Письма в ЖЭТФ, том 108, вып. 6, с. 409 – 415

Дополнительные эффекты невзаимности в магнитооптике асимметричных слоистых структур

С. В. Тарасенко[+1)], *В. Г. Шавров*[*]

[+]*Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина, 83114 Донецк, Украина*

[*]*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 23 августа 2018 г.

При нормальном падении квазиплоской волны на асимметричную слоистую структуру нарушение пространственно-временной инверсии в геометрии Фогта может приводить к формированию углового эффекта Гуса–Хенхен при отражении и прохождении, а также пространственного эффекта Гуса–Хенхен при прохождении. Эффекты характеризуются невзаимностью не только к инверсии направления постоянной магнитной индукции, но и к перестановке местами негиротропных слоев окружающих гиротропный слой.

DOI: 10.1134/S0370274X1818008X

Технологические достижения в изготовлении высококачественных электромагнитных слоистых структур, обладающих дополнительной трансляционной симметрией, дали возможность изучать новые динамические эффекты, связанные с объединением в рамках одной композитной среды электромагнитных компонент, обладающих значительным электромагнитным контрастом. В частности, в случае электромагнитных метаматериалов на основе упорядоченных в пространстве массивов электромагнитных частиц значительное внимание уделяется изучению резонансных эффектов, связанных с нарушением трансляционной инвариантности вследствие наличия изолированных дефектов в таких электромагнитных сверхструктурах (см., например, [1]). Другим, не менее активно развиваемым направлением исследований, является анализ аномалий спектральных характеристик электромагнитных кристаллов, связанных с нарушением локальной симметрии взаимодействий между электродинамическими частицами, формирующими элементарную ячейку электромагнитного кристалла при сохранении "глобальной" трансляционной симметрии такой структуры, что, в частности, может приводить к дополнительным высокодобротным резонансам в электромагнитном спектре таких электромагнитных метаматериалов (например, резонанс на запертых модах [2]).

Особый интерес представляет анализ эффектов невзаимности при отражении и прохождении электромагнитной волны через слоистую структуру [3–5]. Что касается находящихся в вакууме симметричных и асимметричных слоистых структур, состоящих из негиротропных, оптически изотропных компонент, то проведенный в [4] анализ френелевских коэффициентов отражения R_α и прохождения W_α ($R_\alpha^2 + W_\alpha^2 = 1$) показал, что для конечной слоистой структуры, не обладающей зеркальной симметрией относительно своей срединной плоскости, как в случае волны TM- ($\alpha = p$), так и TE- ($\alpha = s$) типа, для заданного угла падения ϑ в бездиссипативном пределе одновременно выполнены следующие соотношения

$$\begin{gathered} W_\alpha(\vartheta) = W_\alpha(\pi-\vartheta), \;\; |R_\alpha(\vartheta)| = |R_\alpha(\pi-\vartheta)|, \\ \varphi_\alpha(\vartheta) \neq \varphi_\alpha(\pi-\vartheta), \;\alpha = p, s, \\ W_\alpha(\vartheta) = W_\alpha(-\vartheta), \;\; |R_\alpha(\vartheta)| = |R_\alpha(-\vartheta)|, \\ \varphi_\alpha(\vartheta) = \varphi_\alpha(-\vartheta), \end{gathered} \tag{1}$$

где $R_\alpha(\vartheta) \equiv |R_\alpha(\vartheta)|\exp(i\varphi_\alpha)$, угол ϑ отсчитывается от положительного направления нормали к границе раздела сред $\mathbf{q}$. При этом для зеркально симметричной слоистой структуры входящие в (1) соотношения остаются в силе за исключением того, что в этом случае исчезает невзаимность фазы отраженной волны при замене $\vartheta \to \pi - \vartheta$, вследствие чего $\varphi_\alpha(\vartheta) = \varphi_\alpha(\pi-\vartheta)$.

Несомненно важным классом электромагнитных метаматериалов являются магнитные фотонные кристаллы (МФК) и магнитоплазмонные гетероструктуры (см. [6–8]), поскольку они предоставляют возможность целенаправленного воздействия на динамические характеристики таких сред (а, значит, и

1)e-mail: s.v.tarasenko@mail.ru

на условия отражения и прохождения электромагнитных волн) с помощью легко достижимых внешних параметров, например, таких как внешнее магнитное и (или) электрическое поле. Хорошо известно, что наличие постоянной магнитной индукции $\mathbf{B}_0$ сопровождается эффектом нарушения временной инверсии, вследствие чего в геометрии Фогта [9, 10] при падении плоской электромагнитной волны ТМ- или ТЕ-типа на изолированный гиротропный слой в вакууме для соответствующих френелевских коэффициентов отражения и прохождения в бездиссипативном пределе вследствие нарушения пространственно-временной инверсии оказываются одновременно справедливы следующие соотношения

$$W_\alpha(\vartheta) = W_\alpha(-\vartheta), \quad |R_\alpha(\vartheta)| = |R_\alpha(-\vartheta)|,$$

$$\varphi_\alpha(\vartheta) \neq \varphi_\alpha(-\vartheta), \quad \alpha = p, s, \tag{2}$$

$$W_\alpha(\vartheta) = W_\alpha(\pi - \vartheta), \quad |R_\alpha(\vartheta)| = |R_\alpha(\pi - \vartheta)|,$$

$$\varphi_\alpha(\vartheta) = \varphi_\alpha(\pi - \vartheta), \quad \varphi_\alpha(\vartheta, \mathbf{B}_0) \neq \varphi_\alpha(\vartheta, -\mathbf{B}_0).$$

