

О возможности сверхпроводимости в двуслойных гетероструктурах

С. В. Иорданский¹⁾

Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, 142432 Черногловка, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 2017 г.

После переработки 13 декабря 2017 г.

Создана модель для двуслойных гетероструктур в сильном магнитном поле, позволяющем пренебречь кулоновским взаимодействием. Термодинамическая неустойчивость состояний электронной системы в сильном магнитном поле приводит к образованию периодической вихревой решетки. Рассмотрен случай, когда электронная плотность близка к плотности наполовину заполненного уровня Ландау. Найден электронный спектр и исследован аналог эффекта Купера, возникающий путем использования боголобовского канонического преобразования для электронных фермиевских операторов.

DOI: 10.7868/S0370274X18030128

Эксперименты с двуслойными гетероструктурами имеют длительную историю, начиная с 80 годов прошлого столетия. Большое количество теоретических работ использовало индекс слоя как дополнительный спиновый индекс [1, 2]. Однако, экспериментальная работа [3] не подтвердила справедливость этой модели и показала необходимость другого описания, более близкого к модели однослойной гетероструктуры [4]. Мы предполагаем сильное постоянное внешнее магнитное поле H : такое, что на расстояниях порядка магнитной длины $L = \sqrt{\frac{c\hbar}{eH}}$ можно пренебречь кулоновским взаимодействием $\frac{e^2}{L}$, по сравнению с энергией электронов в магнитном поле $\frac{\hbar^2}{L^2 m_e}$.

Сильное магнитное поле вызывает магнетизацию электронов. Ток намагниченности не вызывает токов между элементарными ячейками в возникающей вихревой решетке [7], причем эффективный ток намагниченности $\rho v = \text{rot} \mathbf{M}$ обращается в нуль на границе элементарной ячейки вихревой структуры.

Волновая функция Φ электронов будет удовлетворять уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + U(z)\Phi + \frac{1}{2m_e} \left(\mathbf{p}(\mathbf{r}) - \frac{e}{c} \mathbf{A}_{\text{эф}}(\mathbf{r}) \right)^2 \Phi, \quad (1)$$

где $\mathbf{A}_{\text{эф}}$ – периодический эффективный вектор-потенциал, обращающийся в нуль на границе элементарной ячейки.

Эффективное магнитное поле будет иметь вид $\mathbf{B}_{\text{эф}} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}_z$ с намагниченностью противоположного знака по сравнению с внешним постоянным

полем, вызывая понижение энергии магнитного поля. Потенциальная энергия гетероструктуры $U(z) = U(-z)$ имеет вид двух ям (рис. 1).

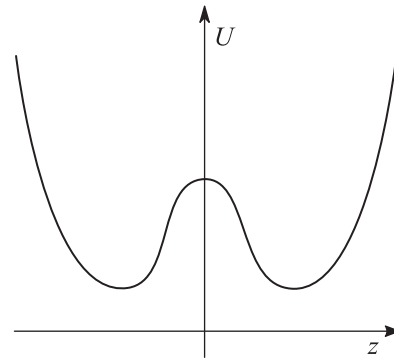


Рис. 1. Распределение потенциальной энергии гетероструктуры

Разделение переменных дает волновую функцию электронов $\Phi(\mathbf{r}, z, t) = F(\mathbf{r}, t)Z(z, t)$ и два уравнения

$$i\hbar \frac{\partial Z(z, t)}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + U(z)Z(z, t), \quad (2)$$

$$i\hbar \frac{\partial F(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{1}{2m_e} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e}{c} \mathbf{A}_{\text{эф}}(\mathbf{r}) \right)^2 F(\mathbf{r}, t). \quad (3)$$

Мы предполагаем, что $U(-z) = U(z)$. В этом случае [6] уравнение (2) имеет два решения: симметричное $Z_1(-z) = Z_1(z)$ с меньшей энергией E_1 и асимметричное $Z_2(-z) = -Z_2(z)$ с большей энергией E_2 . Уравнение (3) имеет группу трансляций по переменной \mathbf{r} из-за периодичности $\mathbf{A}_{\text{эф}}(\mathbf{r})$. Мы предположим, что вихревая решетка имеет гексагональную симметрию и зона Бриллюэна имеет вид правильного шестиугольника в обратной решетке. При этом на ее

¹⁾e-mail: iordansk@itp.ac.ru

границе имеются не эквивалентные точки и $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ не равно периоду вихревой решетки \mathbf{k} .

