Письма в ЖЭТФ, том 108, вып. 2, с. 119 – 123

К теории дисперсии плазмонов в электронно-допированных купратах

М. В. Еремин[1)], *Д. С. Кочергин*

Институт физики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, 420008 Казань, Россия

Поступила в редакцию 22 мая 2018 г.

После переработки 21 июня 2018 г.

Получено аналитическое выражение для динамической зарядовой восприимчивости электронно-допированных купратов, позволяющее полностью воспроизвести полученную в экспериментах по неупругому рассеянию рентгеновских лучей, зависимость частоты плазмонов от волнового вектора в соединении $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$. Построен график мнимой части зарядовой восприимчивости вдоль треугольного контура зоны Бриллюэна. Отмечается, что спектральный вес плазмонной моды в области $q = 0$ ничтожно мал. Рассчитанные частоты плазмонной моды для всех волновых векторов в зоне Бриллюэна оказались вне границы области затухания, связанной с электронно-дырочными возбуждениями. Формула для зарядовой восприимчивости выведена на основе $t{-}t'{-}t''{-}J$ модели, дополненной оператором кулоновского взаимодействия и трехцентровыми членами, методом функций Грина с использованием формализма композитных операторов Хаббарда и метода проектирования Мори, которые хорошо зарекомендовали себя при анализе коллективных спиновых возбуждений. Использованный фурье-образ кулоновского взаимодействия соответствует модели монослоя с пространственно периодической структурой, помещенного в трехмерную кристаллическую решетку.

DOI: 10.1134/S0370274X18140102

Экспериментальные исследования последних лет по установлению природы высокотемпературной сверхпроводимости, главным образом, сосредоточены на выяснении спектра коллективных колебаний. Для этой цели в дополнение к методам магнитного резонанса и неупругого рассеяния нейтронов активно разрабатывается метод неупругого рассеяния рентгеновских лучей ("resonant inelastic X-ray scattering" – RIXS). В дополнение к первым двум, тестирующим восприимчивости на малых и больших волновых векторах, соответственно, метод RIXS позволяет определять дисперсию коллективных колебаний на промежуточных волновых векторах и, таким образом, в сочетании с методом рассеяния нейтронов установить дисперсию частот коллективных колебаний во всей зоне Бриллюэна. Эта информация очень важна и уже на качественном уровне позволяет судить об эффективности того или иного механизма спаривания носителей тока. Среди возможных механизмов спаривания носителей тока в купратах наиболее интенсивно обсуждаются плазмонный [1–3], суперобменный [4], фононный [5] и все с более возрастающем предпочтением на доминирующую роль в купратах спин-флуктуационный [6, 7]. Однако непрекращающиеся экспериментальные исследования ставят новые вопросы. Так, обнаруженная в 2014 г. асимметрия спектров коллективных возбуждений в электронно- и дырочно-допированных купратах [8, 9] методом RIXS, естественно, привлекла повышенное внимание. Частоты коллективных спиновых возбуждений в электронно-допированных купратах в целом оказались выше чем в дырочно-допированных, что, как отмечалось в [7], было весьма неожиданно с точки зрения спин-флуктуационного механизма спаривания, так как критическая температура в электронных значительно ниже по сравнению с дырочными. Более того, оказалось, что имеется также резкое различие в поведении коллективных зарядовых возбуждений (плазмонов). В дырочно-допированных купратах ($YBa_2Cu_3O_7$) частота плазмонов при малых волновых векторах составляет примерно 0.8 эВ [10, 11] и дисперсия ее, вообще говоря, может быть описана уже в обычном приближении случайных фаз [12]. Однако, как выяснилось позже, приближение случайных фаз плохо подходит для описания высокочастотной части спиновых возбуждений, тестируемых методом неупругого рассеяния нейтронов [13]. Это обстоятельство стало особенно очевидным при анализе данных RIXS.