Таким образом, согласно (1), (2), для асимметричной одномерной слоистой структуры с участием гиротропных слоев в геометрии Фогта должно иметь место существенное изменение характера прохождения электромагнитных волн, падающих извне на поверхность подобных композитных сред, поскольку для них имеет место одновременное нарушение как зеркальной симметрии, так и пространственно-временной инверсии. В [11, 12] на основе численных расчетов было показано, что в случае, когда входящий в состав элементарной ячейки оптически прозрачного одномерного (1D) МФК касательно намагниченный гиротропный слой имеет двухсторонний контакт с оптически изотропными, но электромагнитно неэквивалентными диэлектрическими слоями, то в геометрии Фогта для такого слоя

$$|W_\alpha(\vartheta)| \neq |W_\alpha(-\vartheta)|, \quad \alpha = p, s. \tag{3}$$

При этом в геометрии Фогта для 1D МФК с элементарным периодом L для плоскости падения с нормалью вдоль $\mathbf{a}$ структура трансфер-матрицы для волны ТМ- или ТЕ-типа определяется соотношением $\mathbf{b} = [\mathbf{qa}]$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Ha} \\ \mathbf{Eb} \end{pmatrix}_{\zeta=L} = \begin{pmatrix} T_{11}^p & T_{12}^p \\ T_{21}^p & T_{22}^p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Ha} \\ \mathbf{Eb} \end{pmatrix}_{\zeta=0},$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Ea} \\ \mathbf{Hb} \end{pmatrix}_{\zeta=L} = \begin{pmatrix} T_{11}^s & T_{12}^s \\ T_{21}^s & T_{22}^s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Ea} \\ \mathbf{Hb} \end{pmatrix}_{\zeta=0}. \tag{4}$$

В этом случае, как известно, для неограниченного 1D ФК спектр нормальных поляритонов с $\alpha = p$ или $\alpha = s$ имеет с учетом (4) следующую структуру

$$\cos K_\alpha L = \frac{1}{2} Sp\bar{\bar{T}}_\alpha; \quad \alpha = p, s. \tag{5}$$

K_α – квазиблоховский вектор для электромагнитной волны с поляризацией $\alpha = p, s$ в рассматриваемом 1D МФК. Вместе с тем, в [11, 12] рассматривался только случай, когда нарушение пространственно-временной инверсии для элементарной ячейки приводило в модели неограниченного 1D МФК к формированию асимметрии спектра нормальных электромагнитных волн ТМ- или ТЕ-типа относительно инверсии направления волнового вектора ортогонально оси такой магнитной сверхрешетки. И с этой целью выполненный анализ в [11, 12] ограничивался только 1D МФК с трехслойной структурой элементарной ячейки (касательно намагниченный магнитный слой толщиной d в окружении двух оптически изотропных, но электромагнитно неэквивалентных между собой диэлектрических слоев с толщинами d_1 и d_2, соответственно, при которых $K_\alpha(\vartheta) \neq K_\alpha(-\vartheta)$), что и было непосредственной причиной выполнения соотношения (3). Как следствие, в [11, 12] для малых величин продольного волнового числа h ($h \equiv k_0 \sin\vartheta$) и волны ТМ-типа в (5)

$$K_p \approx K_{op} + Q_p h,$$

$$Q_p \sim |\mathbf{B}_0\mathbf{a}| \mathrm{sign}\{\mathbf{B}_0\mathbf{a}\} \left(\frac{Z_{1p}}{Z_{2p}} - \frac{Z_{2p}}{Z_{1p}}\right)(\varepsilon_1 - \varepsilon_2), \tag{6}$$

где Z_{1p}, Z_{2p} – поверхностный волновой импеданс волны ТМ-типа в изотропных диэлектрических средах, окружающих гиротропный слой в элементарной ячейке МФК, $\varepsilon_{1,2}$ – соответствующие диэлектрические проницаемости, $\mathbf{B}_0 \| \mathbf{a}$. Таким образом, из (6) следует, что если диэлектрические слои, окружающие касательно намагниченный гиротропный слой, в элементарной ячейке 1D МФК будут идентичны по своим электромагнитным свойствам, то независимо от относительной величины d_1 и d_2 в геометрии Фогта без учета конечности реальных структур, поляритонный спектр подобного неограниченного 1D МФК становится взаимным относительно инверсии направления волнового вектора в плоскости ортогональной оси сверхрешетки. В то же время волновые свойства слоя конечного 1D МФК, состоящего из N элементарных периодов, являются результатом гибридизации волновых свойств, составляющих его ячеек, и с учетом (4) соответствующая матрица перехода имеет следующую структуру [13]:

$$\begin{pmatrix} T_{11}^{\alpha} & T_{12}^{\alpha} \\ T_{21}^{\alpha} & T_{22}^{\alpha} \end{pmatrix}^{[N]} =$$

$$= \begin{pmatrix} T_{11}^{\alpha}U_{N-1} - U_{N-2} & T_{12}^{\alpha}U_{N-1} \\ T_{21}^{\alpha}U_{N-1} & T_{22}^{\alpha}U_{N-1} - U_{N-2} \end{pmatrix};$$

$$\alpha = p, s, \tag{7}$$

$$U_{N-1}(\varphi_\alpha) \equiv \frac{\sin N\varphi_\alpha}{\sin\varphi_\alpha}; \quad \varphi_\alpha \equiv \arccos\left[\frac{T_{11}^{\alpha} + T_{22}^{\alpha}}{2}\right];$$

$$N = 1, 2, \ldots$$

При этом для идентичных диэлектрических слоев, окружающих касательно намагниченный гиротропный слой, при $d_1 = d_2$ элементарная ячейка (4) является структурно-симметричной, а при $d_1 \neq \neq d_2$ (в частности, и при $d_1 d_2 = 0$) – структурно-асимметричной. Таким образом, с учетом (1), (2) они, уже в геометрии Фогта, должны обладать разными отражательными характеристиками (а вследствие (7) и слой 1D МФК с аналогичной элементарной ячейкой), что никак не отражено в подходе, развиваемом в [11, 12].

