Письма в ЖЭТФ, том 108, вып. 10, с. 726 – 735

Дифракция Брэгга в атомных системах в условиях квантового вырождения

В. М. Порозова[+], *В. А. Пивоваров*[+], *Л. В. Герасимов*[+*], *Д. В. Куприянов*[+1)]

[+]*Лаборатория квантовой оптики и квантовой информатики, Центр перспективных исследований СПбПУ, 195251 С.-Петербург, Россия*

[*]*Лаборатория квантовых информационных технологий, Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 12 октября 2018 г.

Представленый обзор посвящен проблеме рассеяния света на системах тождественных атомов в условиях их квантового вырождения. Формирование периодической пространственной структуры в результате интерференции материальных волн приводит к когерентному резонансному рассеянию, аналогичному дифракции Брэгга на регулярных пространственных неоднородностях. Интерференция макроскопических материальных волн, наблюдаемая в экспериментах с конденсатом Бозе–Эйнштейна, формирует в области оптической прозрачности образца диэлектрическую среду, обладающую свойствами фотонного кристалла. Обсуждаются как общие черты, так и различия в рассеянии света на атомных системах, рассматриваемых в условиях квантового вырождения, с рассеянием на одномерных атомных решетках, в которых положение атомов описывается классической статистикой.

DOI: 10.1134/S0370274X18220137

1. Введение. Изучение физических систем, в которых возможно контролируемое управление и обмен микроскопическим состояниями между светом и материальным носителем, крайне необходимо для развития квантовых информационных технологий. Важность решения проблемы квантового интерфейса уже давно осознана, что отражено в обзорах ведущих научных групп [1–5], но реальный прогресс в этой области не является столь впечатляющим. Перспективным объектом для экспериментальных разработок, поддерживаемых теоретическими оценками, являются атомные ансамбли, где имеются определенные достижения как в экспериментальном наблюдении, так и в теоретическом описании кооперативных и когерентных процессов [6]. Привлечение атомных систем к задачам квантовой информатики имеет хорошие перспективы для создания квантовых повторителей на этой основе [2, 3], и также для развития схем квантовой памяти, ориентированной на создание однофотонного источника света по требованию [4, 5] – необходимого элемента оптического квантового процессора. Успешное решение проблемы квантового интерфейса в случае взаимодействия оптического излучения с системами холодных атомов подразумевает, во-первых, преодоление фундаментальной трудности, обусловленной слабостью взаимодействия одиночных атомов с одиночным фотоном в квантовой электродинамике, а, во-вторых, снижение негативного влияния дифракционной расходимости импульса света, сфокусированного на масштабах атомной системы, что также уменьшает эффективность взаимодействия.

В последнее десятилетие открылись новые экспериментальные возможности, связанные с развитием методов оптического контроля квантовых состояний систем ультрахолодных атомов в условиях их квантового вырождения. В настоящее время подобные системы уже не является уникальным лабораторным объектом, и, например, в работе [7] описан эксперимент, в котором ансамбль атомов ^{87}Rb был охлажден до температуры порядка десятков пико-Кельвин. Успешно развиваются методы оптического мониторинга, направленные на изучение процессов создания и эволюции атомного ансамбля в состоянии конденсации Бозе–Эйнштейна (БЭК) [8, 9]. Взаимодействие атомов в состоянии БЭК с модами оптических резонаторов используется для управления пространственной конфигурацией атомных ансамблей [10, 11]. В ряде экспериментов проводится изучение переходов между различными типами квантового вырождения, обусловленных статистиками Ферми–Дирака и Бозе–Эйнштейна, в двумерных системах холодных атомов [12]. Развиваемые методы оптического управления состояниями атомов в

[1)]e-mail: kupr@dk11578.spb.edu

условиях квантового вырождения находят инновационные приложения в задачах метрологии и атомной интерферометрии [13–16].

Существенного усиления взаимодействия оптического излучения с атомами можно добиться за счет привлечения кооперативных эффектов, проявляющихся в коллективах системах атомных рассеивателей и приводящих, по существу, к эффективному усилению константы связи. В этой связи, яркой демонстрацией представляется наблюдавшаяся в ряде экспериментов возможность когерентного усиления рассеяния света на упорядоченных и периодических структурах, обусловленная механизмом дифракции Брэгга [17–25]. При этом важно, что подобный механизм сильного когерентного рассеяния проявляется в широком спектральном диапазоне и наблюдается для атомных систем, находящихся в различных физических состояниях.

В представленном обзоре мы показываем, что возможно специфическое рассеяние Брэгга на пространственных неоднородностях, порожденных интерференцией параметра порядка, в случае квантового вырождения и перехода атомного газа в состояние БЭК [17, 18]. В лабораторных условиях достаточно удобным представляется также приготовление периодических структур (атомных решеток) на основе массивов нейтральных атомов, формируемых оптическими ловушками в свободном пространстве [19–22] или вблизи наноразмерного диэлектрического волновода [23–25]. Объединяющим фактором, обуславливающим кооперативную природу во взаимодействии света с подобными физически различными состояниями вещества, и возможность когерентного усиления рассеяния в определенных направлениях, является модуляция плотности вещества. В представленном обзоре мы постарались отразить как общие черты, так и показать качественные различия между оптическими свойствами упорядоченных систем рассеивателей, находящихся в различных физических состояниях. В частности, отмечается, что интерференция материальных волн, наблюдаемая в экспериментах с БЭК, в области оптической прозрачности формирует уникальную диэлектрическую среду, обладающую свойствами фотонного кристалла, свойства которой не могут быть воспроизведены ансамблем нейтральных атомов с классическим пространственным распределением.

В описании процесса рассеяния мы будем следовать формализму микроскопической квантовой теории рассеяния в многочастичных системах, изложенной в работах авторов [6, 26–28]. Подобный подход позволяет корректным образом учесть внутреннее взаимодействия и межатомные пространственные корреляции, что представляется важным для последовательного описания кооперативной динамики процессов когерентного рассеяния и спонтанного распада в атомной подсистеме. В частности, удается построить замкнутое уравнение для поляритонного пропагатора, ответственного за распространение одночастичного оптического возбуждения в БЭК, которое описывает важные поправки по плотности вещества в квазиэнергетической структуре системы, обусловленные как квазистатическими, так и радиационными взаимодействиями [26, 28]. Кооперативные проявления в рассеянии света атомными системами, находящимися в состоянии БЭК и описываемыми в приближении идеального газа, рассматривались ранее в работах [29, 30].

