Письма в ЖЭТФ, том 109, вып. 1, с. 3 – 9 © 2019 г. 10 января

Об измерении формфакторов Сакса в процессах без переворота и с переворотом спина протона

М. В. Галынский[1)]

Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны НАНБ, 220109 Минск, Беларусь

Поступила в редакцию 5 октября 2018 г.
После переработки 15 октября 2018 г.
Принята к публикации 15 ноября 2018 г.

Установлен физический смысл разбиения формулы Розенблюта на сумму двух слагаемых, содержащих только квадраты формфакторов Сакса. Предложен новый метод их независимого измерения в упругом процессе $e\vec{p} \to e\vec{p}$ в случае, когда начальный покоящийся протон полностью поляризован вдоль направления движения конечного протона.

DOI: 10.1134/S0370274X19010016

Введение. Эксперименты по изучению электрического (G_E) и магнитного (G_M) формфакторов протона (ФФП), так называемых формфакторов Сакса (ФФС), ведутся с середины 1950-х гг. в реакции упругого рассеяния электрона на протоне. В случае неполяризованных электронов и протонов все экспериментальные данные о поведении ФФП были получены с использованием формулы Розенблюта [1] для дифференциального сечения упругого процесса $ep \to ep$ в лабораторной системе отсчета (ЛСО), где начальный протон покоится:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1+\tau_p} \left(G_E^2 + \frac{\tau_p}{\varepsilon} G_M^2 \right). \quad (1)$$

Здесь $\tau_p = Q^2/4M^2$, $Q^2 = -q^2 = 4E_1E_2 \sin^2(\theta_e/2)$ – квадрат переданного протону импульса, M – масса протона; E_1, E_2, θ_e – соответственно, энергии начального и конечного электронов и угол рассеяния электрона в ЛСО; $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры; ε – степень линейной (поперечной) поляризации виртуального фотона [2, 3] с областью изменений $0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1$, $\varepsilon^{-1} = [1 + 2(1+\tau_p)\tan^2(\theta_e/2)]$.

Формула Розенблюта (1) получена в приближении механизма однофотонного обмена, при этом масса электрона положена равной нулю.

С помощью формулы (1) было установлено, что экспериментальная зависимость ФФС от Q^2 вплоть до $Q^2 \approx 6$ ГэВ^2 является дипольной, при этом для отношения $R \equiv \mu_p G_E/G_M$ справедливо $R \approx 1$, где μ_p – магнитный момент протона, $\mu_p = 2.79$.

В работе Ахиезера и Рекало [2] был предложен метод измерения отношения ФФС, основанный на явлении передачи поляризации от продольно поляризованного начального электрона к конечному протону. Он основан на формуле, полученной в [2] для отношения формфакторов G_E и G_M через отношение степеней поперечной P_t и продольной P_l поляризаций рассеянного протона:

$$R \equiv \frac{\mu_p G_E}{G_M} = -\frac{P_t}{P_l} \frac{E_1 + E_2}{2M} \tan\left(\frac{\theta_e}{2}\right). \quad (2)$$

Прецизионные эксперименты, основанные на использовании формулы (2), были проведены в JLab [4–7] в области $0.5 \leqslant Q^2 \leqslant 8.5$ ГэВ^2, в которой при $0.5 \leq Q^2 \leq 5.6$ ГэВ^2, как оказалось, для отношения R с ростом Q^2 имеет место линейное убывание

$$R = 1 - 0.13\,(Q^2 - 0.04) \approx 1 - Q^2/8, \quad (3)$$

что свидетельствует о более быстром убывании формфактора G_E по сравнению с G_M.

Повторные, более точные измерения отношения R, основанные на использовании метода Ахиезера–Рекало [7] и метода Розенблюта [8], подтвердили наличие расхождений. Подробное изложение современного состояния этой проблемы имеется в обзоре [9].

Физический смысл разбиения формулы Розенблюта на сумму двух слагаемых, содержащих только G_E^2 и G_M^2. В настоящей работе предложен новый метод экспериментального измерения квадратов ФФС с использованием процесса упругого рассеяния $e\vec{p} \to e\vec{p}$, в котором G_E^2 и G_M^2 могут быть определены независимо друг от друга прямыми измерениями сечений процесса без переворота и с переворотом спина протона в случае, когда начальный (покоящийся) протон полностью поляризован в направлении движения рассеянного протона. Настоящая работа является развитием нашей работы [10].

[1)]e-mail: galynski@sosny.bas-net.by

Рассмотрим спиновые 4-векторы s_1 и s_2 начального и конечного протонов с 4-импульсами q_1 и q_2 в произвольной системе отсчета (ПСО). Условия ортогональности ($s_i q_i = 0$) и нормировки ($s_i^2 = -1$) позволяют однозначно определить выражения для их временных (s_{i0}) и пространственных ($\mathbf{s}_i$) компонент $s_i = (s_{i0}, \mathbf{s}_i)$ через их 4-скорости $v_i = q_i/M$, $v_i = (v_{i0}, \mathbf{v}_i)$ следующим образом:

$$s_i = (s_{i0}, \mathbf{s}_i),\ s_{i0} = \mathbf{v}_i\,\mathbf{c}_i,\ \mathbf{s}_i = \mathbf{c}_i + \frac{(\mathbf{c}_i \mathbf{v}_i)\,\mathbf{v}_i}{1 + v_{i0}}, \qquad (4)$$

где единичные трехмерные векторы $\mathbf{c}_i$ ($\mathbf{c}_i^2 = 1$) называются осями спиновых проекций ($i = 1, 2$).