Кроме того, рассмотренные в [11, 12] невзаимные оптические эффекты были найдены при следующих ограничениях, существенных для целей нашей работы: 1) предполагалось, что падающая извне на слой 1D МФК волна ТМ- или ТЕ-типа является плоской, и рассматривался только случай наклонного падения, 2) аналитически не исследовалось влияние граничных слоев на отражательные характеристики конечного 1D МФК, 3) все указанные в [11, 12] эффекты невзаимности характерны только для условий наклонного падения волны ТМ- или ТЕ-типа и отсутствуют в условиях нормального падения. В работах [14–17] было показано, что отказ от приближения плоской волны ТМ- или ТЕ-типа, наклонно падающей извне под углом $\vartheta = \vartheta_0$ на поверхность оптически изотропного слоя, помещенного в вакуум, приводит к значительной трансформации поля как прошедшей, так и отраженной от слоя квазиплоской волны соответствующей поляризации. Наиболее существенными характеристиками такой трансформации являются пространственный $\Delta_\alpha(\vartheta)$ и угловой $s_\alpha(\vartheta)$ эффект Гуса–Хенхен для прошедшей $s_{t\alpha}(\vartheta)$, $\Delta_{t\alpha}(\vartheta)$ и отраженной $\Delta_{r\alpha}(\vartheta)$, $s_{r\alpha}(\vartheta)$ квазиплоской монохроматической волны. Здесь $\Delta_\alpha(\vartheta)$ – величина продольного смещения вдоль линии пересечения сагиттальной плоскости и границы раздела сред квазиплоской волны с поляризацией $\alpha = p, s$, отраженной ($\Delta_{r\alpha}(\vartheta \neq 0)$) или прошедшей ($\Delta_{t\alpha}(\vartheta \neq 0)$) через слоистую структуру в условиях нарушенного полного внутреннего отражения. Соответственно, $s_{t\alpha}(\vartheta)$, $s_{r\alpha}(\vartheta)$ характеризуют угловой эффект Гуса–Хенхен: лежащее в плоскости падения отклонение оси прошедшего или отраженного остронаправленного волнового пучка от направления, отвечающего оси соответственно прошедшей или отраженной плоской волны с той же поляризацией для этой же магнитооптической конфигурации. Для отраженной $(\Delta_{r\alpha}(\vartheta), s_{r\alpha}(\vartheta))$ и прошедшей $(s_{t\alpha}(\vartheta), \Delta_{t\alpha}(\vartheta))$ через слоистую структуру квазиплоских волн

$$-i\Delta_{r\alpha} + s_{r\alpha} = \left.\left(\frac{\partial \ln R_\alpha}{\cos\vartheta\partial\vartheta}\right)\right|_{\vartheta=\vartheta_0},$$

$$-i\Delta_{t\alpha} + s_{t\alpha} = \left.\left(\frac{\partial \ln W_\alpha}{\cos\vartheta\partial\vartheta}\right)\right|_{\vartheta=\vartheta_0}, \quad \alpha = p, s. \tag{8}$$

Указанные характеристики поля как отраженной, так и прошедшей волны, также являются чувствительными к нарушению пространственно-временной симметрии слоистых структур. В частности, в работах [14–18] было показано, что при отражении от симметричной слоистой, не гиротропной структуры не только $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 \neq 0) = \Delta_{r\alpha}(-\vartheta_0)$ или $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 \neq 0) = \Delta_{t\alpha}(\vartheta_0)$, но и $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 \neq 0) = \Delta_{r\alpha}(\pi - \vartheta_0)$. Что же касается асимметричной слоистой структуры из оптически прозрачных изотропных диэлектрических не гиротропных слоев, то для нее, как показано в [19], при наклонном падении из вакуума квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 \neq 0) \neq \Delta_{r\alpha}(\pi - \vartheta_0)$. Если же оптически изотропный диэлектрический слой разделяет два оптически изотропных, но неидентичных по своим электромагнитным свойствам полупространства, то, согласно [14–17], $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 \neq 0)\Delta_{t\alpha}(\vartheta_0) < 0$. Для изолированного касательно намагниченного слоя в вакууме (эффекты нарушения временной инверсии) в [20] показано, что для него в геометрии Фогта одновременно справедливы следующие соотношения: $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 \neq \neq 0) \neq \Delta_{r\alpha}(-\vartheta)$, $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 \neq 0) \neq \Delta_{t\alpha}(\vartheta_0)$. Однако проведенные исследования показали, что при отражении от симметричной слоистой структуры независимо от того, является ли ее центральный слой негиротропным или же он касательно намагничен по отношению к плоскости падения квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа, при $\vartheta_0 \neq 0$ одновременно отличны от нуля как $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0)$, $\Delta_{t\alpha}(\vartheta_0)$, так и $s_{r\alpha}(\vartheta_0)$, $s_{t\alpha}(\vartheta_0)$. Из результатов, полученных в [11, 12], следует, что эффекты невзаимности в условиях нарушения временной инверсии могут быть пропорциональны первой степени отклонения угла падения волны от нормали $\mathbf{q}$ (6). С учетом (8) это означает возможность регистрации эффектов нарушения временной и пространственной инверсии в асимметричной слоистой структуре на основе анализа пространственного и углового эффектов Гуса–Хенхен (8) при $\vartheta_0 = 0$. Что касается условий формирования пространственного и углового эффектов Гуса–Хенхен при нормальном падении квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа, то в [21, 22] на примере касательно намагниченного антиферромагнитного слоя ($\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$) в вакууме было показано, что в геометрии Фогта одновременно выполнены соотношения

$$\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0) \neq 0, \quad P_\alpha(\vartheta_0 = 0) = 0,$$
$$P_\alpha(\vartheta) \equiv \{s_{t\alpha}(\vartheta), s_{r\alpha}(\vartheta), \Delta_{t\alpha}(\vartheta)\}, \quad \alpha = p, s. \tag{9}$$

