf{q}}b_{\mathbf{q}}^{+}{\sum_{kj}}'|E_k\rangle\langle E_j|\frac{e^{\mathrm{i}(\omega_{\mathbf{q}}+\omega_{kj})t}d_{kj}}{\hbar(\omega_{\mathbf{q}}+\Omega_{kj})} - \\ - \mathrm{i}\sum_{\mathbf{q}}\Gamma_{\mathbf{q}}b_{\mathbf{q}}{\sum_{kj}}'|E_k\rangle\langle E_j|\frac{e^{-\mathrm{i}(\omega_{\mathbf{q}}-\omega_{kj})t}d_{kj}}{\hbar(\omega_{\mathbf{q}}-\Omega_{kj})} + \\ + \mathrm{i}\sum_{s,\mathbf{q}}\Gamma_{\mathbf{q}}b_{\mathbf{q}}^{+}e^{-\mathrm{i}\mathbf{q}\mathbf{r}_s}\sum_{kj}|E_k^b\rangle^{(s)}\langle E_j^b|^{(s)}\frac{e^{\mathrm{i}(\omega_{\mathbf{q}}+\omega_{kj}^b)t}d_{kj}^b}{\hbar(\omega_{\mathbf{q}}+\omega_{kj}^b)} - \\ - \mathrm{i}\sum_{s,\mathbf{q}}\Gamma_{\mathbf{q}}b_{\mathbf{q}}e^{\mathrm{i}\mathbf{q}\mathbf{r}_s}\sum_{kj}|E_k^b\rangle^{(s)}\langle E_j^b|^{(s)}\frac{e^{-\mathrm{i}(\omega_{\mathbf{q}}-\omega_{kj}^b)t}d_{kj}^b}{\hbar(\omega_{\mathbf{q}}-\omega_{kj}^b)}. \qquad (6)$$

В формуле (6) знак штрих у суммы означает, как обычно, исключение слагаемых с резонансными знаменателями $\omega_{\mathbf{q}} - \Omega_{kj} \approx 0$.

О смысле первого порядка разложения преобразованного гамильтониана. Основное требование – чтобы в слагаемых были только медленно меняющиеся во времени слагаемые – выделяет из широкого спектра электромагнитного поля окружения шумовой источник, центральная частота которого совпадает с частотой атомного перехода возбужденного атома. Этот шумовой источник по-прежнему можно рассматривать как широкополосный, однако его частотные компоненты считаются уже нерезонансными другим переходам. Требование отсутствия быстро меняющихся во времени слагаемых в $\tilde{H}^{(1)}(t)$ однозначно приводит к виду (5). Обычно [18, 19] это слагаемое получают из начального оператора взаимодействия $H^{\mathrm{Ini}}(t)$ простым исключением “антирезонансных” слагаемых, которые быстро меняются во времени, как $e^{\pm\mathrm{i}(\Omega_{jk}t\pm\omega_{\mathbf{q}}t)}$, или в рамках громоздкого метода усреднения по времени, исключающие быстро меняющиеся во времени слагаемые. Представленное вычисление в рамках алгебраической теории возмущений определяет оператор $Q^{(1)}(t)$, который корректно и наглядно определяет слагаемые второго порядка по полю. Забегая вперед, отметим, что, благодаря выделению резонансного шумового источника в случае вакуумного электромагнитного поля, $\tilde{H}^{(1)}(t)$ удается представить при помощи квантового винеровского процесса, аналогично работам [4, 18]. Будем использовать обозначение $\tilde{H}^{(1)}(t) \equiv H^R(t)$.

Взаимодействие широкополосного поля с другими атомными переходами как резонансном атоме, так и в нерезонансных, также выделяет различные шумовые источники у вакуумного широкополосного поля. Однако они в дальнейшем несущественны, поскольку отсутствуют отвечающие им реальные квантовые переходы, описываемые винеровскими процессами (равна нулю плотность фотонов), а какие-либо комбинационные резонансы в системе не имеют места по нашему предположению.

Второй порядок разложения преобразованного гамильтониана получается простой подстановкой $Q^{(1)}(t)$ и $\tilde{H}^{(1)}(t)$ в (4) и удерживанием только слагаемых, медленно меняющихся во времени (другие слагаемые определяют $Q^{(2)}(t)$). В результате получим две группы слагаемых в выражении для $\tilde{H}^{(2)}(t)$.