В ЛСО, где $q_1 = (M, \mathbf{0})$, $q_2 = (q_{20}, \mathbf{q}_2)$, выберем оси спиновых проекций $\mathbf{c}_1$ и $\mathbf{c}_2$ так, чтобы они совпадали с направлением движения конечного протона:

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_1 = \mathbf{c}_2 = \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|. \qquad (5)$$

Тогда спиновые 4-векторы начального (s_1) и конечного протонов (s_2) в ЛСО принимают вид:

$$s_1 = (0, \mathbf{n}_2),\ s_2 = (|\mathbf{v}_2|, v_{20}\,\mathbf{n}_2),\ \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|. \qquad (6)$$

Предлагаемый метод основан на выражении для дифференциального сечения процесса $e\vec{p} \to e\vec{p}$ в ЛСО, полученном в настоящей работе для случая, когда начальный и конечный протоны поляризованы и имеют общую ось спиновых проекций $\mathbf{c}$ (5):

$$\frac{d\sigma_{\delta_1,\delta_2}}{d\Omega_e} = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1+\tau_p} \times$$
$$\times \left(\frac{1+\delta_1\delta_2}{2}\, G_E^2 + \frac{1-\delta_1\delta_2}{2}\, \frac{\tau_p}{\varepsilon}\, G_M^2 \right), \qquad (7)$$

где $\delta_{1,2}$ – удвоенные значения проекций спина начального и конечного протонов на общую ось спиновых проекций $\mathbf{c}$ (5); при этом $-1 \leqslant \delta_{1,2} \leqslant 1$.

Отметим, что формула (7) разбивается на сумму двух слагаемых, которые отвечают за вклады переходов без переворота ($\sim G_E^2$) и с переворотом спина протона ($\sim G_M^2$), что обеспечивают поляризационные множители ω_+ и ω_- при G_E^2 и G_M^2:

$$\omega_+ = (1+\delta_1\delta_2)/2,\ \omega_- = (1-\delta_1\delta_2)/2. \qquad (8)$$

Действительно, из выражения (7) следует, что если ep-рассеяние происходит без переворота спина протона ($\delta_1 = 1, \delta_2 = 1$), то в этом случае вклад в сечение дает только слагаемое, содержащее G_E^2, поскольку поляризационные множители ω_+ и ω_- при G_E^2 и G_M^2 равны единице ($\omega_+ = 1$) и нулю ($\omega_- = 0$). Если ep-рассеяние происходит с переворотом спина протона ($\delta_1 = 1, \delta_2 = -1$), то в этом случае вклад в сечение дает только слагаемое, содержащее G_M^2, при этом поляризационные множители ω_+ и ω_- при G_E^2 и G_M^2 равны нулю ($\omega_+ = 0$) и единице ($\omega_- = 1$). Это позволяет переписать сечение (7) процесса $e\vec{p} \to e\vec{p}$, выделив явным образом вклады сечений без переворота ($\sigma^{\uparrow\uparrow}$) и с переворотом ($\sigma^{\downarrow\uparrow}$) спина протона:

$$\frac{d\sigma_{\delta_1,\delta_2}}{d\Omega_e} = \omega_+ \sigma^{\uparrow\uparrow} + \omega_- \sigma^{\downarrow\uparrow}, \qquad (9)$$

$$\sigma^{\uparrow\uparrow} = \sigma_M\, G_E^2,\ \ \sigma^{\downarrow\uparrow} = \sigma_M \frac{\tau_p}{\varepsilon}\, G_M^2, \qquad (10)$$

где σ_M – выражение, стоящее перед скобками в (7).

Усредняя и суммируя выражение (9) по поляризациям начального и конечного протонов, для сечения Розенблюта (1), обозначаемого $\sigma_R = d\sigma/d\Omega_e$, получаем другое представление:

$$\sigma_R = \sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\downarrow\uparrow}. \qquad (11)$$

Следовательно, физический смысл разбиения формулы Розенблюта на сумму двух слагаемых, содержащих только G_E^2 и G_M^2, заключается в том, что оно является суммой сечений без переворота и с переворотом спина протона (11) в случае, когда начальный покоящийся протон полностью поляризован вдоль направления движения конечного протона. При этом электрический G_E и магнитный G_M ФФС определяют вклады матричных элементов (МЭ) протонного тока в случае переходов протона без переворота и с переворотом спина.

В очевидности данной трактовки можно легко убедиться с помощью следующих простых рассуждений. Формулу Розенблюта (1) в случае неполяризованных частиц можно рассматривать (см. (28)) как сумму сечений без переворота и с переворотом спина начального протона, который должен быть полностью поляризован вдоль некоторого направления, определяемого кинематикой процесса. В ЛСО таким выделенным направлением может являться только направление движения рассеянного протона, поскольку других направлений просто нет.