Обзор структурирован следующим образом: в его первой части проведено описание методики расчета, а во второй части проведено сравнение результатов расчетов для рассеяния света системой атомов в состоянии квантового вырождения, и для цепочки атомов, расположенных вблизи наноразмерного диэлектрического волновода и интерпретируемых как массив классически распределенных точечных рассеивателей.

2. Микроскопическое описание рассеяния фотона атомным ансамблем. Ниже мы кратко представим основные принципы микроскопического подхода в описании рассеяния одиночного фотона многоатомным ансамблем.

2.1. Общий формализм задачи рассеяния. Последовательное квантовомеханическое описание процесса рассеяния одиночного фотона на системе атомов основано на формализме T-матрицы, определенной операторным соотношением

$$\hat{T}(E) = \hat{V} + \hat{V}\frac{1}{E - \hat{H}}\hat{V}, \tag{1}$$

где $\hat{H}$ – полный гамильтониан, представимый в виде разложения $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$, где $\hat{H}_0$ – невозмущенный гамильтониан атомной подсистемы и поля, а $\hat{V}$ – оператор взаимодействия. Обусловленное рассеянием преобразование начального состояния $|i\rangle$ в конечное состояние $|f\rangle$ характеризуется дифференциальным сечением, выраженным через амплитуду рассеяния, которая, в свою очередь, задана как соответствующий матричный элемент T-матрицы, рассматриваемой как функция начальной энергии:

$$d\sigma_{i\to f} = \frac{\mathcal{V}^2\omega'^2}{\hbar^2 c^4 (2\pi)^2}\left|T_{g'\mathbf{e}'\mathbf{k}';\,g\mathbf{e}\mathbf{k}}(E_i + i\,0)\right|^2 d\Omega. \tag{2}$$

Начальное состоянии системы $|i\rangle = |g; \mathbf{e}, \mathbf{k}\rangle$ включает состояние фотона, обладающего волновым вектором $\mathbf{k}$, частотой $\omega \equiv \omega_k = ck$ и вектором поляризации $\mathbf{e}$, и состояние атомной подсистемы $|g\rangle$. Структура этого состояния зависит от физических условий – атомы могут рассматриваться как классическим образом распределенные в пространстве объекты, а могут находится в состоянии квантового вырождения, требующего учета их физической неразличимости. В предельном случае полного вырождения, предполагая разреженную среду со слабыми внутренними межатомными взаимодействиями, состояние $|g\rangle = |\mathrm{BEC}\rangle^N$ формирует коллективное состояние N атомов, в виде БЭК, описание которого мы предполагаем в рамках теории Боголюбова [31]. В этом параграфе будем рассматривать, в качестве основного примера, именно такое состояние.

Конечное состояние $|f\rangle = |g'; \mathbf{e}', \mathbf{k}'\rangle$ задается аналогичным набором квантовых чисел, за исключением того, что атомная подсистема в общем случае описывается возмущенным состоянием конденсата $|g'\rangle$ для неупругих каналов, а телесный угол Ω связан с направлением волнового вектора рассеянного фотона $\mathbf{k}'$ с поляризацией $\mathbf{e}'$. Присутствие объема квантования $\mathcal{V}$ в выражении для сечения обусловлено структурой операторов взаимодействия, заданных в представлении вторичного квантования. Используя свойство унитарности матрицы рассеяния, в соответствии с оптической теоремой, полное сечение рассеяния может быть представлено лишь одним диагональным матричным элементом T-матрицы:

$$\sigma_{\mathrm{tot}} = -\frac{2\mathcal{V}}{\hbar c}\,\mathrm{Im}\,T_{ii}(E_i + i\,0). \tag{3}$$

Использование оптической теоремы удобно для вычисления полного сечения рассеяния в сложных системах.

Входящий в (1) оператор взаимодействия $\hat{V}$ определен в дипольном приближении и задан в представлении вторичного квантования

$$\hat{V} = -\sum_n \int d^3r \left[d^{\mu}_{nm}\hat{E}_{\mu}(\mathbf{r})\hat{\Psi}^{\dagger}_n(\mathbf{r})\hat{\Psi}_m(\mathbf{r}) + h.c.\right], \tag{4}$$

где d^{μ}_{nm} – матричный элемент μ-й компоненты вектора дипольного момента атома, индексы n и m определяют, соответственно, возбужденное и основное состояние атома. $\hat{E}_{\mu}(\mathbf{r})$ есть μ-ая компонента оператора электрического поля, и, сохраняя общность, мы придерживаемся ковариантной записи в индексации векторных и тензорных величин. Операторы $\hat{\Psi}_m(\mathbf{r})$ и $\hat{\Psi}^{\dagger}_n(\mathbf{r})$ являются операторами уничтожения и рождения атома в точке $\mathbf{r}$, соответственно, в основном m и возбужденном n внутренних состояниях. Использование дипольного приближения в атомных системах с плотностью более одного атома в объеме длины волны излучения имеет определенные сложности, см. [6, 32]. По сути наше рассмотрение ограничено моделью слабо неидеального газа, в котором тем не менее внутреннее взаимодействие остается существенным и может быть учтено и описано уравнением Гросса–Питаевского, подробнее см. комментарий в работе авторов [28].