Одна группа определяет лэмбовские сдвиги уровней. Они переопределяют энергии уровней E_k и E_j^b и будем считать, что эти сдвиги в них уже учтены.

Вторая группа слагаемых определяет штарковские сдвиги этих уровней. Однако в случае одного возбужденного атома и окружения из одинаковых атомов другого сорта штарковские сдвиги возбужденного атома малы [4]. Их роль в ансамбле одинаковых возбужденных атомов и оценка приведены в работе [4] и в дальнейшем их учитывать не будем – это существенно отличает рассматриваемую задачу от работы [4]. Однако здесь начинает играть роль штарковское взаимодействие нерезонансных атомов с вакуумным электромагнитным полем – оно определяет локальное поле, действующее на возбужденный атом со стороны невозбужденных атомов окружения. Чтобы это увидеть, достаточно записать уравнения Гейзенберга для операторов поля. Однако это лишь одна из возможных интерпретаций полученного слагаемого эффективного гамильтониана. В аналитических расчетах удобно оперировать в терминах именно эффективного гамильтониана $\tilde{H}^{(2)}(t)$.

В результате отделения лэмбовских сдвигов будем понимать под величиной $\tilde{H}^{(2)}(t)$ следующее выражение:

$$\tilde{H}^{(2)}(t) =$$
$$= \sum_s \sum_{\mathbf{q}} \Gamma_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{+} \sum_{\mathbf{q}'} \Gamma_{\mathbf{q}'} b_{\mathbf{q}'} e^{-\mathrm{i}(\omega_{\mathbf{q}'}-\omega_{\mathbf{q}})t+\mathrm{i}(\mathbf{q}'-\mathbf{q})\mathbf{r}_s} \times$$
$$\times \sum_k \frac{1}{2}(\Pi_k^b(\omega_{\mathbf{q}'}) + \Pi_k^b(\omega_{\mathbf{q}'}))|E_k^b\rangle^{(s)}\langle E_k^b|^{(s)}, \qquad (7)$$

где введены стандартные параметры теории оптического резонанса [4, 7]

$$\Pi_k^b(\omega) = \sum_j \frac{|d_{kj}^b|^2}{\hbar}\left(\frac{1}{\omega_{kj}^b+\omega} + \frac{1}{\omega_{kj}^b-\omega}\right).$$

Оператор (7) можно разбить на три группы слагаемых $H^{\mathrm{St}}\_^{L}(t)$, $H^{\mathrm{St}}\_^{\mathrm{Non}\,L}(t)$ и $H^{\mathrm{St}}\_^{\mathrm{Non}\,P}(t)$, отличающихся расположением атомов по отношению к области вокруг резонансного атома с размерами, много меньшими длины волны резонансного излучения:

$$\tilde{H}^{(2)}(t) = H^{\mathrm{St}}\_^{L}(t) + H^{\mathrm{St}}\_^{\mathrm{Non}L}(t) + H^{\mathrm{St}}\_^{P}(t).$$

В слагаемое $H^{\mathrm{St}}\_^{L}(t)$ включены только такие нерезонансные частицы окружения резонансного атома, для которых выполнено соотношение $e^{-\mathrm{i}(\mathbf{q}'-\mathbf{q})\mathbf{r}_s} \approx 1$. Число таких нерезонансных атомов окружения будем обозначать через N_L^b.

Полученное выражение можно строго и наиболее полно учесть в уравнении для оператора эволюции (1), по-видимому, только в пренебрежении слагаемыми $H^{\mathrm{St}}\_^{\mathrm{Non}L}(t)$ и $H^{\mathrm{St}}\_^{P}(t)$. О таком приближении, когда все нерезонансные атомы расположены в области вокруг резонансного атома с размерами, много меньшими длины волны излучаемого кванта, будем говорить как о приближении существенно локального окружения. Тогда оператор второго порядка приобретает относительно простой вид:

$$\tilde{H}^{(2)}(t) \approx H^{\mathrm{St}}\_^{L}(t) =$$
$$= \sum_{s\in L} \sum_{\mathbf{q}} \Gamma_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{+} \sum_{\mathbf{q}'} \Gamma_{\mathbf{q}'} b_{\mathbf{q}'} e^{-\mathrm{i}(\omega_{\mathbf{q}'}-\omega_{\mathbf{q}})t} \times$$
$$\times \sum_k \frac{1}{2}(\Pi_k^b(\omega_{\mathbf{q}}) + \Pi_k^b(\omega_{\mathbf{q}'}))|E_k^b\rangle^{(s)}\langle E_k^b|^{(s)}.$$

В следующем разделе эту величину для случая вакуумного электромагнитного поля с нулевой плотностью фотонов представляем квантовым пуассоновским (считывающим) процессом.