Отметим, что в современной литературе, в том числе, и пособиях по физике элементарных частиц, как правило, утверждается (см. [11]), что использование ФФС является просто удобным, поскольку приводит к разбиению формулы Розенблюта на сумму двух слагаемых, содержащих только G_E^2 и G_M^2, придавая ей простой и компактный вид. Поскольку такие формальные соображения о преимуществах ФФС содержатся, в том числе, и в известных монографиях [12, 13], то они не подвергаются сомнениям и воспроизводятся в литературе вплоть до настоящего времени, например, в диссертации [14].

Диагональный спиновый базис (ДСБ). В общем случае для системы двух частиц с разными импульсами $q_1 = (q_{10}, \mathbf{q}_1)$ (до взаимодействия) и $q_2 = (q_{20}, \mathbf{q}_2)$ (после взаимодействия) возможность одновременного проектирования спинов на одно общее направление в ПСО определяется трехмерным вектором [15]:

$$\mathbf{a} = \mathbf{q}_2/q_{20} - \mathbf{q}_1/q_{10}. \tag{12}$$

Этот результат был получен в рамках векторной параметризации малой группы Лоренца L_{q_1,q_2}, общей для системы двух частиц с 4-импульсами q_1 и q_2 $(L_{q_1 q_2} q_1 = q_1, L_{q_1 q_2} q_2 = q_2)$ [15]. В частности, как систему из двух частиц можно рассматривать начальный и конечный протоны в реакции $e\vec{p} \to e\vec{p}$.

Отметим, что группа L_{q_1,q_2} реализуется в ДСБ [16], в котором спиновые 4-векторы частиц выражаются через их 4-импульсы (4-скорости). Поскольку трехмерный вектор $\mathbf{a}$ (12) есть разность двух векторов, а геометрический образ разности двух векторов есть диагональ параллелограмма, то это и послужило причиной введения названия "ДСБ".

Из выражения (12) следует, что в системе покоя начального протона, где $\mathbf{q}_1 = 0$, направление общей оси спиновых проекций определяется направлением движения конечного протона: $\mathbf{a} = \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|$. Это подтверждает правильность сделанных выше простых рассуждений о выделенности направления движения конечного протона в ЛСО, которое может служить общей осью спиновых проекций.

Из выражения (12) следует, что в системе центра масс (СЦМ) сталкивающихся частиц $(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = 0)$, например, в системе Брейта (СБ) начального и конечного протонов, где $q_1 = (q_0, -\mathbf{q})$, $q_2 = (q_0, \mathbf{q})$, $q = q_2 - q_1 = (0, 2\mathbf{q})$, общей осью спиновых проекций, как и в ЛСО, является направление движения конечного протона: $\mathbf{a} = \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2| = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$, совпадающее с направлением передаваемого импульса.

В ДСБ спиновые 4-векторы s_1 и s_2 начального и конечного протонов (фермионов) с 4-скоростями v_1 и v_2 $(s_i v_i = 0,\ v_i^2 = 1,\ s_i^2 = -1)$ имеют вид [16]:

$$s_1 = -\frac{(v_1 v_2) v_1 - v_2}{\sqrt{(v_1 v_2)^2 - 1}}\ , \quad s_2 = \frac{(v_1 v_2) v_2 - v_1}{\sqrt{(v_1 v_2)^2 - 1}}. \tag{13}$$

Очевидно, что спиновые 4-векторы (13) не изменяются при преобразованиях малой группы Лоренца L_{q_1,q_2}, общей для частиц с 4-импульсами q_1 и q_2. Это позволяет использовать их для описания спиновых состояний системы из двух частиц в ПСО с помощью проекций спина на одно общее направление, определяемое 3-вектором (12). В частности, в ЛСО спиновые 4-векторы s_1 и s_2 (13) принимают вид (6), им соответствуют оси спиновых проекций (5).

Совпадение малых групп Лоренца для частиц с 4-импульсами q_1 и q_2 в ДСБ (13) обуславливает ряд его замечательных свойств. Одно из них заключается в том, что в ДСБ (13) операторы проекции спина σ_1 и σ_2, а также повышающие и понижающие спиновые операторы $\sigma_1^{\pm\delta}$ и $\sigma_2^{\pm\delta}$ для начальной и конечной частиц имеют одинаковый вид, т.е. совпадают [17]:

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \gamma^5 \hat{s_1} \hat{v_1} = \gamma^5 \hat{s_2} \hat{v_2} = \gamma^5 \hat{b}_0 \hat{b}_3, \tag{14}$$

$$\sigma^{\pm\delta} = \sigma_1^{\pm\delta} = \sigma_2^{\pm\delta} = -1/2\, \gamma^5\, \hat{b}_{\pm\delta}, \tag{15}$$

где произвольный 4-вектор со шляпкой $\hat{a}$ есть свертка $\hat{a} = a_\mu \gamma^\mu$, γ^5 и γ^μ – матрицы Дирака; $b_{\pm\delta}$ – круговые 4-векторы, $b_{\pm\delta} = b_1 \pm i\,\delta b_2$, $b_{\pm\delta}^{\,2} = 0$, $\delta = \pm 1$.