Будем рассматривать БЭК, состоящим из двухуровневых атомов с основным состоянием $^1S_0$ и возбужденным состоянием $^1P_1$, так что квантовые числа $n = 0, \pm 1$ и $m = 0$ могут быть отождествлены с проекцией углового момента одиночного атома возбужденного и основного состояний соответственно. Для основного состояния системы, существующей в конденсатной фазе при нулевой температуре мы принимаем

$$\hat{\Psi}_0(\mathbf{r})|\mathrm{BEC}\rangle^N = \Xi(\mathbf{r})|\mathrm{BEC}\rangle^{N-1}, \tag{5}$$

где $\Xi(\mathbf{r})$ параметр порядка (так называемая “волновая функция”) конденсата, см. [33]. Мы рассматриваем БЭК как макроскопический объект, так что параметр порядка нечувствителен к любому незначительному изменению числа частиц в конденсате. Тогда амплитуда рассеяния определяется следующим интегральным разложением

$$T_{fi}(E) = \frac{2\pi\hbar(\omega'\omega)^{1/2}}{\mathcal{V}} \iint d^3r'\, d^3r \sum_{n',n} \times$$
$$\times\, (\mathbf{d}\cdot\mathbf{e}')^*_{n'0}(\mathbf{d}\cdot\mathbf{e})_{0n}\mathbf{e}^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}'+i\mathbf{k}\mathbf{r}}\;\Xi^*(\mathbf{r}')\,\Xi(\mathbf{r}) \times$$
$$\times \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\int_0^{\infty} dt\; \mathbf{e}^{\frac{i}{\hbar}(E-E_0^{N-1}+i0)t}\; i\,G_{n'n}(\mathbf{r}', t; \mathbf{r}, 0), \tag{6}$$

где E_0^{N-1} – энергия начального состояния конденсата, состоящего из $N-1$ частиц.

Ключевым элементом, определяющим амплитуду рассеяния, является функция Грина (пропагатор), описывающая распространение одиночного оптического возбуждения (поляритона) в конденсате

$$iG_{n'n}(\mathbf{r}', t'; \mathbf{r}, t) = \langle\mathrm{BEC}|T\Psi_{n'}(\mathbf{r}'; t')\Psi^{\dagger}_n(\mathbf{r}; t)|\mathrm{BEC}\rangle^{N-1} \tag{7}$$

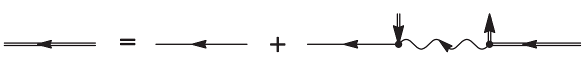
и представляющая собой упорядоченное во времени произведение Ψ-операторов в представлении Гейзенберга, усредненное по состоянию конденасата и по полевому вакууму

$$|\mathrm{BEC}\rangle^{N-1} \equiv |\mathrm{BEC}\rangle^{N-1}_{\mathrm{Atoms}}\;|0\rangle_{\mathrm{Field}}. \tag{8}$$

Возбуждение распространяется в конденсате, содержащем $N-1$ частиц, и Ψ-операторы “одеты” процессом взаимодействия. Предполагается, что оптическое взаимодействие является квазирезонансным, так что ω и ω' близки к частоте атомного перехода ω_0.

Выражение для амплитуды рассеяния (6) представлено нами для методически наиболее важного для обсуждения случая – описания атомов как вырожденного квантового газа, что отражено присутствием в этом разложении параметра порядка. В альтернативном пределе теплового ансамбля, с температурой существенно выше критической, атомы могут позиционироваться как рассеиватели, имеющие определенное пространственное положение, с последующим усреднением по тепловому распределению, см. [34, 35]. В этом случае в выражении для амплитуды рассеяния (6) параметр порядка и интегрирование по $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}'$ должно быть заменено суммами по атомам ансамбля, см. [6].

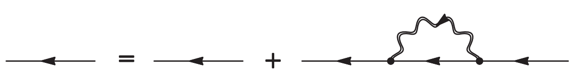
2.2. Диаграммное разложение функции Грина. Поляритонный пропагатор (7) может быть построен разложением Ψ-операторов в ряд теории возмущений и перегруппировкой слагаемых с помощью диаграммного метода Фейнмана, см. [28, 35]. В итоге приходим к следующему диаграммному уравнению Дайсона



(9)

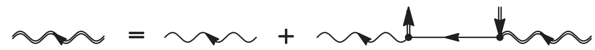
где искомый пропагатор изображен двойной направленной линией и предполагается его "одевание" всеми процессами взаимодействия. Входящие и выходящие в вершины диаграмм вертикальные стрелки соответственно обозначают параметр порядка и его комплексно сопряженное значение. Соответствующий блок формирует собственно-энергетическую часть уравнения, которая физически описывает последовательную когерентную конверсию возбуждения между полем и атомом, сопровождаемое восстановлением состояния конденсата. Данный когерентный процесс претерпевает распад вследствие возможности спонтанного рассеяния и перехода атома в результате приобретения определенного импульса отдачи в надконденсатное состояние.

Механизм спонтанного распада включен в (9) присутствием неполного поляритонного пропагатора, изображенного выделенной сплошной линией, и подчиняющегося уравнению Дайсона, отдельно учитывающего вклад спонтанных процессов



(10)

Данное уравнение должно рассматриваться совместно с уравнением для функции Грина, построенной непосредственно для упорядоченного во времени ваккумного среднего от произведения гейзенберговых операторов электрического поля



(11)

Эти два графических уравнения образуют замкнутую систему и должны быть решены совместно. Этим обстоятельством подчеркивается, что оптическое возбуждение, рожденное в конденсате может привести к спонтанному излучению и данный процесс, по сути, аналогичен процессу некогерентного рассеяния в неупорядоченном газе той же плотности. Действительно, уравнение (10) имеет структуру, полностью аналогичную распаду возбужденного атома, помещенного в неупорядоченную среду слабо неидеального газа. Диаграммное уравнение (11) формально определяет функцию Грина фотона в подобной диэлекрической среде [28, 33, 36] и диэлектрическую проницаемость конденсата.

2.3. Переход к одномерному описанию. Решение уравнений (9)–(11) в трехмерной геометрии представляет собой весьма непростую задачу, и мы переадресуем читателя к работе авторов [28], содержащей детальное описание схемы и трудностей расчета. Отметим, что фактический расчет удается провести лишь для одномерной системы, который, тем не менее, дает нам возможность обсуждения ряда интересных физических эффектов, обусловленных когерентным рассеянием на периодических структурах. Этот тип когерентного рассеяния мы будем связывать с механизмом дифракции Брэгга, и с модуляцией диэлектрической проницамости вещества, см. обсуждение ниже в разделе 3.3.