Обнаруженная методом RIXS в $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ мода имеет необычную дисперсию [8, 9]. При ма-

[1)]e-mail: meremin@kpfu.ru

лых q частоты составляют примерно 0.3 эВ и по мере увеличения волнового вектора возрастают до 1 эВ при $q_x = 0.3\pi$ и более. Эта новая мода не может быть связана со спиновыми возбуждениями (которые тоже были наблюдены) и, предположительно, была интерпретирована в качестве плазмонной. Для поддержки этой гипотезы авторы [9] провели численный расчет мнимой части зарядовой восприимчивости на кластере из 20 частиц, включив в гамильтониан $t{-}t'{-}t''{-}J$ модели [9] члены, учитывающие трехцентровые корреляции. Рассчитанные ими положения максимумов у мнимой части динамической зарядовой восприимчивости на высоких частотах качественно коррелируют с результатами измерений. Однако кулоновское взаимодействие носителей тока почему-то вообще не включалось в расчет. Кулоновское взаимодействие носителей тока, но без учета трехцентровых членов, было учтено в работе [14]. Используя метод N-разложения и фурье-образ кулоновского взаимодействия с учетом пространственной периодичности решетки, полученный в работе [15], авторы [14] рассчитали спектр плазмонов при различных волновых векторах и привели ряд качественных аргументов в пользу плазмонного происхождения этой новой ветви колебаний. Однако добиться количественного согласия расчета с экспериментальными данными [8, 9] не удалось. В этой связи логично попытаться решить эту задачу с учетом как кулоновского взаимодействия, так и трехцентровых корреляций, применив для этого более мощный метод учета сильных электронных корреляций, а именно метод функций Грина в сочетании с техникой проекционных операторов Хаббарда. Это метод, хорошо зарекомендовавший себя при анализе спектра коллективных спиновых возбуждений как дырочных, так и в электронно-допированных купратах на всех волновых векторах. Важная роль трехцентровых корреляций для объяснения асимметрии критических температур и спектров коллективных спиновых возбуждений в электронных и дырочных купратах отмечалась ранее [16–19].

Гамильтониан зоны проводимости брался в виде

$$\mathcal{H} = \sum_{l,m,\sigma} t_{lm} X_l^{\sigma,0} X_m^{0,\sigma} + \frac{1}{2}\sum_{l,m} G_{lm} X_l^{0,0} X_m^{0,0} - \\ - \frac{1}{4}\sum_{l,m,\sigma,\sigma'} J_{lm} (-1)^{1-\sigma-\sigma'} X_l^{\sigma,\sigma'} X_m^{\bar{\sigma},\bar{\sigma}'} - \\ - \sum_{l\neq m,f,\sigma,\sigma'} \frac{t_{lf} t_{fm}}{U} (-1)^{1-\sigma-\sigma'} X_l^{\sigma,0} X_f^{\bar{\sigma},\bar{\sigma}'} X_m^{0,\sigma'}. \quad (1)$$

Здесь $X_j^{p,q}$ – хаббардовские операторы, J_{lm} и G_{lm} – параметры суперобменного и кулоновского взаимодействия квазичастиц соответственно, t_{lm} – затравочные интегралы перескока между узлами решетки в плоскости CuO, U – параметр кулоновского отталкивания на одном узле, описывающий энергетический интервал между верхней и нижней подзонами Хаббарда [4, 16, 20, 21].

Для расчета динамической зарядовой восприимчивости, как и при расчете динамической спиновой восприимчивости и последующего анализа спектра коллективных спиновых колебаний в [18], составлялась цепочка зацепляющихся уравнений для пяти функций Грина $\langle\langle X_{\mathbf{q}}^{0,0} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$, $\sum_{\mathbf{k},\sigma}(h_{\mathbf{k+q}} - h_{\mathbf{k}})\langle\langle X_{\mathbf{k+q}}^{0,\sigma} X_{\mathbf{k}}^{\sigma,0} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$, $\langle\langle X_{\mathbf{k+q}}^{0,\sigma} X_{\mathbf{k}}^{\sigma,0} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$, $\langle\langle X_{\mathbf{k}}^{\sigma,0} X_{\mathbf{k+q}}^{0,\sigma} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$, и $\sum_{\mathbf{k},\sigma}(\varepsilon_{\mathbf{k+q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}})\langle\langle X_{\mathbf{k+q}}^{0,\sigma} X_{\mathbf{k}}^{\sigma,0} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$. Во второй функции Грина введено обозначение

$$h_{\mathbf{k}} = t_{\mathbf{k}} - \frac{1-\delta_0}{2} T_{\mathbf{k}}, \quad (2)$$

$$t_{\mathbf{k}} = \sum_m t_{lm} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lm}}, \quad (3)$$

$$T_{\mathbf{k}} = \sum_{f,m\neq l} \frac{t_{lf} t_{fm}}{U} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lf} - i\mathbf{k}\mathbf{R}_{fm}}, \quad (4)$$

где δ_0 – среднее значение концентрации носителей тока в расчете на одну элементарную ячейку.