В выражениях (14), (15) для построения спиновых операторов использована тетрада ортонормированных 4-векторов b_A $(A = 0, 1, 2, 3)$:

$$\begin{gathered} b_0 = q_+/\sqrt{q_+^2}\ ,\ b_3 = q_-/\sqrt{-q_-^2}\ \ , \\ (b_1)_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma} b_0^\nu b_3^\kappa b_2^\sigma,\ (b_2)_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma} q_1^\nu q_2^\kappa r^\sigma/\rho, \end{gathered} \tag{16}$$

где $q_+ = q_2 + q_1$, $q_- = q_2 - q_1$, $\varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma}$ есть тензор Леви–Чивита $(\varepsilon_{1230} = 1)$, r – 4-импульс частицы, участвующей в реакции, отличный от q_1 и q_2 (например, 4-импульс начального или конечного электрона в случае рассматриваемого процесса $ep \to ep$); ρ определяется из условий нормировки $b_1^2 = b_2^2 = b_3^2 = -b_0^2 = -1$. Совпадение спиновых операторов в ДСБ (13) позволяет в ковариантном виде разделить взаимодействия без переворота и с переворотом спина частиц, участвующих в реакции, и тем самым проследить за динамикой спинового взаимодействия.

Расчет МЭ процессов КЭД в ДСБ. Амплитуды процессов КЭД в канале рассеяния имеют вид

$$M^{\pm\delta,\delta} = \overline{u}^{\pm\delta}(q_2) Q_{in} u^\delta(q_1), \tag{17}$$

где $u^\delta(q_i) = u^\delta(q_i, s_i)$ – биспиноры начального и конечного состояний фермионов, нормированные условием $\overline{u}^\delta(q_i)\, u^\delta(q_i) = 2M$, $q_i^2 = M^2$ $(i = 1, 2)$; Q_{in} – оператор взаимодействий.

Расчет МЭ вида (17) может быть сведен к операции вычисления шпура от произведения операторов:

$$M^{\pm\delta,\delta} = Tr(P_{21}^{\pm\delta,\delta} Q_{in}),\ P_{21}^{\pm\delta,\delta} = u^\delta(q_1) \overline{u}^{\pm\delta}(q_2). \tag{18}$$

Для нахождения операторов $P_{21}^{\pm\delta,\delta}$ известен ряд методов [17, 18]. В используемом подходе Богуша–Федорова [17], в отличие, например, от [18], построение $P_{21}^{\pm\delta,\delta}$ сводится к нахождению оператора T_{21}, переводящего $u^\delta(q_1) \to u^\delta(q_2)$, $u^\delta(q_2) = T_{21} u^\delta(q_1)$.

Необходимо также знать и обратный к нему оператор $T_{12} = T_{21}^{-1}$, $T_{21}T_{12} = 1$. В ДСБ (13) операторы T_{21} и T_{12} имеют одинаковый вид [17]:

$$T_{21} = T_{12} = \hat{b}_0.$$

В результате для оператора $P_{21}^{\delta,\delta}$ (18) имеем:

$$P_{21}^{\delta,\delta} = u^{\delta}(q_1)\,\overline{u}^{\delta}(q_1)\,T_{12} = \tau_1^{\delta}\,T_{12} = T_{12}\,\tau_2^{\delta}, \qquad (19)$$

где $\tau_i^{\delta} = u^{\delta}(q_i)\,\overline{u}^{\delta}(q_i)$ – проективные операторы состояний частиц с 4-импульсами q_i и спиновыми 4-векторами s_i $(q_i s_i = 0, s_i^2 = -1,\, i = 1, 2)$:

$$\tau_i^{\delta} = 1/2\,(\hat{q}_i + M)(\,1 - \delta\gamma^5\hat{s}_i). \qquad (20)$$

С помощью соотношений (14) операторы τ_i^{δ} (20) в ДСБ можно представить в виде [17]:

$$\tau_i^{\delta} = -1/4\;(\hat{q}_i + M)\;\hat{b}_{\delta}\;\hat{b}_{\delta}^*, \qquad (21)$$

где $b_{\delta}^* = b_{-\delta} = b_1 - i\delta b_2, b_{\delta}b_{\delta}^* = -2, b_{\delta}^2 = b_{\delta}^{*2} = 0$.

Оператор $P_{21}^{-\delta,\delta}$ (18) сводится к произведению операторов $\sigma^{+\delta}$ (15) и $P_{21}^{-\delta,-\delta}$ (19):

$$P_{21}^{-\delta,\delta} = \sigma^{+\delta}P_{21}^{-\delta,-\delta} = \sigma^{+\delta}\tau_1^{-\delta}T_{12} = \sigma^{+\delta}T_{12}\tau_2^{-\delta}. \qquad (22)$$

В результате для операторов $P_{21}^{\pm\delta,\delta}$ (18) имеем компактные выражения [17]:

$$P_{21}^{\delta,\delta} = (\hat{q}_1 + M)\;\hat{b}_{\delta}\;\hat{b}_0\;\hat{b}_{\delta}^*/4, \qquad (23)$$

$$P_{21}^{-\delta,\delta} = \delta(\hat{q}_1 + M)\;\hat{b}_{\delta}\;\hat{b}_3/2. \qquad (24)$$

Они позволяют провести расчет МЭ процессов КЭД в ДСБ, соответствующих переходам без переворота и с переворотом спина в случае произвольных Q_{in}.