Переход к одномерной задаче рассеяния предполагает рассмотрение неограниченного в поперечном направлении слоя вещества. Переходим к представлению Фурье в подынтегральном выражении, рассматриваемом теперь как функция энергии и продольных координат z, z'. Вычисление интеграла (6) в поперечных плоскостях $dxdy$ и $dx'dy'$, с учетом δ-функции по этим координатом в поляритонном пропагаторе, приводит к множителю $\mathcal{L}_x\mathcal{L}_y$, частично сокращаемому с аналогичным множителем в нормализационном объеме $\mathcal{V} = \mathcal{L}_x\mathcal{L}_y\mathcal{L}_z$, и оставляет в одномерной задаче параметр нормализационной длины $\mathcal{L}_z = \mathcal{L}$.

В итоге матричный элемент T-матрицы упругого канала рассеяния, связанный с направлениями рассеяния вперед и назад, определяется следующим образом

$$T_{i'i}(E) = \frac{2\pi\omega}{\mathcal{L}} \iint dz'\, dz \sum_{n',n} (\mathbf{d}\cdot\mathbf{e})^*_{n'0} (\mathbf{d}\cdot\mathbf{e})_{0n} \times$$
$$\times\, \mathrm{e}^{-ik'z'+ikz}\, \Xi^*(z')\, \Xi(z)\, G_{n'n}(z', z; E - E_0^{N-1}), \quad (12)$$

где частота и поляризация рассеянного фотона предполагаются неизменными $\omega' = \omega$ и $\mathbf{e}' = \mathbf{e}$, и мы переопределили $f \equiv i'$, подчеркивая физическую эквивалентность начального и конечного состояния для этого типа рассеяния.

Вместо T-матрицы удобно перейти к S-матрице, связывающей начальное и конечное квантовые состояния системы, см. [37, 32],

$$S_{i'i} = \delta_{i'i} - i\,\frac{\mathcal{L}}{\hbar c}\, T_{i'i}(E_i + i0). \quad (13)$$

В одномерной модели процесс рассеяния описывается коэффициентами прохождения $\mathcal{T}(\omega)$, отражения $\mathcal{R}(\omega)$ и потерь $\mathcal{L}(\omega)$, непосредственно определяемых S-матрицей

$$\mathcal{T}(\omega) = |S_{i'i}|^2\Big|_{k'=k>0},$$
$$\mathcal{R}(\omega) = |S_{i'i}|^2\Big|_{k'=-k<0},$$
$$\mathcal{L}(\omega) = 1 - \mathcal{T}(\omega) - \mathcal{R}(\omega), \quad (14)$$

которые могут быть найдены как результат решения уравнений (9)–(11) в одномерной геометрии.

3. Дифракция Брэгга в одномерных структурах. В этом разделе мы приведем решения уравнений рассеяния для случая периодических пространственных структур, предполагая разные типы пространственной модуляции плотности среды, которая может быть обусловлена как модуляцией параметра порядка в условиях квантового вырождения, так и непосредственно связана с упорядоченным расположением атомов, рассматриваемых как классически распределенные в пространстве точечные рассеиватели. В последнем случае мы будем ориентироваться на наглядный пример рассеяния света, распространяющегося в моде одномерного диэлектрического волновода суб-волнового диаметра, расположенной вблизи его поверхности упорядоченной цепочкой атомов. Сильное брэгговское рассеяние в подобной системе наблюдалось в экспериментах [24, 25], а микроскопическая теория рассеяния изложена в работе [27]. Главным предметом нашего обсуждения будет сравнительный анализ процесса рассеяния для этих двух физических примеров с выяснением как общих черт, так и важных отличий, связанных с принципиальной различием классического и квантового описания пространственного состояния атомов.

3.1. Рассеяние света на БЭК. В ряде экспериментов наблюдался эффект фрагментации конденсата Бозе–Эйнштейна, сопровождаемый сильным когерентным рассеянием света на возникающих пространственных неоднородностях параметра порядка [17, 18]. В рамках одномерной модели будем рассматривать фрагментацию конденсата как результат интерференции двух распространяющихся навстречу друг другу объектов БЭК в системе их центра масс:

$$\Xi(z) = \sqrt{2n_0}\cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right)\cos\left(\Delta q\, z\right) =$$
$$= \sqrt{\frac{n_0}{2}}\cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right)\mathrm{e}^{i\Delta q z} + \sqrt{\frac{n_0}{2}}\cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right)\mathrm{e}^{-i\Delta q\, z} \equiv$$
$$\equiv \Xi_+(z) + \Xi_-(z), \quad (15)$$

где материальная волна описывается параметром порядка $\Xi(z)$, и интерференция формирующих ее двух фрагментов волн $\Xi_+(z)$ и $\Xi_-(z)$ приводит к возникновению сильных осцилляций плотности с пространственным шагом $\sim 1/\Delta q$ в области их перекрывания, характеризуемого макроскопическим масштабом L. Возникающая при этом конфигурация пространственной плотности $|\Xi(z)|^2$ проиллюстрирована на рис. 1. Подобный пространственный профиль плот-

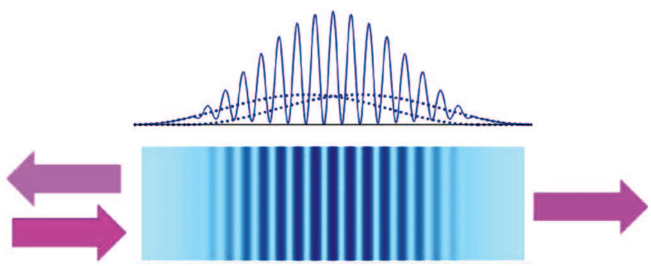


Рис. 1. (Цветной онлайн) Геометрия процесса рассеяния света на двух фрагментах БЭК, распространяющихся друг относительно друга и демострирующих эффект нелинейной интерференции материальных волн

ности, наблюдавшийся в эксперименте [38], представляется приближенным решением уравнения Гросса–Питаевского, являясь примером нелинейной интерференции, и предполагает движение фрагментов с достаточно высокой относительной скоростью.