Таким образом, в результате унитарных преобразований, исключающих быстро осциллирующие во времени слагаемые в гамильтониане в представлении взаимодействия, с точностью до второго порядка включительно по константе взаимодействия электромагнитных полей с открытой системой получается следующий гамильтониан открытой квантовой системы в приближении существенно локального окружения

$$\tilde{H}(t) = H^R(t) + H^{\mathrm{St}}\_^{L}(t). \qquad (8)$$

Дальнейшее упрощение этого гамильтониана связано с предположениями о модовой структуре электромагнитного окружения открытой системы.

3. Стохастическое дифференциальное уравнение для оператора эволюции и кинетическое уравнение одного резонансного атома. Уравнение Шредингера для преобразованного оператора эволюции (знаки тильда, отмечающие преобразованные операторы и состояния, здесь и далее опускаем)

$$\mathrm{i}\hbar dU(t) = (H^R(t) + H^{\mathrm{St}}\_^{L}(t))dt$$

будем использовать через его формальное решение в виде $\overleftarrow{T}$-экспоненты

$$U(t) = \overleftarrow{T}\exp\left(-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\int_0^t (H^R(t') + H^{\mathrm{St}}\_^{L}(t'))dt'\right). \qquad (9)$$

Важные предположения теории открытых квантовых систем состоят в следующих условиях. Первая группа условий – это предположение о дельта-коррелированности и факторизованности начальных состояний при $t = 0$:

$$\begin{gathered}\langle\Psi_0^{Env}|b_{\mathbf{q}}^+ b_{\mathbf{q}'}|\Psi_0^{Env}\rangle = 0,\\ \langle\Psi_0^{Env}|b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}'}^+|\Psi_0^{Env}\rangle = \delta_{\mathbf{q}\mathbf{q}'},\\ |\Psi_0^{S+Env}\rangle = |\Psi_0^S\rangle\otimes|\Psi_0^{Env}\rangle.\end{gathered} \tag{10}$$

Начальное состояние окружения также удовлетворяет условиям:

$$\langle\Psi_0^{Env}|b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}'}|\Psi_0^{Env}\rangle = \langle\Psi_0^{Env}|b_{\mathbf{q}}^+ b_{\mathbf{q}'}^+|\Psi_0^{Env}\rangle = 0,$$
$$\langle\Psi_0^{Env}|b_{\mathbf{q}}|\Psi_0^{Env}\rangle = \langle\Psi_0^{Env}|b_{\mathbf{q}}^+|\Psi_0^{Env}\rangle = 0.$$

Вторая группа условий накладывается на параметры взаимодействия открытой системы с электромагнитным полем, находящимся в указанном состоянии $|\Psi_0^{Env}\rangle$. Говорят, что взаимодействие квантовой системы с термостатным полем (10) удовлетворяет марковским условиям, если параметры взаимодействия не зависят от частотного распределения полей шумового источника (см. (13)).

Представленные выше условия позволяют выделить в эффективном гамильтониане характерные структуры теории случайных процессов и придать оператору эволюции (9) весьма простой вид для некоторых распространенных и общих моделей окружающего открытую систему электромагнитного поля без фотонов.