Линеаризация уравнений движения проводилась методом проектирования (Мори) в сочетании с приближением случайных фаз, как это делалось при выводе формулы для динамической спиновой восприимчивости дырочно- и электронно-допированных купратов [18, 22, 23]. В итоге получено следующее выражение для динамической зарядовой восприимчивости:

$$\chi_{ch}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\chi_q \zeta_h - \chi_h \zeta_q}{(1-\lambda_q)\,\zeta_h - \left(\frac{\omega+\omega_q}{2} - \lambda_h\right)\zeta_q}. \quad (5)$$

Функции $\chi_q, \chi_h, \zeta_q, \zeta_h, \lambda_q, \lambda_h, \omega_q$ определяются формулами:

$$\chi_q = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} \chi_{kq},\ \chi_h = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} (h_{\mathbf{k+q}} - h_{\mathbf{k}})\,\chi_{kq}, \quad (6)$$

$$\zeta_q = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} \zeta_{kq},\ \zeta_h = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} (h_{\mathbf{k+q}} - h_{\mathbf{k}})\,\zeta_{kq}, \quad (7)$$

$$\lambda_q = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} \lambda_{kq},\ \lambda_h = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} (h_{\mathbf{k+q}} - h_{\mathbf{k}})\,\lambda_{kq}, \quad (8)$$

$$\omega_q = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} T_{\mathbf{k},\mathbf{k+q}}\left(n_{\mathbf{k+q}}^h - n_{\mathbf{k}}^h\right), \quad (9)$$

$$T_{\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{q}} = \sum_{f,m\neq l} \frac{t_{lf}t_{fm}}{U} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lf}-i(\mathbf{k}+\mathbf{q})\mathbf{R}_{fm}}, \quad (10)$$

в которых, для краткости записи, введены обозначения:

$$\chi_{kq} = \frac{n^h_{\mathbf{k}} - n^h_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{\omega + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \quad (11)$$

$$\zeta_{kq} = \frac{1}{\omega + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \quad (12)$$

$$\lambda_{kq} = \eta_{kq} + \varphi_{kq}, \quad (13)$$

$$\eta_{kq} = \frac{M'_{\mathbf{k},\mathbf{q}} n^h_{\mathbf{k}} - M'_{\mathbf{k}+\mathbf{q},\mathbf{q}} n^h_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{\omega + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \quad (14)$$

$$M'_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = \frac{1}{2}t'_{\mathbf{k}} - G_{\mathbf{q}} + \frac{1}{4}J'_{\mathbf{q}} - \frac{1-\delta_0}{2}T''_{\mathbf{k}}, \quad (15)$$

$$t'_{\mathbf{k}} = \sum_m t_{lm}(1 - F^t_{lm}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lm}}, \quad (16)$$

$$J'_{\mathbf{q}} = \sum_m J_{lm}(1 - F^J_{lm}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_{lm}}, \quad (17)$$

$$G_{\mathbf{q}} = \sum_m G_{lm} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_{lm}}, \quad (18)$$

$$T''_{\mathbf{k}} = \sum_{f,m\neq l} \frac{t_{lf}t_{fm}}{U}(1 - F^t_{lm}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lf}-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{fm}}, \quad (19)$$

$$\varphi_{kq} = \frac{1+\delta_0}{4} T'_{\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{q}} \frac{n^h_{\mathbf{k}} - n^h_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{\omega + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \quad (20)$$

$$T'_{\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{q}} = \sum_{f,m\neq l} \frac{t_{lf}t_{fm}}{U}(1 - F^t_{lf}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lf}-i(\mathbf{k}+\mathbf{q})\mathbf{R}_{fm}}. \quad (21)$$

Через $n^h_{\mathbf{k}}$ обозначены числа заполнения в дырочном представлении; $n^h_{\mathbf{k}} = P f^h_{\mathbf{k}}$, $P = (1+\delta_0)/2$, $f^h_{\mathbf{k}} = 1/(1 + e^{-\varepsilon_{\mathbf{k}}/k_{\mathrm{B}}T})$.