В режиме интерференции материальных волн процесс рассеяния света оказывается чрезвычайно чувствительным к значению разности фаз комплексных функций $\Xi_+(z)$ и $\Xi_-(z)$, определяемому импульсом относительного движения фрагментов конденсата (в пересчете на один атом) $2\hbar\Delta q$. При этом скорость движения фрагментов определяет масштаб пространственных осцилляций БЭК, который может быть соизмерим с длиной волны рассеиваемого излучения λ. Как результат, макроскопический образец БЭК, параметр порядка которого приобретает модуляцию с шагом, сопоставимым с оптической длиной волны $2\pi/\Delta q \sim \lambda \ll L$, может рассматриваться как пространственная решетка, плотность которой имеет пространственную модуляцию $\pi/\Delta q \sim \lambda/2$. В рассеянии света на таком образце будет наблюдаться эффект сильного рассеяния (в одномерной модели, отражения) света по механизму дифракции Брэгга–Вульфа. Эффект сильного отражения света от образующейся дифракционной решетки образца проиллюстрирован на рис. 2.

Представленные на рис. 2 спектральные зависимости коэффициентов прохождения $\mathcal{T}$ и отражения $\mathcal{R}$ одиночного фотона рассматриваются как функции отстройки его частоты $\Delta = \omega - \omega_0$ от резонансной частоты атомного перехода $\omega_0 = ck_0 = 2\pi c/\lambda_0$, обезразмеренной скоростью спонтанного распада атома γ.[2)] Спектральные зависимости приведены для различных продольных размеров – $L = 10\lambda_0$, $30\lambda_0$, $50\lambda_0$ – когда скорость движения каждого из фрагментов конденсата характеризуется импульсом (в пересчете на один атом) $\hbar\Delta q = \hbar k_0 = 2\pi\hbar/\lambda_0$. В этих условиях расстояние между соседними максимумами в модуляции плотности $|\Xi(z)|^2$ равно половине длины волны $\lambda_0/2$, что является оптимальным для когерентного усиления отраженного света.

Спектральный профиль коэффициента отражения, показанный в нижней части рис. 2, обнаруживает весьма нетривиальное поведение в различных спектральных областях. Можно выделить две основные части спектра: область резонансного отражения, где все рассматриваемые образцы отражают свет примерно одинаково, и асимптотическую область вдали от атомного резонанса, где проявляется сильно осциллирующая зависимость отраженного света от отстройки и масштаб осцилляций усиливается, а спектральная область отражения расширяется при удлинении образца. Весьма необычным для спектральной зависимости коэффициента отражения является то, что интенсивность рассеяния усиливается вдали от резонанса, где казалось бы взаимодействие света с веществом должно естественным образом ослабевать.

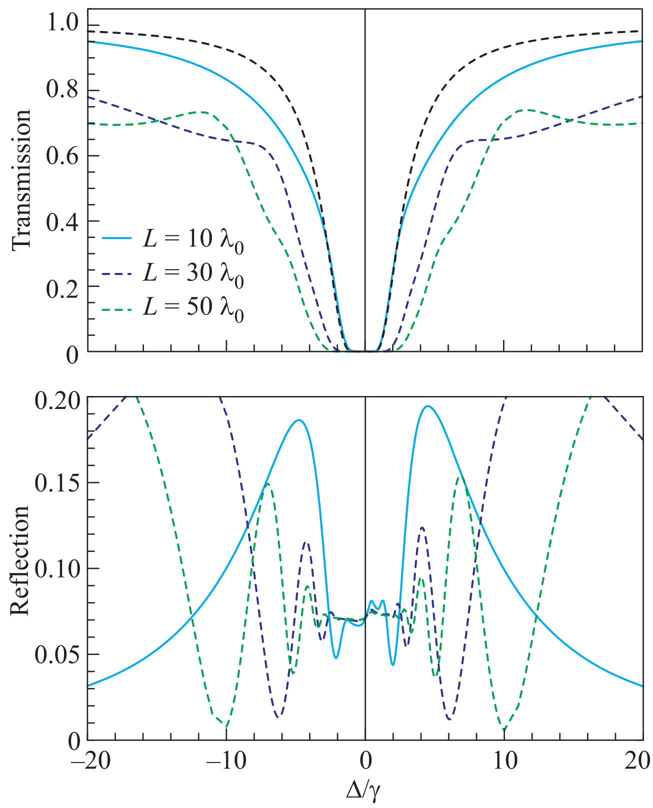


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость коэффициентов прохождения (верхняя часть рисунка) и отражения (нижняя часть) от отстройки пробного излучения $\Delta = \omega - \omega_0$ для неоднородного распределения плотности атомов в БЭК, заданного параметром порядка (15) с $\Delta q = k_0 = \omega_0/c$, где ω_0 — резонансная частота атомного перехода, для геометрии, показанной на рис. 1. Пунктиром изображена реперная зависимость для коэффициента прохождения света через оптически плотный слой невырожденного газа той же плотности, что и рассматриваемый конденсат. (Репринт статьи [28], приведено с разрешения APS)

3.2. Рассеяние света цепочкой атомов. В качестве альтернативного примера, с которым проведем сравнение, рассмотрим систему, изображенную на рис. 3, предполагающую одномерное рассеяние света атомами, присутствующими как точечные рассеиватели, положение которых описывается классическим распределением. Свет распространяется вдоль диэлектрического волновода, диаметр которого $2a$ сопоставим с длиной волны излучения и внешнее поле рассеивается цепочкой атомов, расположенных вдоль вол-

[2)] Строго говоря, как показано в [28], вследствие внутреннего взаимодействия частота перехода должна быть уменьшена на величину химического потенциала конденсата μ_0 – $\tilde{\omega}_0 = \omega_0 - \mu_0/\hbar$ – и спектр рассеяния должен быть смещен в красное крыло. С учетом малости химического потенциала $\mu_0 \ll \hbar\gamma$ в рассматриваемых приближениях соответствующая коррекция не представляется существенной.