Отметим, что общую структуру зависимости квадратов модулей МЭ (17) от поляризаций частиц можно установить из их общего вида, не производя вычислений. Чтобы в этом убедиться, рассмотрим МЭ процессов КЭД (17) в самом общем виде

$$M(\delta_1,\delta_2) \equiv M^{\pm\delta_2,\delta_1} = \overline{u}^{\pm\delta_2}(q_2)Q_{in}u^{\delta_1}(q_1). \qquad (25)$$

Используя свойства множителей $\omega_{\pm}$ (8) при $\delta_{1,2} = \pm 1$ $(\omega_{\pm}^2 = \omega_{\pm},\, \omega_{\pm}\omega_{\mp} = 0)$, получаем соотношения:

$$M(\delta_1,\delta_2) = \omega_+ M^{+\delta_2,\delta_1} + \omega_- M^{-\delta_2,\delta_1}, \qquad (26)$$

$$|M(\delta_1,\delta_2)|^2 = \omega_+|M^{+\delta_2,\delta_1}|^2 + \omega_-|M^{-\delta_2,\delta_1}|^2. \qquad (27)$$

В рассматриваемом процессе $e\vec{p} \to e\vec{p}$, когда электроны неполяризованы, спиновые корреляции в (27), за исключением тех, что имеются в $\omega_{\pm}$, должны отсутствовать. Это означает, что $|M^{\pm\delta_2,\delta_1}|^2$ не зависят от δ_1 и δ_2, а усредненный и просуммированный по поляризациям квадрат модуля МЭ (25) имеет вид:

$$\overline{|M(\delta_1,\delta_2)|^2} = |M^{\uparrow\uparrow}|^2 + |M^{\downarrow\uparrow}|^2\,. \qquad (28)$$

Матричные элементы протонного тока и сечение процесса $e\vec{p} \to e\vec{p}$. В приближении однофотонного обмена МЭ процесса упругого $e\vec{p}$-рассеяния

$$e(p_1) + p(q_1,s_1) \to e(p_2) + p(q_2,s_2) \qquad (29)$$

есть произведение электронного и протонного токов

$$M_{ep\to ep} = 4\pi\alpha T/q^2\;,\; T = (J_e)_{\mu}(J_p)^{\mu}. \qquad (30)$$

Токи $(J_e)_{\mu}$ и $(J_p)^{\mu}$ имеют вид:

$$(J_e)_{\mu} = \overline{u}(p_2)\gamma^{\mu}u(p_1), \qquad (31)$$

$$(J_p)^{\mu} = \overline{u}(q_2)\Gamma_{\mu}(q^2)u(q_1), \qquad (32)$$

$$\Gamma_{\mu}(q^2) = F_1\gamma_{\mu} + \frac{F_2}{4M}(\hat{q}\gamma_{\mu} - \gamma_{\mu}\hat{q}), \qquad (33)$$

где $u(p_i)$ и $u(q_i)$ – биспиноры электронов и протонов с 4-импульсами p_i и q_i, $p_i^2 = m^2$, $q_i^2 = M^2$, $\overline{u}(p_i)u(p_i) = 2m$, $\overline{u}(q_i)u(q_i) = 2M$ $(i = 1, 2)$; F_1 и F_2 – дираковский и паулиевский ФФП, $q = q_- = q_2 - q_1$ – 4-импульс, переданный протону; s_1 и s_2 – 4-векторы поляризации начального и конечного протонов.

Дифференциальное сечение процесса имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{\pi\alpha^2}{4I^2}\,\frac{|T|^2}{q^4}, \qquad (34)$$

где $I^2 = (p_1q_1)^2 - m^2M^2, |t| = Q^2 = -q^2$.

МЭ протонного тока (32), вычисленные по формулам (18), (23), (24) в ДСБ (13), имеют вид [16]:

$$(J_p^{\delta,\delta})_{\mu} = 2M\,G_E(b_0)_{\mu}, \qquad (35)$$

$$(J_p^{-\delta,\delta})_{\mu} = -2M\,\delta\sqrt{\tau_p}\,G_M(b_{\delta})_{\mu}, \qquad (36)$$

где G_E и G_M – формфакторы Сакса (ФФС):

$$G_E = F_1 - \tau_p\,F_2,\; G_M = F_1 + F_2. \qquad (37)$$

Следовательно, в МЭ протонного тока, отвечающих переходам без переворота (35) и с переворотом спина протона (36), в ДСБ имеет место факторизация ФФС G_E и G_M, что придает им фундаментальный физический смысл, как величинам, определяющим вероятность перехода протона без переворота и с переворотом спина в случае, когда оси спиновых проекций совпадают и имеют вид (12).