Одномерная модель электромагнитного поля окружения. Первая модель рассматривает электромагнитное поле окружения как одномерное поле, распространяющееся вдоль некоторой оси Z, например, в системах типа световодов, направленных оптических ответвителях и т.п. Тогда унитарное преобразование выделяет в одномерном широкополосном электромагнитном поле два независимых шумовых источника с одной и той же центральной частотой Ω_{21}. Один шумовой источник состоит из волн, распространяющихся в положительном направлении оси Z, другой – в отрицательном направлении. Оба независимых шумовых источника будем характеризовать частотой ω такой, что $\omega \approx \Omega_{21}$, предполагая при этом ее изменение в пределах от $-\infty$ до $+\infty$:

$$\mathbf{q}_1 = \frac{\omega}{c}\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{q}_2 = -\frac{\omega}{c}\mathbf{e}_z.$$

Тогда удобно ввести операторы

$$b_s(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}}e^{-\mathrm{i}(\omega-\Omega_{21})t}b_{\omega,s},$$

$$B_s(t) = \int\limits_0^t dt' b_s(t'),$$

$$dB_s(t) = B_s(t+dt) - B_s(t), \ \Lambda_{ss'}(t) = \int\limits_0^t dt' b_s^+(t') b_{s'}(t'),$$

$$d\Lambda_{ss'}(t) = \Lambda_{ss'}(t+dt) - \Lambda_{ss'}(t), \quad b_{\omega,s} \equiv b_{(-1)^{s+1}\omega\mathbf{e}_z/c}. \tag{11}$$

Индекс $s = 1, 2$ нумерует независимые шумовые источники.

Введенные операторы после обезразмеривания, аналогичному проделанному в работе [4], удовлетворяют простой алгебре Хадсона–Партасарати [8, 20], которую выпишем только для операторов одного шумового источника, опуская индекс s, его нумерующий:

$$d\Lambda(t)d\Lambda(t) = d\Lambda(t), \quad d\Lambda(t)dB^+(t) = dB^+(t),$$
$$dB(t)d\Lambda(t) = dB(t), \quad dB(t)dB^+(t) = dt, \tag{12}$$
$$dB^+(t) = dB(t)dB(t) = d\Lambda(t)dB(t) = d\Lambda(t)dt =$$
$$= dB^+(t)d\Lambda(t) = dB^+(t)dt = dB(t)dt = dtdt = 0,$$
$$\langle dB(t)\rangle = \langle dB^+(t)\rangle = \langle d\Lambda(t)\rangle = 0.$$

При этом корректное определение квантовых винеровского и пуассоновского процессов дается равенствами [21]:

$$W(t) = B(t) + B^+(t), \quad P(t) = \Lambda(t) + i(B^+(t) - B(t)),$$

однако для удобства именно величины $dB(t)$ ($dB^+(t)$) и $d\Lambda(t)$ будем называть инкрементами соответствующих квантовых процессов – винеровского и пуассоновского. Процесс $\Lambda(t)$ и является считывающим процессом, определяющим своеобразие математики невинеровских квантовых СДУ по сравнению с винеровскими. Винеровские квантовые СДУ широко используются в исследовании открытых квантовых систем, начиная с работы [22]. Физические приложения винеровских квантовых СДУ подробно разобраны в книге [18].

Введение квантовых процессов в случае выражения через них эффективного гамильтониана (8) позволит существенно упростить все последующие вычисления. Поэтому усилия в квантовой теории открытых систем на основе СДУ направлены на поиск этих условий. Первый шаг, который был сделан – это приближение сосредоточенной системы, когда учитывается только ближайшее окружение из нерезонансных атомов. Второй шаг – приближение дельта-коррелированности. Наконец полагаем, что выполнено марковское условие – константы взаимодействия с вакуумными электромагнитными полями не зависят от частот этих полей:

$$\Gamma_{\mathbf{q}} \equiv \Gamma_{(-1)^{s+1}\omega \mathbf{e}_z/c} = \Gamma = \text{const}, \ \Pi_k^b(\omega) = \Pi_k^b = \text{const}. \tag{13}$$

Тогда случайные процессы встречаются только в комбинациях, определяемых комбинацией операторов $b_s(t)$ вида $b(t) = (b_1(t) + b_2(t))/\sqrt{2}$. Нормировочный множитель $\sqrt{2}$ введен для того, чтобы стандартное коммутационное соотношение, записанное в терминах введенных операторов $[b_{\omega,s}, b^+_{\omega',s'}] = \delta_{\omega\omega'}\delta_{ss'}$, сохранилось бы и для суммарного оператора $b_\omega = (b_{\omega,1} + b_{\omega,2})/\sqrt{2}$. Равенства (13) позволяют операторы $H^R(t)dt$ и $H^{\text{St}-L}(t)dt$ выразить через инкременты стандартных квантовых процессов – винеровского и пуассоновского. Отличительной особенностью рассматриваемой одномерной модели является важный факт, что определяющие открытую систему квантовые винеровский и пуассоновский процессы имеют "составной" вид, определяемый оператором $b(t) = (b_1(t) + b_2(t))/\sqrt{2}$:

$$B(t) = \int_0^t dt' b(t'), \quad \Lambda(t) = \int_0^t dt' b^+(t') b(t').$$

В силу построения и коммутационных соотношений для составного оператора $b(t)$, инкременты составных винеровского и пуассоновского процессов также удовлетворяют алгебре Хадсона–Партасарати.

Сферически симметричная модель электромагнитного поля окружения. Для перехода в операторах взаимодействия атома с окружающим электромагнитным полем от векторной переменной $\mathbf{q}$ к частоте ω введем усреднение по углам вектора $\mathbf{q}$:

$$b_\omega = \int \frac{d\Omega_{\mathbf{n}}}{4\pi} b_{\mathbf{n}\omega/c}, \tag{14}$$

поскольку в условиях (13) приближения существенно локального окружения через указанную величину выражаются операторы $H^R(t)$ и $H^{\text{St}-L}(t)$. Далее, казалось бы нетрудно ввести стандартные квантовые стохастические процессы, как в работе [4]. Обсудим, что ограничивает данную процедуру и какие пути есть для обобщения теории квантовых открытых систем на основе СДУ.

Стандартное ограничение связано с коммутационными соотношениями. Чтобы перейти к бозонным коммутационным соотношениям для операторов (14) имеем цепочку преобразований (ℓ – размер области открытой системы + окружение):

$$[b_{\mathbf{q}}, b^+_{\mathbf{q}'}] = \delta_{\mathbf{q}\mathbf{q}'} = \frac{1}{\ell^3} \int d\mathbf{r} e^{\mathrm{i}(\mathbf{q}-\mathbf{q}')\mathbf{r}},$$

$$\left[\int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}}}{4\pi} b_{\mathbf{q}}, \int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}'}}{4\pi} b^+_{\mathbf{q}'} \right] =$$

$$= \frac{1}{\ell^3} \int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}}}{4\pi} \int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}'}}{4\pi} \int d\mathbf{r} e^{\mathrm{i}(\mathbf{q}-\mathbf{q}')\mathbf{r}} =$$

$$= \frac{1}{\ell^3} \int 4\pi r^2 dr \int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}}}{4\pi} e^{\mathrm{i}qr\cos\theta} \int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}'}}{4\pi} e^{-\mathrm{i}q'r\cos\theta'} =$$

$$= \frac{1}{\ell^3} \int 4\pi dr \frac{1}{\mathrm{i}2q} (e^{\mathrm{i}qr} - e^{-\mathrm{i}qr}) \frac{1}{\mathrm{i}2q'} (e^{\mathrm{i}q'r} - e^{-\mathrm{i}q'r}) \to$$

$$\to \frac{1}{\ell^3} \frac{2\pi^2}{qq'} \delta(q - q'), \quad \ell \to \infty, \quad q > 0, \quad q' > 0.$$

Чтобы описать отклонение от бозонных коммутационных соотношений, можно попытаться перейти к так называемым деформированным или q-осцилляторам [23]. Однако автору неизвестны удачные примеры развития СДУ для q-осцилляторов.

Другое ограничение связано с приближением существенно локального окружения.

Так или иначе, приближенный переход к операторам (14) с коммутационными соотношениями для бозонов также позволяет выразить эффективный гамильтониан через стандартные квантовые случайные процессы с инкрементами $dB(t)$ и $d\Lambda(t)$.