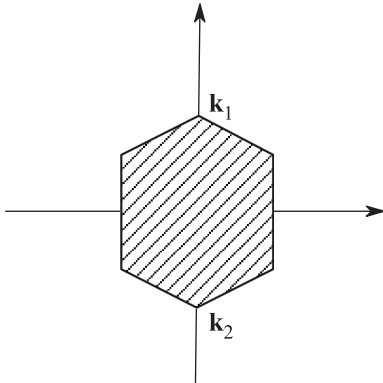


Рис. 2. Вид зоны Бриллюэна

Согласно общей теории представлений пространственных групп [9] это означает, что имеется двукратное вырождение энергетического уровня в точках \mathbf{k}_j . Мы будем предполагать, что химический потенциал электронов в \mathbf{r} плоскости близок к двум значениям

$$\mu_1 = \epsilon(\mathbf{k}_1) + \frac{E_2 - E_1}{2}, \quad \mu_2 = \epsilon(\mathbf{k}_1) + \frac{E_1 - E_2}{2}. \quad (4)$$

До сих пор мы рассматривали не взаимодействующие электроны в периодической вихревой решетке. Несколько слов о постановке задачи. Очевидно, что при столкновении электронов будут излучаться фононы, которые беспрепятственно могут уходить в объем, и их концентрация в гетероструктуре будет незначительной. Главный интерес представляет состояние и энергия электронов в гетероструктуре. Как показал Н.Н. Боголюбов [10], существуют линейные преобразования ферми-операторов, сохраняющие их коммутационные свойства, но меняющие их энергию, так что излучение фонона не единственный механизм изменения электронной энергии.

А.А. Абрикосов и И.М. Халатников применили этот способ в обход метода БКШ [11, 12] используя каноническое преобразование Боголюбова, позволяющее вычислять оптимальное электронное состояние в линейном приближении. Данный метод можно использовать и в этой задаче.

Старые ферми-операторы можно выразить через новые. Введем обозначения для электронной волновой функции, которые соответствуют уравнениям (2) и (3). При этом мы не будем учитывать спин электронов, так как в сильном магнитном поле все электроны имеют одинаковую спиновую ориентацию и энергию и ее можно не учитывать. Энергетический

спектр электронов в вихревой решетке связан с их квазиимпульсом и заполнение имеют состояния, заштрихованные на рис. 3. Спектр электронов в вихре-

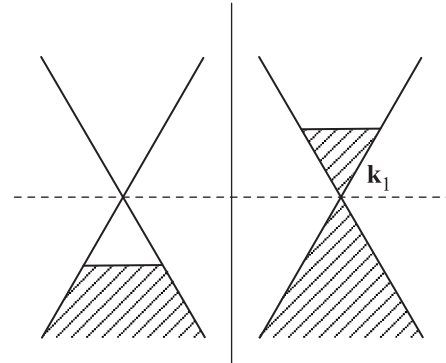


Рис. 3. Энергетический спектр электронов. Заштрихованы занятые электронные состояния в плоскости \mathbf{r}

вой решетке определяется указанием $Z_1(z)$ или $Z_2(z)$ состояния, а также зонных состояний электронов в верхней или нижней зонах в зависимости от ветви Z_1 или Z_2 . Таким образом, z_1 и z_2 являются двумя метками состояний электронов, подобно спину в отсутствие магнитного поля в работе [10] Абрикосова и Халатникова. Задачу можно свести к решенной ранее.

Важное дополнительное обстоятельство состоит в том, что гамильтониан может быть выражен через операторы рождения-уничтожения электронных состояний и является их функцией. Мы ограничимся учетом только диагональных операторов, которые легко вычислить, и не будем учитывать поправки более высокого порядка, следуя за Абрикосовым и Халатниковым.

Для выполнения программы необходимо написать формулу взаимодействия двух электронов, которые находятся в двух соседних ячейках вихревой решетки и порождают (в результате столкновения) возбуждение в виде фонона, который уносит энергию из электронной системы, так как электроны не могут уйти из гетероструктуры

$$-g \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} (\hat{a}^+(\mathbf{p}', z_1) \hat{a}_{\mathbf{p}, z_2}^+ \hat{a}_{\mathbf{p}', z_2} \hat{a}_{\mathbf{p}_1, z_1}) = H_{\text{int}}, \quad (5)$$

где g – постоянная взаимодействия, пропорциональная энергии излученного фонона и нормировочного множителя σ/S , σ – площадь элементарной ячейки, S – площадь образца. Написанное выражение соответствует представлению взаимодействия. Возникает понижение энергии электронов.

Каноническое преобразование Боголюбова для фермионных операторов имеет вид

$$\begin{aligned}\hat{a}(\mathbf{p}, z_1) &= u(\mathbf{p})\hat{b}(\mathbf{p}, z_1) + v(\mathbf{p})\hat{b}^+(-\mathbf{p}, z_2), \\ \hat{a}(\mathbf{p}, z_2) &= u(\mathbf{p})\hat{b}(\mathbf{p}, z_2) - v(\mathbf{p})\hat{b}^+(-\mathbf{p}, z_1).\end{aligned}\quad (6)$$

Вещественные параметры преобразования $u(\mathbf{p})$, $v(\mathbf{p})$ связаны соотношением

$$u^2 + v^2 = 1. \quad (7)$$

Имеется только один независимый вещественный параметр.