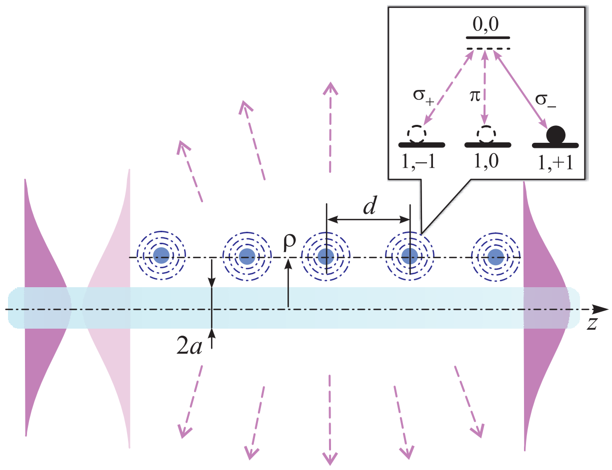


Рис. 3. (Цветной онлайн) Геометрия рассеяния света распространяющегося вдоль диэлектрического волновода суб-волнового диаметра цепочкой атомов расположенных с периодом $d \sim \lambda^{\mathrm{wg}}/2$. Атомы расположены на расстоянии $\rho{-}a$ от поверхности волновода и обладают спиновой ориентацией в направлении распространения света. Выделенный оптический переход σ_- в энергетической структуре атома преимущественно взаимодействует с фундаментальной модой волновода HE_{11} в левой поляризации. (Репринт статьи [27], приведено с разрешения APS.)

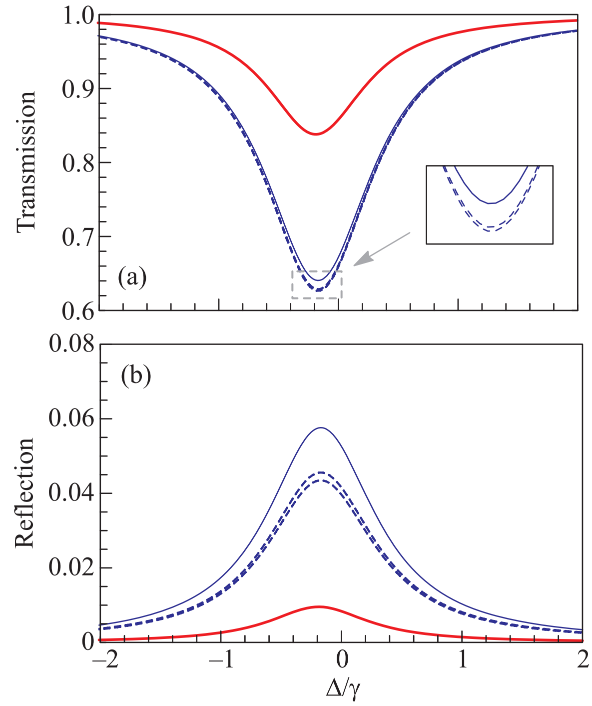


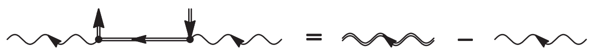
Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектральные зависимости коэффициентов прохождения (a) и отражения (b), вычисленные для рассеяния света цепочкой из пяти атомов, удаленных от поверхности волновода на расстояние $\rho - a = 0.5a$ (тонкие синие кривые) и $\rho - a = a$ (толстые красные кривые), и разделенных дистанцией $d = \lambda^{\mathrm{wg}}/2$. Для случая $\rho - a = 0.5a$ дополнительно приведены парциальные вклады рэлеевского канала рассеяния с сохранением поляризационной моды (точечная кривая) и с удержанием обоих поляризационных компонент (пунктирная кривая). Сплошная кривая показывает полный вклад, учитывающий рамановские каналы рассеяния, см. рис. 3. (Репринт статьи [27], приведено с разрешения APS.)

новода на расстоянии $\rho \sim a$, и обладающих внутренней ориентацией спинового углового момента в направлении распространяемого излучения. Оптический переход атома σ_- приближенно (с точностью параксиальной аппрокимации) соответствует той моде волновода, в которой распространяется излучение. Атомы упорядочены вдоль волновода с периодом $d \sim \lambda^{\mathrm{wg}}/2$, где λ^{wg} соответствует длине волны волновода, отличающейся от вакуумной для той же частоты света. Выбранный пример перехода $F_0 = 1 \to F = 0$ с невырожденным возбужденным состоянием соответствует конфигурации уровней, существующей в сверхтонкой структуре ^{87}Rb, и позволяет упростить в расчете описание состояния возбужденного атома, ограничившись перенормировкой константы радиационного распада, подробнее см. [27].

На рисунке 4 приведены результаты расчета коэффициентов прохождения и отражения света атомной цепочкой, состоящей из пяти атомов, для двух различных расстояний $\rho{-}a$ от поверхности волновода и для различных каналов рэлеевского и рамановского рассеяния. Как видим, наблюдается заметное отражение света в обратном направлении, обусловленное конструктивной интерференцией волн рассеянных индивидуальными атомами. Подобная интерпретация, основанная на условии Брэгга–Вульфа, имеет здесь лишь наглядный качественный характер, подчеркивающий классический подход в описании положения каждого из атомов. В действительности, расчет, выполненный в [27], основан на микроскопическом вычислении оператора резольвенты гамильтониана (4) и построении T-матрицы рассеяния.

Наблюдается достаточно сильное рассеяние света вблизи атомного резонанса, превосходящее рассеяние от аналогичной, но неупорядоченной структуры. Однако, в отличии от рассеяния на пространственно модулированном вырожденном газе, в данном случае спектральные зависимости имеют монотонный характер, рассеяние сосредоточено в спектральной окрестности атомного резонанса и, в целом, существенно слабее, чем в случае БЭК.

3.3. Сравнение результатов. Что же является причиной столь серьезных различий в спектрах рассеянного излучения БЭК и атомной цепочкой? Для ответа воспользуемся следующим диаграммным тождеством, связывающим поляритонный и фотонный пропогаторы.