С помощью МЭ (35), (36) расчет величин $|T|^2$ $(T^{\pm\delta,\,\delta} = (J_e)^{\mu}(J_p^{\pm\delta,\,\delta})_{\mu})$, определяющих сечение процесса $e\vec{p} \to e\vec{p}$ (34), сводится к вычислению шпуров:

$$|T^{+\delta,\delta}|^2 = 4M^2 G_E^2 Tr(\hat{p}_2+m)\hat{b}_0(\hat{p}_1+m)\hat{b}_0/2, \quad (38)$$
$$|T^{-\delta,\delta}|^2 = 4M^2\tau_p G_M^2 Tr(\hat{p}_2+m)\hat{b}_\delta(\hat{p}_1+m)\hat{b}^*_\delta/2. \quad (39)$$

В результате простых вычислений имеем:

$$|T^{+\delta,\delta}|^2 = \frac{G_E^2}{1+\tau_p}Y_1, \ \ |T^{-\delta,\delta}|^2 = \frac{\tau_p G_M^2}{1+\tau_p}Y_2, \quad (40)$$
$$Y_1 = (p_+q_+)^2 + q_+^2 q_-^2, \quad (41)$$
$$Y_2 = (p_+q_+)^2 - q_+^2(q_-^2 + 4m^2), \quad (42)$$

где $p_+ = p_1 + p_2$, $q_+ = q_1 + q_2$, $q_- = q_2 - q_1 = q$.

Отметим, что, во-первых, величины $|T^{\pm\delta,\delta}|^2$ (40) не зависят от поляризаций протонов, что согласуется с вышесказанным. Во-вторых, происхождение знаменателей в (40) обусловлено нормировкой 4-вектора b_0 (16) и соотношением $q_+^2 = 4M^2(1+\tau_p)$.

Величина $|T|^2$, определяющая сечение (34) процесса $e\vec{p}\to e\vec{p}$ в ДСБ (13), имеет вид (см. (27)):

$$|T_{\delta_1,\delta_2}|^2 = \omega_+|T^{+\delta,\delta}|^2 + \omega_-|T^{-\delta,\delta}|^2. \quad (43)$$

Отметим, что расчет величины $|T_{\delta_1,\delta_2}|^2$ в ДСБ с использованием стандартных методов [12, 13], дает совпадающий с (43) результат.

В результате для дифференциального сечения процесса $e\vec{p}\to e\vec{p}$ в ДСБ в ПСО имеем

$$\frac{d\sigma_{\delta_1,\delta_2}}{d|t|} = \frac{\pi\alpha^2}{4I^2(1+\tau_p)}\left(\omega_+G_E^2Y_1 + \omega_-\tau_pG_M^2Y_2\right)\frac{1}{q^4}. \quad (44)$$

Полагая в формуле (44) $\delta_2 = 0$ и удваивая результат, получаем выражение для сечения процесса $ep\to ep$ в ПСО для случая, когда все участвующие в процессе частицы являются неполяризованными:

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{\pi\alpha^2}{4I^2\,(1+\tau_p)}(G_E^2Y_1 + \tau_pG_M^2Y_2)\frac{1}{q^4}. \quad (45)$$

Это выражение совпадает с формулой (34.3.3) в [12].

Полученные выражения для $Y_{1,2}$ удобно выразить через переменные Мандельштама: $s = (p_1+q_1)^2$, $t = (q_2-q_1)^2$, $u = (q_2-p_1)^2$. Обращая связь, для скалярных произведений получим: $p_+q_+ = s-u$, $q_+^2 = 4M^2 - t$, $q_-^2 = t$, $\tau_p = -t/4M^2$, откуда имеем

$$Y_1 = (s-u)^2 + (4M^2-t)\,t, \quad (46)$$
$$Y_2 = (s-u)^2 - (4M^2-t)(t+4m^2). \quad (47)$$

Выражение $4I^2$ в (34) в переменных s,t,u имеет вид:

$$4I^2 = (s-(M+m)^2)(s-(M-m)^2) = \lambda(s,m^2,M^2),$$

где $\lambda(s,m^2,M^2)$ – функция Челлена.

Отметим, что в ЛСО выражение (44) принимает вид (7), если пренебречь массой электрона, а выражение (45), записанное в терминах s,t,u, совпадает с формулой (139.4) в [13].

Важно отметить также, что в литературе имеется достаточно информации для того, чтобы понять физический смысл не только разбиения формулы Розенблюта (1), но и самих ФФС. Толчком к достижению такого понимания могло бы послужить упражнение (8.7) в [11], где приводится явный вид спиральных амплитуд протонного тока $J_p^{\pm\lambda,\lambda}$ в СБ, где $q_1 = (q_0,-\mathbf{q})$, $q_2 = (q_0,\mathbf{q})$, $q = q_2 - q_1 = (0,2\mathbf{q})$.