Энергия квазичастиц, как это принято при описании экспериментов по фотоэмиссии с угловым разрешением (фотоэлектронная спектроскопия с угловым разрешением "*angle-resolved photoemission spectroscopy*" – ARPES), записываются в виде:

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = -\mu + 2t(\cos k_x a + \cos k_y a) + \\ + 4t' \cos k_x a \cos k_y a + 2t''(\cos 2k_x a + \cos 2k_y a). \quad (22)$$

Эффективные параметры перескока квазичастиц, "одетых зарядовыми и спиновыми корреляциями", выражаются через затравочные параметры перескока электронов между первыми (t_1), вторыми (t_2) и третьими соседями (t_3) следующим образом:

$$t = t_1 \left(P + \frac{1+2F^t_1}{4P} K_1 \right) + \\ + \left(J_1 \frac{1+2F^J_1}{4P} + 3\frac{t_1^2}{U} \right) \langle X^{0,\sigma}_0 X^{\sigma,0}_1 \rangle, \quad (23)$$

$$t' = t_2 \left(P + \frac{1+2F^t_2}{4P} K_2 \right) + \\ + 2\frac{t_1^2}{U} \left(\frac{2+F^t_1}{2} K_1 - \frac{1-\delta_0}{2} \left(P + \frac{1+2F^t_2}{4P} K_2 \right) \right), \quad (24)$$

$$t'' = t_3 \left(P + \frac{1+2F^t_3}{4P} K_3 \right) + \\ + \frac{t_1^2}{U} \left(\frac{2+F^t_1}{2} K_1 - \frac{1-\delta_0}{2} \left(P + \frac{1+2F^t_3}{4P} K_3 \right) \right). \quad (25)$$

Через $K_1 = 4\langle S^z_0 S^z_1 \rangle$, как и в [18], обозначены спин-спиновые корреляционные функции, которые оцениваются самосогласованно через динамическую спиновую восприимчивость.

Из условия эквивалентности электронного и дырочного представлений получаются уравнения согласования на параметры проектирования F^t_{ij}:

$$\varepsilon_{ij} = P h_{ij}(1 - F^t_{ij}). \quad (26)$$

В частности, из (23) и (26) получается следующее соотношение:

$$F^t_1 = \frac{-K_1 - J_1\left(1 + 2F^J_1 + 3P\right) t_1^{-1} \langle X^{0,\sigma}_0 X^{\sigma,0}_1 \rangle}{4P^2 + 2K_1}. \quad (27)$$

Корреляционные функции $\langle X^{0,\sigma}_0 X^{\sigma,0}_1 \rangle$ рассчитываются самосогласованно через числа заполнения квазичастиц.

В работах [24, 25] соблюдение электронно-дырочной симметрии при описании перехода металл–диэлектрик в модели Хаббарда получается путем симметризации уравнений движения в электронном и дырочном представлениях. Уравнение (26) имеет аналогичный смысл.

Результаты численного расчета приведены на рис. 1, 2. Эффективные интегралы перескока, как и в [26], приняты равными (в эВ): $t = -0.230$, $t' = 0.055$, $t'' = -0.035$. Эти значения, как уже отмечалось в [26], хорошо соответствуют фотоэмиссионным (ARPES) данным о контуре Ферми в $\mathrm{Nd}_{2-x}\mathrm{Ce}_x\mathrm{CuO}_4$ [27]. Небольшое отличие от значений параметров зоны проводимости для соединения $\mathrm{Pr}_{0.88}\mathrm{LaCe}_{0.12}\mathrm{CuO}_{4-x}$, использованных для расчета коллективных спиновых возбуждений в работе [18], можно связать с различием основных электронных конфигураций неодима и празеодима. Принятые нами значения $J_1 = 0.11$ эВ, $F^J_1 = 0.7$ близки к тем, что использовались при описании спектра коллективных спиновых возбуждений $\mathrm{Pr}_{0.88}\mathrm{LaCe}_{0.12}\mathrm{CuO}_{4-x}$.