При этом с учетом результатов [9, 10]

$$\begin{array}{c}\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, B_0) = -\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, -B_0), \\ \Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, B_0) = -\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = \pi, B_0),\end{array} \quad \alpha = p, s. \tag{10}$$

Позднее справедливость (9) была подтверждена в [23, 24] и для случая касательно намагниченной пластины ферромагнетика с $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$. Однако до сих пор анализ условий формирования углового и пространственного эффекта Гуса–Хенхен и сопутствующих им эффектов невзаимности при нормальном падении квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа на касательно намагниченный гиротропный слой в асимметричном окружении для геометрии Фогта не проводился [25–28].

В связи с этим, целью данной работы является изучение эффектов невзаимности сопутствующих угловому и пространственному эффектам Гуса–Хенхен, которые возникают в условиях нормального падения квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа на гиротропную слоистую структуру в геометрии Фогта как результат одновременного нарушения пространственно-временной инверсии и зеркального отражения.

Начнем со случая находящегося в вакууме касательно намагниченного гиротропного слоя толщиной d в окружении двух оптически изотропных диэлектрических (или металлических (модель Друде)) слоев толщиной d_+ и d_- из оптически изотропного диэлектрика с уравнениями связи вида

$$\begin{gathered}\widetilde{\mathbf{D}} = \widetilde{\mathbf{E}}, \quad \widetilde{\mathbf{B}} = \widetilde{\mathbf{H}}, \quad \zeta < 0, \quad \zeta > L, \\ \mathbf{D}_- = \varepsilon_-\mathbf{E}_-, \quad \mathbf{B}_- = \mathbf{H}_-, \quad 0 < \zeta < d, \\ \mathbf{D}_+ = \varepsilon_+\mathbf{E}_+, \quad \mathbf{B}_+ = \mathbf{H}_+, \quad d_- + d < \zeta < L,\end{gathered} \tag{11}$$

здесь $\mathbf{B}$ и $\mathbf{D}$ – вектора магнитной и электрической индукции соответственно $\mathbf{H}$ и $\mathbf{E}$ – вектора магнитного и электрического поля, ζ – текущая координата вдоль нормали к границе раздела слоев $\mathbf{q}$, $L = d_- + d + d_+$. Что же касается гиротропной среды, занимающей слой толщиной $d(d_- < \zeta < d_- + d)$, то, считая, что $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}\|OX$ плоскостью падения является YZ, рассмотрим случай, когда материальные соотношения отвечают бигиротропной среде и допускают для выбранной магнитооптической конфигурации независимое распространение плоских электромагнитных волн ТМ- и ТЕ-типа [29]

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mu_{xx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy}(\omega) & -i\mu_*(\omega) \\ 0 & i\mu_*(\omega) & \mu_{zz}(\omega) \end{pmatrix} \cdot \mathbf{H},$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & -i\varepsilon_* \\ 0 & i\varepsilon_* & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{E}. \tag{12}$$

$$\left.\begin{gathered}\mu_{xx} = 1 + 4\pi T_x \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \ \mu_{yy} = 1 + 4\pi T_y \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \\ \mu_{zz} = 1 + 4\pi T_z \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \ \mu_* = 4\pi\sqrt{T_z T_y}\,\frac{\omega_F \omega}{\Delta_F}, \\ \Delta_F = \omega_F^2 - \omega^2, \ \Delta_{AF} = \omega_{AF}^2 - \omega^2\end{gathered}\right\},$$

где ω_F и ω_{AF} – частота квазиферромагнитных и квазиантиферромагнитных колебаний спиновой подсистемы обменно коллинеарного антиферромагнетика.

Пусть вектор $\mathbf{b}$ направлен вдоль линии пересечения плоскости границы раздела ($\zeta = 0$) и сагиттальной плоскости ($\mathbf{a} = [\mathbf{bq}]$), а на всех границах раздела выполнены традиционные максвелловские граничные условия. Если ограничиться анализом только таких магнитооптических конфигураций, которые допускают независимое распространение в определяемой (10), (11) слоистой структуре поляритонов ТМ- ($\alpha = p$) и ТЕ-типа ($\alpha = s$), то, с учетом (4), выражение для T_{ik}^α – матрицы перехода, связывающей касательные к границе раздела сред компоненты векторов $\mathbf{H}$ и $\mathbf{E}$ на внешних границах слоистой гиротропной структуры (11), (12) (т.е. при $\zeta = 0$ и $\zeta = L$) может быть представлено как

$$\bar{\bar{T}}_\alpha(L) = \bar{\bar{D}}_+^\alpha \bar{\bar{A}}_\alpha \bar{\bar{D}}_-^\alpha, \ \alpha = p, s \tag{13}$$

$$\bar{\bar{A}}_\alpha(d) =$$
$$\begin{pmatrix} \mathrm{ch}(\eta_\alpha d) + \frac{Z_{\alpha+} + Z_{\alpha-}}{Z_{\alpha+} - Z_{\alpha-}}\mathrm{sh}(\eta_\alpha d) & -\frac{2}{Z_{\alpha+} - Z_{\alpha-}}\mathrm{sh}(\eta_\alpha d) \\ \frac{2Z_{\alpha+}Z_{\alpha-}}{Z_{\alpha+} - Z_{\alpha-}}\mathrm{sh}(\eta_\alpha d) & \mathrm{ch}(\eta_\alpha d) - \frac{Z_{\alpha+} + Z_{\alpha-}}{Z_{\alpha+} - Z_{\alpha-}}\mathrm{sh}(\eta_\alpha d) \end{pmatrix},$$