Амплитуды $J_p^{\pm\lambda,\lambda}$, приведеные в [11], имеют вид:

$$J_p^{-\lambda,\lambda} = 2MG_Eb_0, \ J_p^{\lambda,\lambda} = -2\lambda|\mathbf{q}|\,G_M\,b_\lambda\,, \quad (48)$$

где M – масса протона, $2|\mathbf{q}| = \sqrt{Q^2}$, $Q^2 = -q^2$, b_λ – круговой 4-вектор, $b_\lambda = b_1 + i\lambda b_2$, $\lambda = \pm 1$,

$$\begin{aligned}(b_0)^\mu = (1,0,0,0), (b_1)^\mu = (0,1,0,0),\\ (b_2)^\mu = (0,0,1,0), (b_3)^\mu = (0,0,0,1).\end{aligned} \quad (49)$$

Поскольку в СБ направления импульсов начального и конечного протонов противоположны, то переход протона с сохранением знака спиральности является переходом с переворотом спина протона ($J_\mu^{\lambda,\lambda} = J_\mu^{\uparrow\downarrow} = J_\mu^{\delta,-\delta}$), а переход протона с изменением знака спиральности есть переход без переворота спина протона ($J_\mu^{-\lambda,\lambda} = J_\mu^{\downarrow\downarrow} = J_\mu^{-\delta,-\delta}$). В этом легко убедиться с помощью рис. 1.

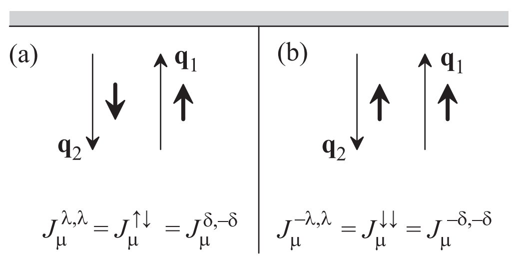

Рис. 1. Система Брейта начального и конечного протонов, где $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = 0$. Длинные (короткие) стрелки изображают импульсы (спины) протонов. Левый рисунок (a) соответствует переходу с сохранением спиральности ($\lambda_2 = \lambda_1 = +1$), при котором спин у протона переворачивается. Правый рисунок (b) соответствует переходу протона с изменением знака спиральности ($\lambda_1 = +1, \lambda_2 = -1$), при котором спин протона не переворачивается

В литературе переходы с сохранением спиральности довольно часто называют переходами без переворота спина. Пример СБ показывает, что такие утверждения могут быть ошибочными.

Сказанное выше позволяет переписать МЭ (48) в терминах амплитуд $J_p^{\pm\delta,\delta}$ ($\delta = \pm 1$), соответствующих переходам протона без переворота и с переворотом спина в случае, когда спины начального и конечного протона проектируются на одно общее направление, совпадающее с направлением движения конечного протона в СБ:

$$J_p^{\delta,\delta} = 2MG_E\, b_0,\ J_p^{-\delta,\delta} = -2\,\delta M\sqrt{\tau_p}\, G_M\, b_\delta. \qquad (50)$$

Отметим, во-первых, что МЭ (50) являются более удобными по сравнению со спиральными амплитудами (48), например, в случае перехода от СБ к ЛСО, в которой понятие спиральности для начального протона неприменимо. Во-вторых, явный вид МЭ (50) и МЭ (35), (36) в ДСБ (справедливых в ПСО) совпадает, при этом амплитуды (50) являются частным случаем МЭ (35), (36). Чтобы это показать, достаточно убедиться в том, что тетрада 4-векторов (16) переходит в СБ в тетраду единичных 4-векторов (49). Мы ограничим свое рассмотрение 4-векторами b_0 и b_3 в (16) и в (49). Действительно, поскольку 4-векторы b_0 и b_3 в (16) являются нормированными на единицу сумму $(q_+/\sqrt{q_+^2})$ и разность $(q_-/\sqrt{-q_-^2})$ 4-импульсов протонов, то для них в СБ при выборе направления движения конечного протона вдоль третьей оси имеем: $q_+ = q_1 + q_2 = (2q_0, 0, 0, 0)$, $q_- = q_2 - q_1 = (0, 0, 0, 2|\mathbf{q}|)$. В результате нормировки 4-векторы b_0 и b_3 в (16) переходят в СБ в единичные 4-векторы $b_0 = (1, 0, 0, 0)$ и $b_3 = (0, 0, 0, 1)$. Аналогично можно показать и переход 4-векторов b_1 и b_2 в (16) в соответствующие 4-векторы тетрады (49) в СБ.

Для обратного перехода от спиральных (48) или диагональных амплитуд (50) в СБ к МЭ протонного тока в ДСБ (35), (36) достаточно выразить тетраду (49), векторы которой входят в амплитуды протонного тока $J_\mu^{\pm\delta,\,\delta}$ (50), через 4-импульсы частиц, участвующих в реакции, используя алгоритм построения тетрады 4-векторов (16). При этом нет необходимости применять преобразования Лоренца для получения выражений, справедливых в ПСО.

Таким образом, содержащийся в [11] пример рассмотрения МЭ протонного тока в СБ однозначно является подсказкой к пониманию физического смысла как ФФС, так и разбиения формулы Розенблюта, но она, к сожалению, читателями [11] была не замечена.