Фурье-образ кулоновского взаимодействия квазичастиц в плоскости CuO брался в виде [15]

$$G_{\mathbf{q}} = \frac{2\pi d e^2}{\varepsilon_\perp a b \sqrt{A^2 - 1}}, \quad (28)$$

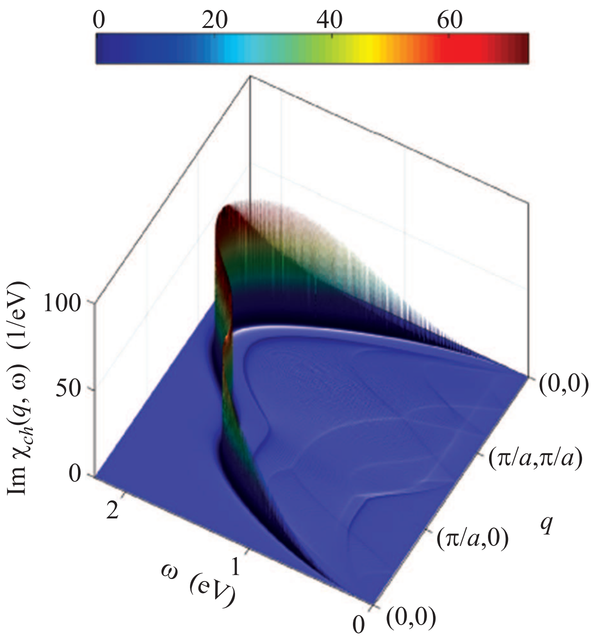

Рис. 1. (Цветной онлайн) Рассчитанная по формуле (5) мнимая часть зарядовой восприимчивости, зависящая от волнового вектора и частоты. Параметр затухания Γ полагался равным 0.004 эВ. Значения волнового вектора $\mathbf{q}$ меняются по треугольному контуру $(0,0)-(\pi/a,0)-(\pi/a,\pi/a)-(0,0)$ в зоне Бриллюэна

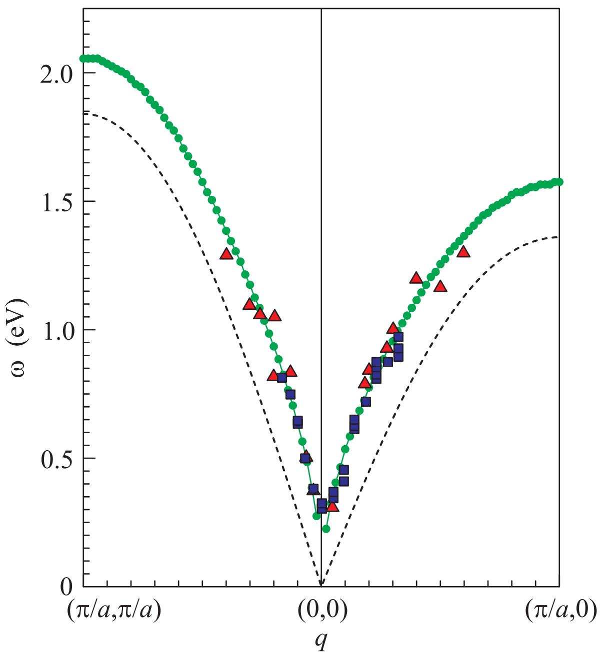

Рис. 2. (Цветной онлайн) Дисперсия плазмонной моды в $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$. Цветные символы – экспериментальные данные, полученные методами неупругово рассеяния рентгеновских лучей (RIXS); символы синего цвета соответствуют данным работы [8], красного – [9], круглые зеленые символы – результаты нашего расчета (положения максимумов мнимой части зарядовой восприимчивости (5)). Пунктиром изображена верхняя граница области электронно-дырочных возбуждений, определяемая условием $\omega+\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{k+q}}=0$

$$A=\left(2\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\frac{\sin^2(q_xa/2)}{(a/d)^2}+2\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\frac{\sin^2(q_yb/2)}{(b/d)^2}+1\right), \tag{29}$$