Роль представления эффективного гамильтониана через дифференциалы квантовых стохастических процессов. Алгебра Хадсона–Партасарати позволяет тривиально вычислить $dU(t) = U(t + dt) - U(t)$, используя (12), раскладывая экспоненту в выражении для дифференциала Ито

$$dU(t) = \{\exp(-\mathrm{i}(Y^+ dB(t) + Y dB^+(t)) + \\ - \mathrm{i}Y_\Lambda d\Lambda(t)) - 1\} U(t) \tag{15}$$

в ряд, и производя непосредственное точное суммирование. Здесь входящие величины и время рассматриваются как безразмерные, причем единица времени соответствует размерной величине Ω_{21}^{-1}, матричный элемент d_{21} дипольного момента перехода считается действительной величиной. При этом учитываем, что процессы в системе не меняют квантовые состояния нерезонансных атомов окружения и оператор $|E_1^b\rangle^{(s)}\langle E_1^b|^{(s)}$ заменяем единичным в соответствующем подпространстве. Другие величины суть

$$Y = \chi R_-, \ Y_\Lambda = \eta N_L^b, \ |E_1\rangle\langle E_2| = R_-, \ |E_2\rangle\langle E_1| = R_+,$$

$$\chi \sim \frac{\Omega_{21} d_{21}}{\mu c^{3/2}\sqrt{\hbar}}, \quad \eta \sim \frac{2\Omega_{21}^3}{\mu^2 c^3} \Pi_1^b(\Omega_{21}).$$

Безразмерные величины χ и η различаются для разных моделей как открытых систем, так и окружающего вакуумного электромагнитного поля. Однако для разных моделей остается верной их оценка по порядку величины, которая и указана.

Из (15) следует квантовое СДУ, которое можно записать в достаточно общем безразмерном виде:

$$dU(t) = -\mathrm{i}H^{\mathrm{Eff}-S}(t)dtU(t) +$$
$$+\left(Y^+\frac{Y^e_\Lambda + \mathrm{i}Y_\Lambda}{(Y_\Lambda)^2}Y dt + Y^+\frac{Y^e_\Lambda}{Y_\Lambda}dB(t) +\right.$$
$$\left.+\frac{Y^e_\Lambda}{Y_\Lambda}YdB^+(t) + Y^e_\Lambda d\Lambda(t)\right)U(t). \qquad (16)$$

Винеровские процессы через инкременты $dB(t)$ и $dB^+(t)$ определяют процессы перехода между уровнями в атомной подсистеме с излучением фотона. В рассматриваемом случае – это переходы возбужденного атома. Невинеровские процессы представлены не только инкрементом пуассоновского процесса $d\Lambda(t)$, но и множителями Y_Λ и $Y^e_\Lambda = e^{-\mathrm{i}Y_\Lambda} - 1$, которые в ряде моделей могут быть диагональными операторами. Они отражают вклад штарковского взаимодействия, не приводящего к излучению нового фотона. В данной модели, в силу разложения в ряд по малому параметру, штарковское взаимодействие одиночного атома с вакуумным электромагнитным полем, как слагаемое второго порядка разложения, всегда меньше слагаемого первого порядка, описывающего собственно спонтанный переход атома с возбужденного уровня на основной. И мы им пренебрегли. Однако, несмотря на свою малость для отдельного атома, в ансамбле из одинаковых нерезонансных атомов растет роль этого малого процесса с ростом числа нерезонансных атомов N^b_L и он начинает влиять на процесс, определяемый винеровским процессом, выделенный резонансным взаимодействием с атомом другого сорта. В результате, спонтанное излучение одиночного возбужденного атома в диэлектрической среде из случайно расположенных нерезонансных атомов начинает зависеть от эффективного числа нерезонансных атомов N^b_L, расположенных в ближайшем окружении резонансного атома. Если бы резонансный переход возбужденного атома не был бы задействован в процессе взаимодействия с вакуумным электромагнитным полем, то сам по себе пуассоновский процесс не привел бы к наблюдаемым эффектам.

Дальнейший путь получения кинетического уравнения из квантового СДУ (16) невинеровского типа вполне аналогичен стандартному случаю для СДУ винеровского типа с тем лишь отличием, что необходимо использовать алгебру Хадсона–Партасарати. В результате получается (безразмерное) кинетическое уравнение для матрицы плотности ρ^s резонансного атома:

$$\frac{d\rho^S}{dt} = -\hat\Gamma\rho^S,$$
$$\hat\Gamma\rho^S = \mathrm{i}[\rho^S, H^{L-S}] + L^S_+L^S_-\rho^S + \rho^S L^S_+L^S_- - 2L^S_-\rho^S L^S_+$$