$$Z_{s\pm} = \frac{\mu_{yy}}{k_0\Delta\mu}\left(\mp\eta_s - \frac{\mu_*}{\mu_{yy}}h\right);$$

$$Z_{p\pm} = \frac{\varepsilon_{yy}}{k_0\Delta\varepsilon}\left(\mp\eta_p - \frac{\varepsilon_*}{\varepsilon_{yy}}h\right);$$

$$\eta_s \equiv \sqrt{\frac{\mu_{zz}}{\mu_{yy}}h^2 - k_0^2\frac{\varepsilon_{xx}\Delta\mu}{\mu_{yy}}};\ \eta_p \equiv \sqrt{\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{yy}}h^2 - k_0^2\frac{\mu_{xx}\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{yy}}};$$

$$\bar{\bar{D}}_\pm^\alpha = \begin{pmatrix} \mathrm{ch}(\eta_{\alpha\pm}d_\pm) & -\dfrac{1}{Z_{\alpha\pm}}\mathrm{sh}(\eta_{\alpha\pm}d_\pm) \\ -Z_{\alpha\pm}\mathrm{sh}(\eta_{\alpha\pm}d_\pm) & \mathrm{ch}(\eta_{\alpha\pm}d_\pm) \end{pmatrix},$$

$$\eta_{\pm p} = \eta_{\pm s} = \sqrt{h^2 - \varepsilon_\pm k_0^2},$$

$$Z_{s\pm} = \frac{\eta_{s\pm}}{k_0},\ Z_{p\pm} = \frac{\eta_{p\pm}}{\varepsilon_\pm k_0},$$

$$\Delta\mu \equiv \mu_{yy}\mu_{zz} - \mu_*^2,\ \Delta\varepsilon \equiv \varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} - \varepsilon_*^2.$$

$Z_{\alpha+}$ и $Z_{\alpha-}$ – поверхностные импедансы (адмиттансы) нормальной поляритонной волны поляризации $\alpha = p$ и $\alpha = s$, соответственно, на верхней (“+”) и нижней (“−”) границе гиротропного слоя, $\eta_{\alpha\nu}$ – обратная глубина проникновения волны в диэлектрик ν ($\nu = \pm$), $Z_{\alpha\nu}$ – поверхностный волновой импеданс (при $\alpha = p$) или поверхностный волновой адмиттанс (при $\alpha = s$) немагнитной диэлектрической среды ν.

В дальнейшем будем считать, что $\mathbf{q}\|OZ$, $\mathbf{a}\|OX$. Используя максвелловские граничные условия на границах раздела “слоистая структура (12), (13) – вакуум”, для падающей из вакуума плоской электромагнитной волны ТМ- или ТЕ-типа френелевские коэффициенты отражения $R_p(R_s)$ и прохождения $W_p(W_s)$ можно представить в виде [14, 30]

$$R_\alpha = \frac{(T_{11}^\alpha - T_{22}^\alpha)Z - i(T_{21}^\alpha + T_{12}^\alpha Z^2)}{(T_{11}^\alpha + T_{22}^\alpha)Z + i(T_{21}^\alpha - T_{12}^\alpha Z^2)};$$

$$W_\alpha = \frac{2Z_\alpha}{(T_{11}^\alpha + T_{22}^\alpha)Z + i(T_{21}^\alpha - T_{12}^\alpha Z_\alpha^2)};\ \alpha = p, s, \quad (14)$$

где $Z \equiv \sqrt{k_0^2 - h^2}$. Здесь R_p – это отношение амплитуд магнитного поля в отраженной и падающей волнах ТМ-типа, R_s – отношение амплитуд электрического поля в отраженной и падающей волнах ТЕ-типа.

Для идентичных диэлектрических слоев толщиной d_+ и d_- и $\varepsilon_+ = \varepsilon_- = \bar\varepsilon$ в (14) $Z_{+\alpha} = Z_{-\alpha} = \bar Z_\alpha$, $\bar Z_s = \bar\eta/k_0$, $\bar Z_p = \bar\eta/(\bar\varepsilon k_0^2)$, $\bar\eta = \sqrt{h^2 - \bar\varepsilon k_0^2}$, а, значит, для $\alpha = p, s$

$$T_{11}^\alpha \mp T_{22}^\alpha = (A_{11}^\alpha \mp A_{22}^\alpha)\mathrm{ch}(\chi_+ \mp \chi_-) +$$

$$+ \left(\frac{A_{21}^\alpha}{\bar Z_\alpha} - \bar Z_\alpha^2 A_{12}^\alpha\right)\mathrm{sh}(\chi_+ \mp \chi_-),\ \chi_\pm \equiv \bar\eta d_\pm,$$

$$T_{12} = \frac{A_{11}^\alpha + A_{22}^\alpha}{2\bar Z_\alpha}\mathrm{sh}(\chi_+ + \chi_-) + \frac{A_{11}^\alpha - A_{22}^\alpha}{2\bar Z_\alpha}\mathrm{sh}(\chi_+ - \chi_-) +$$

$$+ A_{12}^\alpha\mathrm{ch}\chi_+\mathrm{ch}\chi_- + \frac{A_{21}^\alpha}{\bar Z_\alpha^2}\mathrm{sh}\chi_+\mathrm{sh}\chi_-; \quad (15)$$

$$T_{21} = \frac{A_{11}^\alpha + A_{22}^\alpha}{2}\bar Z_\alpha\mathrm{sh}(\chi_+ + \chi_-) + \frac{A_{11}^\alpha - A_{22}^\alpha}{2} \times$$

$$\times \bar Z_\alpha\mathrm{sh}(\chi_+ - \chi_-) + A_{21}^\alpha\mathrm{ch}\chi_+\mathrm{ch}\chi_- + A_{12}^\alpha\bar Z_\alpha^2\mathrm{sh}\chi_+\mathrm{sh}\chi_-.$$