(16)

Этим тождеством, во-первых, подчеркивается равноправие роли атомной и световой подсистем в формировании оптического возбуждения в конденсате. Во-вторых, графический образ слева, фактически, воспроизводит структуру амплитуды рассеяния, определенной соотношениями (6) и (12). Правая часть тождества, в соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля [39], связывает процесс рассеяния с отклонением в распространении света в веществе от его распространения в свободном пространстве.

На основании этого наблюдения можно связать решение одномерной задачи рассеяния с решением одномерного волнового уравнения

$$\frac{d^2}{dz^2}\mathcal{E} + \epsilon(z,\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\,\mathcal{E} = 0, \qquad (17)$$

где $\mathcal{E} = \mathcal{E}(z,\omega)$ – комплексная положительно-частотная компонента электрического поля, распространяющегося в среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon(z,\omega)$. Диэлектрическая проницаемость, присутствующая в этом уравнении, является сильно осциллирующей функцией пространственной координаты z. В резонансном случае квантовая пространственная модуляция параметра порядка и обусловленная этим модуляция коэффициента поглощения качественно моделируется периодической структурой атомной цепочки и оба процесса естественным образом могут быть связаны с эффектом дифракции, выраженной условием Брэгга–Вульфа.

Однако при глубоких отстройках от резонанса картина существенно меняется. В этом случае функция $\epsilon = \epsilon(z,\omega)$ становится вещественной, близкой к единице, но содержащей, вместе с тем, сильно осциллирующую малую поправку к среднему, фактически, вакуумному значению. Для протяженной среды это приводит к проявлению свойств фотонного кристалла и формированию зонной структуры вблизи резонансной частоты атома. Уже при относительно небольших отстройках, но при выполнении условия $\Delta \gg \gamma$, в крыле резонанса формируется периодическая дисперсионная зависимость частоты от волнового числа, что в свою очередь приводит к возбуждению падающей волной двух мод, распространяющихся в противоположных направлениях. Такая картина существует в широкой спектральной области и с учетом конечности образца приводит к сложной осцилляционной зависимости коэффициента отражения и прохождения, что и наблюдается на нижних графиках рис. 2. Конечность образца, рассматриваемого в численном расчете, не позволяет проследить структуру зон и образование запрещенной зоны, что должно наблюдаться при глубоких отстройках $\Delta \sim (n_0(\lambda/2\pi)^3)^{1/2}\sqrt{\gamma\omega_0}$.

Подобная картина отражения света не может быть воспроизведена конфигурацией атомов, рассматриваемых как классически распределенные рассеиватели, см. рис. 3. Потребовалось бы приготовить атомную цепочку значительно более высокой линейной плотности и эффективная диэлектрическая константа была бы величиной, существенно превосходящей единицу, что является типичным для создания фотонных кристаллов в полупроводниковых системах, см. [40]. Обратим также еще раз внимание на то, что в случае конденсата модуляция плотности обусловлена глубоко квантовым эффектом нелинейной интерференции материальных волн и внутреннего движения слоев конденсата.

4. Заключение. Эффект дифракции электромагнитных волн, рассеиваемых на периодических атомных структурах известен уже более ста лет. Это явление, получившее впоследствии название дифракции Брэгга, исследовалось в начале предыдущего столетия несколькими научными группами – немецким физиком Максом фон Лауэ (Max Theodor Felix von Laue), британскими физиками Уильямом Генри Брэггом (William Henry Bragg) и Уильямом Лоренсом Брэггом (William Lawrence Bragg), и российским физиком Георгием В. Вульфом – и послужило ярким доказательством периодической структуры твердых тел и волновой природы рентгеновских лучей. В данном обзоре мы постарались обратить внимание на то, что новые экспериментальные возможности, возникающие при достижении экстремально низких температур, приводят к новым интересным, и весьма неочевидным, проявлениям дифракции Брэгга, обусловленных волновым поведением самих атомных рассеивателей.

Взаимодействие света с конденсатом Бозе–Эйнштейна сопровождается формированием поляритонного возбуждения, распространяющегося вдоль образца, и последовательно описывается уравнениями квантовой задачи рассеяния, в которых атомная система характеризуется "волновой функцией" конденсата (параметром порядка). Хотя итоговая интепретация процесса рассеяния, в целом, укладывается в формализм макроскопической теории Максвеллла, но диэлектрические свойства среды, связанные с квантовым вырождением и пространственной модуляцией параметра порядка, уникальны и не имеют прямой классической аналогии. В частности, уже в случае невысокой плотности образца возникает канал сильного когерентного рассеяния на интерферирующих фрагментах БЭК при глубоких отстройках в крыльях атомного резонанса в тех спектральных областях, где обычный газ той же плотности был бы прозрачен.

Обсуждаемый в данном обзоре механизм когерентного рассеяния может быть интересен, например, при разработке эффективных систем квантового интерфейса, ориентированных на минимизацию числа атомов, участвующих в процессе обмена микроскопическими квантовыми состояниями между светом и веществом. Представляется вполне достижимым для современных систем оптического охлаждения атомов осуществить локализацию небольшого атомного кластера внутри компактной ловушки с помощью метода оптического пинцета. Тем самым возникнет естественная конфигурация, где рассеяние света может быть существенно усилено квантовыми осцилляциями плотности, формирующихся вследствие интерференции материальных волн локализованных атомов.

Авторы благодарны М.Д. Хэви (M.D. Havey) за полезное обсуждение проблем, затронутых в данном обзоре. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант # 18-02-00265; Российского научного фонда, грант # 18-72-10039; и благотворительного Фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС", грант # 18-1-1-48-1.