с операторами Линдблада $L^S_- = L^S$, $L^S_+ = L^{S+}$,

$$L^S = \frac{Y^e_\Lambda}{Y_\Lambda}Y, \quad H^{L-S} = Y^+\frac{\sin Y_\Lambda - Y_\Lambda}{Y^2_\Lambda}Y, \qquad (17)$$

при этом

$$L^{S+}L^S = 2Y^+\frac{1-\cos Y_\Lambda}{Y^2_\Lambda}Y.$$

4. Эффект подавления спонтанного излучения одного возбужденного атома. Как и в других случаях, подход к кинетике открытых систем на основе квантовых СДУ позволяет получить основные результаты в аналитическом виде без трудоемких вычислений. В работе [11] проанализированы результаты, полученные в рамках альтернативных подходов, и рассмотрено в рамках метода цепочек Боголюбова–Борна–Грина–Кирквуда–Ивона влияние локального поля на процесс спонтанного излучения. Однако штарковское взаимодействие резонансного поля с нерезонансными атомами окружения как раз и формирует указанное локальное поле. В отличие от подхода на основе цепочек Боголюбова–Борна–Грина–Кирквуда–Ивона [11], в представленном расчете не требуется и не используется произвольное обрывание цепочек корреляционных функций.

В случае полностью возбужденного атома в начальный момент времени $t = 0$ затухание атомной матрицы плотности, описывающей вероятность заселения этого возбужденного состояния, определяется обычной экспонентой (здесь время – размерная величина)

$$\exp\{-\chi^2\Omega_{21}\gamma^{(N^b_L)}_{nW}t\}, \gamma^{(N^b_L)}_{nW} = 2(1-\cos(N^b_L\eta))/(N^b_L\eta)^2.$$

При числе атомов N^b_L в ближайшем окружении возбужденного атома, удовлетворяющем условию $N^b_L\eta = 2\pi$, распад возбужденного ансамбля в масштабе времен сверхизлучения полностью прекращается. Этот результат, по-видимому, затруднительно получить численным расчетом, как в других подходах, в том числе и в аналитических вычислениях в рамках метода цепочек Боголюбова–Борна–Грина–Кирквуда–Ивона [11]. Однако именно здесь, в подходе на основе квантовых СДУ, важными являются требования приближения существенно локального окружения. Подход работы [11] свободен от указанного ограничения.

Таким образом, представленный подход на основе квантовых СДУ говорит о возможности подавления релаксации возбужденного атома локальным полем окружающих нерезонансных атомов, которое, как и в случае ансамбля возбужденных атомов, обусловлено штарковским взаимодействием окружения с вакуумным электромагнитным полем.

5. Заключение. Модели спонтанного излучения атома и атомных ансамблей относятся не только к фундаментальным общетеоретическим моделям квантовой оптики, но и к экспериментально проверяемым моделям. Результаты представленной теории пока не являются показательными с точки зрения экспериментальных исследований – необходимо, чтобы резонансный атом и его нерезонансное окружение в достаточном числе (не меньше сотни нерезонансных одинаковых неподвижных атомов, если использовать оценки для ансамбля одинаковых резонансных атомов [4]) были бы локализованы в области пространства с размерами, много меньшими длины волны. Однако результаты работы косвенно соответствуют недавно обнаруженной возможности подавления (“поглощения”) излучения в определенной прозрачной диэлектрической среде [12]. В рассмотренном нами случае нерезонансные атомы окружают резонансный атом, так что уместно говорить о “пленении” излучения возбужденной частицы в диэлектрической среде. Механизмом, ответственным за такое пленение, является штарковское взаимодействие с нерезонансными частицами окружения.

Математический аппарат, использованный при расчетах в данной статье, весьма знаменателен – вычисления в марковском приближении удается провести в аналитическом виде без дальнейших упрощений, отсуммировав все возникающие бесконечные ряды.

Использование разложения экспоненты в (15) в ряд с учетом алгебры (12) отличает математику невинеровских от винеровских квантовых СДУ. Для получения винеровского квантового СДУ из уравнения для оператора эволюции обычно используют связь между квантовыми СДУ в форме Ито и в форме Стратоновича [18, 22]. В нашем подходе это не требуется. Более того, автору неизвестны случаи удачного применения квантовых уравнений Стратоновича для учета штарковского взаимодействия с широкополосными квантованными полями.