Совместный анализ (8) и (10)–(15) показал, что при $d_+ \neq d_-$ в условиях нормального падения $P_\alpha(\vartheta_0 = 0) \neq 0$, причем

$$P_s(\vartheta_0 = 0) \sim \frac{\mu_*}{\Delta\mu}\mathrm{sh}(\eta_s d)\mathrm{sh}(\chi_+ - \chi_-),$$

$$P_p(\vartheta_0 = 0) \sim \frac{\varepsilon_*}{\Delta\varepsilon}\mathrm{sh}(\eta_p d)\mathrm{sh}(\chi_+ - \chi_-), \quad (16)$$

а значит,

$$P_\alpha(\vartheta_0 = 0, B_0) = -P_\alpha(\vartheta_0 = 0, -B_0),$$

$$\alpha = p, s, \quad (17)$$

$$P_\alpha(\vartheta_0 = 0, d_+ > d_-) = -P_\alpha(\vartheta_0 = 0, d_+ < d_-),$$

тогда как $d_+ = d_-$ отвечает $P_\alpha(\vartheta_0 = 0) = 0$.

Одновременно в случае пространственного эффекта Гуса–Хенхен на отражении $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0) \neq \neq 0$ при $\vartheta_0 = 0$ и $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$ для асимметричной слоистой структуры с нарушенной пространственно-временной инверсией и $d_+ \neq d_-$

$$\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, B_0) = -\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, -B_0),$$

$$\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, B_0) \neq \Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = \pi, B_0),\ \alpha = p, s, \quad (18)$$

$$\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, d_+ > d_-) \neq \Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, d_+ < d_-).$$

Для $d_+ = d_-$ последнее неравенство в (18) становится равенством, а остальные соотношения в (18) совпадают с (10). Вместе с тем, в случае нормального падения квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа асимметричность покрытия гиротропного слоя с $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$ не является единственно возможным вариантом реализации не только углового эффекта Гуса–Хенхен при отражении или прохождении, и пространственного эффекта Гуса–Хенхен при прохождении, но и сопутствующих им невзаимных эффектов (17), (18). При таком выборе плоскости падения альтернативой может быть находящийся в вакууме изолированный касательно намагниченный гиротропный слой, у которого ориентация $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$ неоднородна по толщине слоя, но отвечает геометрии Фогта. Пусть внутри изолированного гиротропного слоя толщиной d среды (12), (13), направление вектора равновесной магнитной индукции $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$ скачком меняется на противоположное на некоторой плоскости с нормалью вдоль $\mathbf{q}$ (см. также [31]). Для геометрии Фогта соответствующая трансфер-матрица, входящая в (14), с учетом (12), (13), в зависимости от того, какой из слоев является верхним, может быть представлена одним из двух нижеследующих вариантов

$$\bar{\bar{T}}_\alpha = \bar{\bar{A}}_\alpha\bar{\bar{B}}_\alpha,\ \bar{\bar{T}}_\alpha = \bar{\bar{B}}_\alpha\bar{\bar{A}}_\alpha,\ d = d_A + d_B,$$

$$\bar{\bar{A}}_\alpha \equiv \begin{pmatrix} A_{11}^\alpha & A_{12}^\alpha \\ A_{21}^\alpha & A_{22}^\alpha \end{pmatrix}_{d=d_A}, \ \bar{\bar{B}}_\alpha \equiv \begin{pmatrix} A_{22}^\alpha & A_{12}^\alpha \\ A_{21}^\alpha & A_{11}^\alpha \end{pmatrix}_{d=d_B},$$

$$\alpha = p, s. \tag{19}$$

Как показывает расчет, и в том, и в другом случае, одновременно $P_\alpha(\vartheta_0 = 0) \neq 0$, $\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0) \neq 0$, причем при $d_A \neq d_B$

$$\begin{gathered} P_\alpha(\vartheta_0 = 0, B_0) = -P_\alpha(\vartheta_0 = 0, -B_0), \\ \Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, B_0) = -\Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, -B_0), \\ \Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, B_0) \neq \Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = \pi, B_0), \\ \Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, d_A > d_B) \neq \Delta_{r\alpha}(\vartheta_0 = 0, d_A < d_B), \\ \alpha = p, s, \end{gathered} \tag{20}$$

что отвечает эффектам невзаимности для касательно намагниченного, гиротропного слоя с $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$ в асимметричном окружении из неэквивалентных между собой, негиротропных слоев (17), (18). Для $d_A = d_B$ третье и четвертое неравенства в (20) становятся равенствами, а в пределе $d_A/d_B \to 0$ или $d_B/d_A \to 0$ соотношения (20) переходят в (9), (10).

Необходимо отметить, что для сохранения относительной ориентации равновесных направлений намагниченности в рассматриваемой структуре (19), в случае (20), считается, что замена $B_0 \to -B_0$ должна одновременно выполняться в обоих контактирующих касательно намагниченных слоях, составляющих структуру. Если в (19) поменять местами слои, не изменяя при этом ориентации $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$ в каждом из слоев, то в (20) $P_\alpha(\vartheta_0 = 0) \to -P_\alpha(\vartheta_0 = 0)$.