где a,b – постоянные решетки в плоскости CuO, d – период трансляции плоскостей вдоль оси z, $\varepsilon_\parallel,\varepsilon_\perp$ – диэлектрические проницаемости в плоскости CuO и вдоль оси z. Постоянные решетки кристалла $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ по рентгеноструктурным данным [28] примерно равны $a=b=4$ Å, $c=12$ Å. В пределах элементарной ячейки проходят две плоскости. Расстояние между плоскостями CuO равно $d=c/2$. Плоскости CuO сдвинуты относительно друг друга на вектор трансляции (1/2, 1/2, 1/2). Как и работе [14], для простоты, мы пренебрегаем эффектом этого сдвига и в качестве межслойного расстояния принимаем значение $d=1.5a$ и так же, как и в работе [14], считаем, что $\varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp=2$. Значение $\varepsilon_\perp d=24$ Å подбиралось так, чтобы рассчитанные значения частот наиболее близко соответствовали экспериментальным значениям, определенным в работах [8, 9]. Формулы (28)–(29) получаются из фурье-образа кулоновского взаимодействия между носителями тока в трехмерной решетке путем интегрирования по волновому вектору q_z, т.е. это фурье-образ кулоновского взаимодействия носителей тока в плоскости CuO, помещенной в трехмерную кристаллическую решетку с параметром трансляции d вдоль оси z.

Параметр трехцентровых корреляций между вторыми и третьими соседями t_1^2/U полагался равным $J_1/4$, как это вытекает при выводе гамильтониана (1) на основе модели Хаббарда [16, 19]. Значения корреляционных функций $K_1=4\langle S_0^zS_1^z\rangle$ и $\langle X_0^{0,\sigma}X_1^{\sigma,0}\rangle$ равны -0.22 и -0.12 соответственно. Значение параметра проектирования F_1^t, рассчитанного по формуле (27), равно 0.05. Индекс допирования ($\delta_0=0.3$) брался так, чтобы рассчитанная форма ферми-контура соответствовала экспериментально наблюдаемому методами фотоэлектронной эмиссии с угловым разрешением (ARPES).

Интересно отметить, что рассчитанная нами плазмонная мода (рис. 2) при всех волновых векторах вдоль треугольного контура зоны Бриллюэна располагается выше границы области электронно-дырочных возбуждений. Как видно из рис. 1, при малых частотах мнимая часть восприимчивости (или иными словами спектральный вес) данной моды очень мала.

Итак, в настоящей работе рассчитана зависимость частоты коллективных колебаний плазмонов в плоскостях CuO. При этом наряду с кулоновским взаимодействием учтены как обменное взаимодействие, так и трехцентовые корреляции. Результаты расчета согласуются с экспериментальными данными [8, 9]. Важным звеном, обеспечивающим этот успех, является принятая модель монослоя, помещенного в кристаллическую решетку, для записи фурье-образа кулоновского взаимодействия носителей тока. В случае дырочно-допированных купратов эта модель не подходит. В дырочнх купратах носители тока распределены по позициям кислорода, а не по позициям меди. Волновые функции $2p$-электронов кислорода имеют большее пространственное распределение по сравнению с волновыми функциями $3d$-электронов меди и, как следствие этого, для расчета дисперсии плазмонов в дырочно-допированных купратах больше подходит фурье-образ кулоновского взаимодействия с дискретного строения решетки во всех трех направлениях [12, 15, 29]. В электронно-допированных купратах зависимость щели существенно (на 30 %) отличается от вида $\cos k_x a - \cos k_y a$, которая автоматически получается при решении уравнения БКШ (Бардин–Купер–Шриффер) в предположении о доминировании короткодействующих механизмов спаривания (например, суперобменного). Исходя их этого, логично предположить, что суперобменный, фононный, кулоновский (плазмонный) и спин-флуктуационный механизмы по разному конкурируют (интерферируют) на различных участках контура Ферми. Без аналитической формулы для динамической зарядовой восприимчивости в этой сложной проблеме, скорее всего, не разобраться и такая формула в данной работе получена.