Физическая интерпретация полученного в статье результата отвечает представлению квантовой теории о суммировании квантовых альтернатив. При испускании фотона резонансным атомом есть две альтернативы. Первая – в атоме происходит резонансный переход с возбужденного в основное состояние с испусканием реального фотона. Вторая – атом взаимодействует с локальным полем окружения без изменения своего квантового состояния, поскольку реализуется последовательность процессов переизлучения кванта на нерезонансных энергетических уровнях окружения без каких-либо квантовых переходов в атомах. Именно эта последовательность формирует “локальное поле” и штарковские сдвиги энергетических уровней (оператор H^{L-S} в (17), а в случае классического поля – штарковский сдвиг частоты). Интенсивность таких переходов возрастает с ростом числа нерезонансных атомов N_L^b и в результате квантовой интерференции альтернатив излучение атома при определенном числе атомов окружении “застревает” в его нерезонансном окружении (как, возможно, и в случае [12], где численные расчеты указывали на подобное поведение импульса излучения в диэлектрической среде при определенной толщине среды). Такие представления отвечают алгебраической природе считывающего процесса $\Lambda(t)$, описывающего штарковское взаимодействие и процессы переизлучения фотонов. Возможны ли такие представления в подходах, не основанных на СДУ, автору неясно, но алгебра (12), отвечающая таким представлениям, позволила провести все вычисления аналитически и просуммировать весь бесконечный ряд в (9) и (15).

Аналитические результаты рассмотренных моделей могут служить ориентиром для численных исследований, подобным работе [12].

Актуальной задачей применения к реальным экспериментальным условиям развитого в работе подхода является выход за рамки приближения существенно локального окружения. Наряду с поиском учета поправок к использованному приближению, автору представляется необходимым развитие представлений о локализованных широкополосных вакуумах, взаимодействующих как со “своими” резонансными и нерезонансными частицами, так и друг с другом (на границах раздела пространств). Другой подход – применение ренормгруппового подхода [15–17].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, грант # 16-02-00453а.

1. К. И. Герасимов, М. М. Миннегалиев, С. А. Моисеев, Р. В. Урманчеев, T. Chanelière, and A. Louchet-Chauvet, Оптика и спектроскопия **123**, 30 (2017).
2. R. Dicke, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).

3. M. G. Benedict, A. M. Ermolaev, V. A. Malyshev, I. V. Sokolov, and E. D. Trifonov, *Super-radiance: Multiatomic Coherent emission*, IOP Publishing (1996).
4. A. M. Basharov, Phys. Rev. A **84**, 013801 (2011).
5. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **94**, 28 (2011).
6. A. M. Basharov, Phys. Lett. A **375**, 2249 (2011).
7. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear optical waves*, Kluwer Academic, Dordrecht (1999).
8. R. L. Hudson and K. R. Parthasarathy, Comm. Math. Phys. **93**, 301 (1984).
9. P. W. Milonni, J. Mod. Opt. **42**, 1991 (1995).
10. R. J. Glauber and M. Lewenstein, Phys. Rev. A **43**, 467 (1991).
11. Д. В. Кузнецов, Вл. К. Рерих, М. Г. Гладуш, ЖЭТФ **140**, 742 (2011).
12. D. G. Baranov, A. Krasnok, and A. Alù, Optica **4**, 1457 (2017).
13. P. G. Brooke, K.-P. Marzlin, J. D. Cresser, and B. C. Sanders, Phys. Rev. A **77**, 033844 (2008).
14. J. T. Manassah, Laser Phys. **20**, 1397 (2010).
15. U. Schollwock, Rev. Mod. Phys. **77**, 259 (2005).
16. F. Verstraete and J. I. Cirac, Phys. Rev. Lett. **104**, 190405 (2010).
17. H. Pichler and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **116**, 093601 (2016).
18. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum noise*, Springer-Verlag, Berlin (2000).
19. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, М. (2000).
20. A. M. Chebotarev, *Lectures on quantum probability*, Sociedad Matematica Mexicana (2000).
21. А. С. Холево, *Статистическая структура квантовой теории*, ИКИ (2003).
22. C. W. Gardiner and M. J. Collet, Phys. Rev. A **31**, 3761 (1985).
23. Е. В. Дамаскинский, П. П. Кулиш, Уч. записки ЛОМИ **189**, 37 (1991).