Рассмотрим теперь с помощью (19) более сложное, скачкообразное распределение равновесной намагниченности в многослойной структуре из касательно намагниченных гиротропных слоев среды (12), полагая, что в (19) $d_A = d_B$. Ограничимся изучением геометрии Фогта для следующих двух возможных случаев матрицы перехода для находящейся в вакууме четырехслойной структуры толщиной $4d_A$ и $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$

$$\bar{\bar{T}}_\alpha = \bar{\bar{A}}_\alpha \bar{\bar{B}}_\alpha \bar{\bar{A}}_\alpha \bar{\bar{B}}_\alpha, \ \alpha = p, s, \tag{21}$$

$$\bar{\bar{T}}_\alpha = \bar{\bar{A}}_\alpha \bar{\bar{B}}_\alpha \bar{\bar{B}}_\alpha \bar{\bar{A}}_\alpha, \ \alpha = p, s. \tag{22}$$

Совместный анализ соотношений (8)–(21) позволяет сделать вывод, что эффекты невзаимности, определяемые (20), могут быть характерны и для изолированного гиротропного слоя с неоднородным, асимметричным распределением $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$ по толщине слоя для условий нормального падения квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа (это справедливо и для $d_A \neq d_B$). Одновременно из сопоставления соотношений (8)–(20) и (22) следует, что эффекты невзаимности (10) совместно с (9) отвечают нормальному падению квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа на поверхность изолированного гиротропного слоя с неоднородным, но симметричным распределением $\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$ по толщине слоя при $d_A = d_B$.

До сих мы рассматривали двух- и трехслойные сэндвичи с участием гиротропного магнитного слоя среды (12), (13), однако, вследствие (7), все вышеуказанные рефракционные магнитооптические эффекты (17), (18) при $d_+ \neq d_-$ и (20) при $d_A \neq d_B$ будут справедливы и для отражения (прохождения) квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа, нормально падающей на слой 1D МФК, элементарный период которого образует какая-либо из рассмотренных выше магнитных сэндвич-структур, т.е. (13) или (19). Для этого же конечного 1D МФК в такой же магнитооптической конфигурации оказываются справедливы соотношения (9), (10), если в (13) $d_+ = d_-$. Эффекты невзаимности (17), (18) при $d_+ \neq d_-$ и (20) при $d_A \neq d_B$ оказываются справедливы и в случае отражения (прохождения) квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа, нормально падающей на находящуюся в вакууме многослойную структуру, матрица перехода которой с помощью (12) или (19) можно, соответственно, представить как

$$\begin{gathered} \bar{\bar{T}}_\alpha = \left(\bar{\bar{D}}_+^\alpha \bar{\bar{D}}_-^\alpha\right)^{N_1} \bar{\bar{A}}_\alpha \left(\bar{\bar{D}}_+^\alpha \bar{\bar{D}}_-^\alpha\right)^{N_2}, \\ N_{1,2} = 0, 1, 2, \ldots \ \alpha = p, s, \\ \bar{\bar{T}}_\alpha = \left(\bar{\bar{D}}_+^\alpha \bar{\bar{D}}_-^\alpha\right)^{N_1} \bar{\bar{A}}_\alpha \bar{\bar{B}}_\alpha \left(\bar{\bar{D}}_+^\alpha \bar{\bar{D}}_-^\alpha\right)^{N_2}, \\ \bar{\bar{T}}_\alpha = \left(\bar{\bar{D}}_+^\alpha \bar{\bar{D}}_-^\alpha\right)^{N_1} \bar{\bar{B}}_\alpha \bar{\bar{A}}_\alpha \left(\bar{\bar{D}}_+^\alpha \bar{\bar{D}}_-^\alpha\right)^{N_2}, \end{gathered} \tag{23}$$

для произвольных значений N_1 и N_2. Для этих же структур и произвольных значений N_1 и N_2 оказываются справедливы эффекты невзаимности (9), (10), если в (13) $d_+ = d_-$ или в (19) $d_A d_B = 0$, $d_A + d_B \neq 0$. Примером может быть касательно намагниченный гиротропный дефектный слой ($\mathbf{B}_0\|\mathbf{a}$), окруженный слоями негиротропного двухкомпонентного 1D фотонного кристалла с элементарным периодом $d_+ + d_-$ (в этом случае в (13)–(18) необходимо выполнить замену $d_+ \to N_1(d_+ + d_-)$, $d_- \to N_2(d_+ + d_-)$). Следует подчеркнуть, что при наличии эффектов невзаимности отвечающих (17), (18) или (20) во всех отмеченных выше магнитооптических конфигурациях и типов асимметричных слоистых структур при $\vartheta_0 \neq 0$ одновременно

$$W_\alpha(\vartheta) \neq W_\alpha(-\vartheta), \ |R_\alpha(\vartheta)| \neq |R_\alpha(-\vartheta)|,$$

$$\varphi_\alpha(\vartheta) \neq \varphi_\alpha(-\vartheta),\ \varphi_\alpha(\vartheta) \neq \varphi_\alpha(\pi-\vartheta),\ \alpha = p, s,$$

$$W_\alpha(\vartheta, \mathbf{B}_0) \neq W_\alpha(\vartheta, -\mathbf{B}_0),\ |R_\alpha(\vartheta, \mathbf{B}_0)| \neq |R_\alpha(\vartheta, -\mathbf{B}_0)|,$$

$$\varphi_\alpha(\vartheta, \mathbf{B}_0) \neq \varphi_\alpha(\vartheta, -\mathbf{B}_0). \qquad (24)$$

В результате, с учетом выводов, сделанных в [4, 9, 10], для такой структуры в случае наклонного падения квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа ($\vartheta_0 \neq 0$) и $s_{t\alpha}(\vartheta)$, $\Delta_{t\alpha}(\vartheta)$ и $\Delta_{r\alpha}(\vartheta)$, $s_{r\alpha}(\vartheta)$ могут одновременно обладать невзаимностью при $B_0 \to -B_0$, $\vartheta_0 \to -\vartheta_0$, а $\Delta_{r\alpha}(\vartheta)$ еще и при $\vartheta_0 \to \pi - \vartheta_0$. Отметим также, что в геометрии Фогта в отличие от вариантов, рассмотренных в [11, 12, 31], поляритонный спектр волны ТМ- или ТЕ-типа неограниченного 1D МФК (5) с элементарной ячейкой типа (13) или (19) является взаимным относительно инверсии направления распространения электромагнитной волны ТМ- или ТЕ-типа вдоль границы раздела слоев ($h \to -h$): $K_\alpha(h) = K_\alpha(-h)$.