Авторы благодарны М.А. Малахову за помощь при отладке программы численного расчета и полезные замечания. Работа выполнена при поддержке субсидии, выделенной К(П)ФУ для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект 3.6722.2017/8.9.

1. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости*, Наука, М. (1977).
2. A. J. Leggett, Proc. Natl. Acad. Sci. USA. **96**, 8365 (1999).
3. A. J. Leggett, Phys. Rev. Lett. **83**, 392 (1999).
4. P. W. Anderson, Science **235**, 1196 (1987).
5. K. A. Muller, *Handbook of High-Temperature Superconductivity. Theory and experiment*, Springer-Verlag, N.Y. (2007).
6. D. J. Scalapino, Rev. Mod. Phys. **84**, 1383 (2012).
7. N. M. Plakida, Physica C: Superconductivity and its Applications **531**, 39 (2016).
8. W. S. Lee, J. J. Lee, E. A. Nowadnick et al. (Collaboration), Nature Phys. **10**, 883 (2014).
9. K. Ishii, M. Fujita, T. Sasaki et al. (Collaboration), Nature Commun. **5**, 3714 (2014).
10. N. Nucker, U. Eckern, J. Fink, and P. Muller, Phys. Rev. B **44**, 7155 (1991).
11. N. Nucker, H. Romberg, S. Nakai, B. Scheerer, J. Fink, Y. F. Yan, and Z. X. Zhao, Phys. Rev. B **39**, 12379 (1989).
12. P. Longe and S. M. Bose, Phys. Rev. B **47**, 11611 (1993).
13. D. Reznik, J.-P. Ismer, I. Eremin, T. Wolf, M. Arai, Y. Endoh, T. Masui, and S. Tajima, Phys. Rev. B **78**, 132503 (2008).
14. A. Greco, H. Yamase, and M. Bejas, Phys. Rev. B **94**, 075139 (2016).
15. F. Becca, M. Tarquini, M. Grilli, and C. Di Castro, Phys. Rev. B **54**, 12443 (1996).
16. В. В. Вальков, Т. А. Валькова, Д. М. Дзебисашвили, С. Г. Овчинников, Письма в ЖЭТФ **75**, 450 (2002) [JETP Lett. **75**, 378 (2002)].
17. М. М. Коршунов, С. Г. Овчинников, Ф. В. Шерман, Письма в ЖЭТФ **80**, 45 (2004) [JETP Lett. **80**, 39 (2004)].
18. М. В. Еремин, М. А. Малахов, Письма в ЖЭТФ **104**, 13 (2016) [JETP Lett. **104**, 15 (2016)].
19. М. В. Еремин, Письма в ЖЭТФ **105**, 322 (2017) [JETP Lett. **105**, 710 (2017)].
20. Ю. А. Изюмов, Успехи физических наук **167**, 465 (1997).
21. N. M. Plakida, *Temperature Cuprate Superconductors. Experiment, Theory, and Applications*, Springer, Berlin, Heidelberg, N.Y., Hong Kong, London, Milan, Paris, Tokyo (2011).
22. M. V. Eremin, I. M. Shigapov, and I. M. Eremin, Eur. Phys. J. B **85**, 131 (2012).
23. M. V. Eremin, I. M. Shigapov, and Ho Thi Duyen Thuy, J. Phys.: Condens. Matter **25**, 345701 (2013).
24. V. Yu. Irkhin and A. V. Zarubin, Eur. Phys. J. B **38**, 563 (2004).
25. В. Ю. Ирхин, А. В. Зарубин, ЖЭТФ **143**, 971 (2013).
26. R. S. Markiewicz, S. Sahrakorpi, M. Lindroos, Hsin Lin, and A. Bansil, Phys. Rev. B **72**, 054519 (2005).
27. N. P. Armitage, D. H. Lu, C. Kim, A. Damascelli, K. M. Shen, and F. Ronning, Phys. Rev. Lett. **87**, 147003 (2001).
28. Y. Tokura, H.Takagi, and S. Uchida, Nature **337**, 345 (1989).
29. М. В. Еремин, М. А. Малахов, Известия РАН, сер. физическая **78**, 1183 (2014).