Поскольку 4-векторы $J_\mu^{-\lambda,\lambda}$ и $J_\mu^{\lambda,\lambda}$ в (48) имеют отличные от нуля только временную и пространственные компоненты, то на этом основании в [11] их ошибочно объединяют в единый 4-вектор, т.е. пишут $J^\mu = (\rho, \mathbf{J})$, где $\rho = (J^{-\lambda,\lambda})_0, \mathbf{J} = \mathbf{J}^{\lambda,\lambda}$. Общий вид МЭ (26) в ДСБ позволяет эту ошибку исправить:

$$(J_p)_\mu = \omega_+(J_p^{+\delta,\delta})_\mu + \omega_-(J_p^{-\delta,\delta})_\mu, \qquad (51)$$

где $(J_p^{\pm\delta,\delta})_\mu$ – МЭ протонного тока (35), (36) в ДСБ.

В результате для симметричных частей адронного ($H_{\mu\nu}$) и лептонного ($L_{\mu\nu}$) тензоров имеем:

$$H_{\mu\nu} = \omega_+ H_{\mu\nu}^{\delta,\delta} + \omega_- H_{\mu\nu}^{-\delta,\delta}, \qquad (52)$$

$$H_{\mu\nu}^{\delta,\delta} = 4M^2\, G_E^2\, \frac{(q_+)_\mu (q_+)_\nu}{q_+^2}, \qquad (53)$$

$$H_{\mu\nu}^{-\delta,\delta} = 4M^2 \tau_p\, G_M^2\, \left(-g_{\mu\nu} + \frac{(q_+)_\mu (q_+)_\nu}{q_+^2}\right), \qquad (54)$$

$$L^{\mu\nu} = p_+^\mu p_+^\nu + q^2 g^{\mu\nu}. \qquad (55)$$

Таким образом, адронный тензор $H_{\mu\nu}$ (52) в ДСБ естественным образом разбивается на сумму вкладов, отвечающих переходам без переворота (53) и с переворотом (54) спина протона, которые в то же время являются вкладами продольной ($H_{\mu\nu}^{\delta,\delta} = H_{\mu\nu}^L$) и поперечной ($H_{\mu\nu}^{-\delta,\delta} = H_{\mu\nu}^T$) частей соответственно.

В случае неполяризованных протонов адронный тензор принимает вид

$$\overline{H}_{\mu\nu} = H_{\mu\nu}^L + H_{\mu\nu}^T. \qquad (56)$$

Перемножая тензоры $H_{\mu\nu}$ и $L^{\mu\nu}$, получаем выражение (43) для $|T_{\delta_1,\delta_2}|^2$.

Заключение. В работе в борновском приближении проведен расчет дифференциального сечения процесса $e\vec{p} \to e\vec{p}$ в ДСБ в ПСО. Полученное выражение для сечения (7) в ЛСО может быть использовано для измерения квадратов ФФС, G_E^2 и G_M^2, в процессах без переворота и с переворотом спина в случае, когда начальный протон полностью поляризован вдоль направления движения конечного протона. В асимптотическом пределе больших Q^2, когда $\tau_p \gg 1$, вклад в сечение (44) дают только переходы с переворотом спина протона, при которых спиральность сохраняется. Чтобы это понять, достаточно перейти из ПСО в СБ и воспользоваться рис. 1. Отметим, что вывод о перевороте спина в процессах с сохранением спиральности справедлив не только для протонов, но и для точечных электронов при $\tau_e \gg 1$.

1. M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. **79**, 615 (1950).
2. А. И. Ахиезер, М. П. Рекало, ЭЧАЯ **4**, 662 (1973).
3. М. В. Галынский, М. И. Левчук, ЯФ **60**(11), 2028 (1997).
4. M. K. Jones, K. A. Aniol, F. T. Baker et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **84**, 1398 (2000).
5. O. Gayou, K. Wijesooriya, A. Afanasev et al. (Collaboration), Phys. Rev. C **64** 038202 (2001).
6. O. Gayou, E. J. Brash, M. K. Jones et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **88**, 092301 (2002).
7. A. Puckett, E. J. Brash, O. Gayou et al. (Collaboration), Phys. Rev. C **85**, 045203 (2012).
8. I. A. Qattan, J. Arrington, R. E. Segel et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **94**, 142301 (2005).

9. S. Pacetti, R. Baldini Ferroli, and E. Tomasi-Gustafsson, Phys. Rept. **550–551**, 1 (2015).
10. М. В. Галынский, Э. А. Кураев, Ю. М. Быстрицкий, Письма в ЖЭТФ **88**(8), 555 (2008).
11. Ф. Хелзен, А. Мартин, *Кварки и лептоны*, Мир, М. (1987), 456 с.
12. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Наука, М. (1969), 624 с.
13. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, М. (1989), 724 с.
14. A. J. Puckett, arXiv: nucl-ex/1508.01456.
15. Ф. И. Федоров, ТМФ **2**(3), 343 (1970).
16. С. М. Сикач, Весцi АН БССР, Сер. фiз.-мат. навук **2**, 84 (1984).
17. М. В. Галынский, С. М. Сикач, ЭЧАЯ **29**(5), 1133 (1998).
18. Cédric Lorcé, Phys. Rev. D **97**, 016005 (2018).