1. E. S. Polzik, A. S. Sørensen, and K. Hammerer, Rev. Mod. Phys. **82**, 1041 (2010).
2. K. S. Choi, H. Deng, J. Laurat, and H. J. Kimble, Nature **452**, 67 (2008).
3. N. Sangouard, C. Simon, H. de Riedmatten, and N. Gisin, Rev. Mod. Phys. **83**, 33 (2011).
4. A. G. Radnaev, Y. O. Dudin, R. Zhao, H. H. Jen, S. D. Jenkins, A. Kuzmich, and T. A. B. Kennedy, Nature Phys. **6**, 894 (2010).
5. X.-H. Bao, A. Reingruber, P. Dietrich, J. Rui, A. Dück, T. Strassel, L. Li, N.-L. Liu, B. Zhao, and J.-W. Pan, Nature Phys. **8**, 517 (2012).
6. D. V. Kupriyanov, I. M. Sokolov, and M. D. Havey, Phys. Rep. **671**, 1 (2017).
7. T. Kovachy, J. M. Hogan, A. Sugarbaker, S. M. Dickerson, C. A. Donnelly, C. Overstreet, and M. A. Kasevich, Phys. Rev. Lett. **114**, 143004 (2015).
8. M. G. Bason, R. Heck, M. Napolitano, O. Elíasson, R. Müller, A. Thorsen, W.-Zh. Zhang, J. J. Arlt, and J. F. Sherson, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **51**, 175301 (2018).
9. D. J. Brown, A. V. H. McPhail, D. H. White, D. Baillie, S. K. Ruddell, and M. D. Hoogerland, Phys. Rev. A **98**, 013606 (2018).
10. D. S. Naik, G. Kuyumjyan, D. Pandey, P. Bouyer, and A. Bertoldi, Quantum Sci. Technol. **3**, 045009 (2018).
11. V. D. Vaidya, Y. Guo, R. M. Kroeze, K. E. Ballantine, A. J. Kollár, J. Keeling, and B. L. Lev, Phys. Rev. X **8**, 011002 (2018).
12. A. V. Turlapov and M. Yu. Kagan, J. Phys.: Condens. Matter **29**, 383004 (2017).
13. T. Kovachy, P. Asenbaum, C. Overstreet, C. A. Donnelly, S. M. Dickerson, A. Sugarbaker, J. M. Hogan, and M. A. Kasevich, Nature **528**, 530 (2015).
14. S. Abend, M. Gebbe, M. Gersemann, H. Ahlers, H. Müntinga, E. Giese, N. Gaaloul, C. Schubert, C. Lämmerzahl, W. Ertmer, W. P. Schleich, and E. M. Rasel, Phys. Rev. Lett. **117**, 203003 (2016).
15. K. S. Hardman, P. J. Everitt, G. D. McDonald, P. Manju, P. B. Wigley, M. A. Sooriyabandara, C. C. N. Kuhn, J. E. Debs, J. D. Close, and N. P. Robins, Phys. Rev. Lett. **117**, 138501 (2016).
16. T. Laudat, V. Dugrain, T. Mazzoni, M.-Z. Huang, C. L. Garrido Alzar, A. Sinatra, P. Rosenbusch, and J. Reichel, New J. Phys. **20** 073018 (2018).
17. D. Schneble, Y. Torii, M. Boyd, E. W. Streed, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, Science **300**, 475 (2003).
18. A. Hilliard, F. Kaminski, R. le Targat, C. Olausson, E. S. Polzik, and J. H. Müller, Phys. Rev. A **78**, 051403(R) (2008).
19. B. J. Lester, N. Luick, A. M. Kaufman, C. M. Reynolds, and C. A. Regal, Phys. Rev. Lett. **115**, 073003 (2015).
20. D. Barredo, S. de Léséleuc, V. Lienhard, T. Lahaye, and A. Browaeys, Science **354**, 1021 (2016).
21. M. Endres, H. Bernien, A. Keesling, H. Levine, E. R. Anschuetz, A. Krajenbrink, C. Senko, V. Vuletić, M. Greiner, and M. D. Lukin, Science **354**, 1024 (2016).
22. E. Shahmoon, D. S. Wild, M. D. Lukin, and S. F. Yelin, Phys. Rev. Lett. **118**, 113601 (2017).
23. F. Le Kien, V. I. Balykin, and K. Hakuta, Phys. Rev. A **70**, 063403 (2004).
24. N. V. Corzo, B. Gouraud, A. Chandra, A. Goban, A. S. Sheremet, D. V. Kupriyanov, and J. Laurat, Phys. Rev. Lett. **117**, 133603 (2016).

25. H. L. Sørensen, J.-B. Béguin, K. W. Kluge, I. Iakoupov, A. S. Sørensen, J. H. Müller, E. S. Polzik, and J. Appel, Phys. Rev. Lett. **117**, 133604 (2016).
26. V. M. Ezhova, L. V. Gerasimov, and D. V. Kupriyanov, J. Phys.: Conf. Ser. **769**, 012045 (2016).
27. V. A. Pivovarov, A. S. Sheremet, L. V. Gerasimov, V. M. Porozova, N. V. Corzo, J. Laurat, and D. V. Kupriyanov, Phys. Rev. A **97**, 023827 (2018).
28. V. M. Porozova, L. V. Gerasimov, M. D. Havey, and D. V. Kupriyanov, Phys. Rev. A **97**, 053805 (2018).
29. M. G. Moore and P. Meystre, Phys. Rev. Lett. **83**, 5202 (1999).
30. Ю. А. Аветисян, Е. Д. Трифонов, УФН **185**, 307 (2015).
31. N. N. Bogolubov, J. Phys. (USSR) **11**, 23 (1947).
32. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions. Basic Processes and Applications*, John Wiley & Sons, Inc., Weinheim (1992).
33. E. M. Lifshits and L. P. Pitaevskii, *Course of Theoretical Physics: Statistical Physics. Part II*, Pergamon Press, Oxford (1980).
34. G. Placzek, *The Rayleigh and Raman Scattering*, Lawrence Radiation Laboratory, Berkeley (1959).
35. V. B. Beresteskii, E. M. Lifshits, and L. P. Pitaevskii, *Course of Theoretical Physics: Quantum Electrodynamics*, Pergamon Press, Oxford (1981).
36. I. E. Dzyaloshinskii and L. P. Pitaevskii, JETP **36**(6), 1797 (1959).
37. M. L. Goldberger and K. M. Watson, *Collision Theory*, Wiley N.Y. (1964).
38. M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Science **275** 637 (1997).
39. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*, Pergamon, Oxford (1959).
40. J. D. Joannopoulos, *Photonic crystals: Molding the Flow of Light*, Princeton University Press, Princeton (2008).