Подставив формулы (6), (7) и комплексно сопряженные выражения, мы получим новое представление Гамильтониана исходной задачи. Важным обстоятельством является возможность вариационного подхода. Мы будем считать, что новые операторы рождения-уничтожения реализуют представление электронного оператора Гамильтона и определяют его энергетические уровни. При этом для определения электронного спектра в низшем порядке по взаимодействию можно оставить только диагональные элементы нового представления Гамильтониана электронов, так как не диагональные элементы дают энергию только в следующем порядке теории возмущений. Для выполнения этой программы необходимо использовать Гамильтониан взаимодействия двух электронов, находящихся в соседних элементарных ячейках, порождающих один фонон, уравнение (5). Это позволяет выписать вещественные диагональные члены в энергии в виде

$$\begin{aligned}E - \mu N &= \\ &= \sum_{\mathbf{p}} \xi_{\mathbf{p}} \left[u_{\mathbf{p}}^2 (n_{\mathbf{p}, z_1} + n_{\mathbf{p}, z_2}) + v_{\mathbf{p}}^2 (2 - n_{\mathbf{p}, z_1} - n_{\mathbf{p}, z_2}) \right] - \\ &\quad - g \sum_{\mathbf{p}} u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}} (1 - n_{\mathbf{p}, z_1} - n_{\mathbf{p}, z_2}) \times \\ &\quad \times \sum_{\mathbf{p}'} u_{\mathbf{p}'} v_{\mathbf{p}'} (1 - n_{\mathbf{p}', z_1} - n_{\mathbf{p}', z_2}),\end{aligned}\quad (8)$$

где \mathbf{p} и \mathbf{p}' – двумерные импульсы в плоскости \mathbf{r} . Окончательный результат для энергии электронных возбуждений следующий:

$$\epsilon(\mathbf{p}, z_1) = \sqrt{\xi_{\mathbf{p}}^2 + \Delta^2} = \epsilon(\mathbf{p}, z_2) > 0, \quad (9)$$

где величина Δ определяется интегральным уравнением

$$\Delta = -g \sum_{\mathbf{p}} u(\mathbf{p})v(\mathbf{p})(1 - n(\mathbf{p}, z_1) - n(\mathbf{p}, z_2)) \quad (10)$$

с величинами $u^2(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}(1 + \frac{\xi(\mathbf{p})}{\epsilon(\mathbf{p}, z)})$ и $v^2(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}(1 - \frac{\xi(\mathbf{p})}{\epsilon(\mathbf{p}, z)})$. Величина $\xi(\mathbf{p})$ дает спектр электронов в отсутствии взаимодействия.

Симметрия $\epsilon(\mathbf{p}, z_1) = \epsilon(\mathbf{p}, z_2)$ возникает из-за того, что $n(\vec{p}, z_1)$ и $n(\mathbf{p}, z_2)$ входят симметрично в выражение для электронной энергии. Таким образом, энергия достаточно слабых возбуждений электронов будет положительна, что соответствует физической картине: электроны находятся в энергетической яме, созданной ушедшим фононом. Согласно работе Л.Д. Ландау [13], это соответствует сверхпроводящему состоянию. В сильном магнитном поле кулоновское поле не существенно, причем нужно учесть все вершины шести угольной зоны Бриллюэна.

Автор выражает благодарность Е.И. Кацу, И.В. Колоколову, В.В. Лебедеву и Ю.Г. Махлину за обсуждение вопросов, связанных с выполнением настоящей работы, и А. Прокофьеву за помощь в оформлении.

1. *New perspectives in QHE*, Ed. by S. Das Sarma and A. Pinczuk, Wiley, N.Y. (1997).
2. S. M. Girvin and A. H. Mac Donald in 1.
3. S. Luin, V. Pellegrini, A. Pinczuk, B.S. Dennis, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 146804 (2005).
4. С. В. Иорданский, *Письма в ЖЭТФ* **99**, 606 (2014).
5. S. V. Iordansky and D.S. Lubshin, *J. Phys. Condens. Matter* **21**, 45661 (1981).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Физматлит, М. (1972).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматлит, М. (1982).
8. I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **84**(25), 5808 (2000).
9. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, М. (1972).
10. Н. Н. Боголюбов, *ЖЭТФ* **34**, 58 (1958).
11. А. А. Абрикосов, И. М. Халатников, *УФН* **95**, 551 (1958).
12. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Физматлит, М. (2009), с. 341.
13. L. D. Landau, *J. Phys. (USSR)* **5**, 71 (1941).