Таким образом, учитывая все вышесказанное, можно сделать вывод, что в слоистых структурах с одновременным отсутствием зеркальной симметрии и пространственно-временной инверсии в условиях нормального падения квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа в геометрии Фогта возможно возникновение отличного от нуля углового эффекта Гуса–Хенхен на отражении или прохождении (а также пространственного эффекта Гуса–Хенхен при прохождении). Эффекты обладают невзаимностью как относительно инверсии направления постоянной магнитной индукции, так и относительно перестановки местами негиротропных слоев окружающих гиротропный слой . Для изолированного гиротропного слоя в вакууме аналогичные эффекты возникают при несимметричном распределении равновесной намагниченности по толщине слоя. Все определяемые (17), (18), (20) эффекты безусловно будут иметь место также и в случае нормального падения квазиплоской волны ТМ- или ТЕ-типа на поверхность слоя 1D МФК, в элементарной ячейке которого сочетание гиротропных и негиротропных слоев таково, что в геометрии Фогта спектр нормальных поляритонных волн ТМ- или ТЕ-типа для неограниченной модели такого 1D МФК (5) является невзаимным относительно инверсии знака угла падения: $K_\alpha(h) \neq K_\alpha(-h)$ (как, например, в [11, 12, 31]).

Работа поддержана Российским научным фондом, проект # 14-22-00279.

1. M. I. Molina, *Defect Modes, Fano Resonances and Embedded States in Magnetic Metamaterials*, in: *Spontaneous Symmetry Breaking, Self-Trapping, and Josephson Oscillations. Progress in Optical Science and Photonics*, ed. by B. Malomed, Springer, Berlin, Heidelberg (2012), v. 1.
2. V. A. Fedotov, M. Rose, S. L. Prosvirnin, N.‘Papasimakis, and N. I. Zheludev, PRL **99**, 147401 (2007).
3. T. Ochiai, Sci. Techn. Adv. Mater. **16**, 014401 (2015).
4. G. S. Agarwal and S. Dutta Gupta, Opt. Lett. **27**, 1205 (2002).
5. R. J. Potton, Rep. Prog. Phys. **67**, 717 (2004).
6. A. Figotin and I. Vitebsky, PRE **63**, 066609 (2001).
7. *Magnetophotonics. From Theory to Applications*, ed. by M. Inoue, M. Levy, and A. V. Baryshev, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2013).
8. D. O. Ignatyeva, G. A. Knyazev, P. O. Kapralov, G. Dietler, S. K. Sekatskii, and V. I. Belotelov, Sci. Rep. **6**, 28077 (2016).
9. T. Dumelow and R. E.Camley, Phys. Rev. B: Condens. Matter Mater. **54**, 12232 (1996).
10. T. Dumelow, R. E. Camley, K. Abraha, and D. R. Tilley, PRB **58**, 897 (1998).
11. A. B. Khanikaev and M. J. Steel, Opt. Express **17**, 5265 (2009).
12. A. Leviyev, B. Stein, A. Christofi, T. Galfsky, H. Krishnamoorthy, I. L. Kuskovsky, V. Menon, and A. B. Khanikaev, APL Photonics **2**, 076103 (2017).
13. А. Ярив, П. Юх, *Оптические волны в кристаллах*, Мир, М. (1987).
14. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Изд-во АН СССР, М. (1957).
15. T. Tamir and H. L. Bertoni, J. Opt. Soc. Am. **61**, 1397 (1971).
16. C. W. Hsue and T. Tamir, J. Opt. Soc. Am. A **2**, 978 (1985).
17. T. Tamir, J. Opt. Soc. Am. A **3**, 558 (1986).
18. C.-F. Li, PRL **91**, 133903 (2003).
19. M. Kumari and S. Dutta Gupta, Opt. Commun. **285**, 617· (2011).
20. H. Huang, Y. Fan, F. Kong, B.-I. Wu, and J. A. Kong, Appl. Phys. A **94**, 917 (2009).
21. F. Lima, T. Dumelow, J. A. P. da Costa, and E. L. Albuquerque, Europhys. Lett. **83**, 17003 (2008).
22. F. Lima, T. Dumelow, E. L. Albuquerque, and J. A. P. da Costa, Phys. Rev. B **79**, 155124 (2009).
23. W. Yu, H. Sun, and L. Gao, Sci. Rep. **7**, 45866 (2017).
24. W. Yu, H. Sun, and L. Gao, Opt. Express **26**, 3956 (2018).
25. Y. P. Wong, Y. Miao, J. Skarda, and O. Solgaard, Opt. Lett. **43**, 2803 (2018).
26. V. B. Silva and T. Dumelow, PRB **97**, 235158 (2018).
27. I. V. Soboleva, M. N. Romodina, E. V. Lyubin, and A. A. Fedyanin, Appl. Sci. **8**, 127 (2018).
28. K. Y. Bliokh and A. Aiello, J. Opt. **15**, 014001 (2013).
29. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, М. (1967).
30. Х. Хаус, *Волны и поля в оптоэлектронике*, Наука, М. (1988).
31. Z. Yu, Z. Wang, and S. Fan, Appl. Phys. Lett. **90**, 121133 (2007).