Письма в ЖЭТФ, том 109, вып. 1, с. 36 – 42 © 2019 г. 10 января

Особенности динамики системы связанных джозефсоновских переходов с топологически тривиальными и нетривиальными барьерами: проявление майорановской моды[1)]

И. Р. Рахмонов[a,b 2)], *Ю. М. Шукринов*[a,c], *К. В. Куликов*[a], *Т. Белгибаев*[a,c], *А. Плесеник*[d 3)], *Д. В. Ангел*[e 3)], *В. Навроски*[f 3)]

[a] *Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[b] *Физико-технический институт им. С.У. Умарова АН РТ, 734063 Душанбе, Таджикистан*

[c] *Государственный университет "Дубна", 141980 Дубна, Россия*

[d] *Department of Experimental Physics, Comenius University, Bratislava, Slovakia*

[e] *Department of Theoretical Physics, Horia Hulubei National Institute of Physics and Nuclear Engineering, Romania*

[f] *Faculty of Electronics and Telecommunications, Poznan University of Technology, Poznan, Poland*

Поступила в редакцию 26 сентября 2018 г.
После переработки 31 октября 2018 г.
Принята к публикации 15 ноября 2018 г.

В работе демонстрируется возникновение параметрического резонанса и возбуждение продольной плазменной волны в системе связанных джозефсоновских переходов с топологически тривиальными и нетривиальными барьерами. Величина напряжения при резонансе, как функция параметра диссипации, демонстрирует минимум, при котором происходит смена условия параметрического резонанса с $\omega_J = 2\omega_{LPW}$ на $\omega_J = \omega_{LPW}$, где ω_J – частота Джозефсона и ω_{LPW} – частота образованной продольной плазменной волны. В случае системы с нетривиальными барьерами положение данного минимума сдвинуто относительно результата для системы с тривиальными барьерами, что может быть использовано для диагностики возникновения майорановских состояний.

DOI: 10.1134/S0370274X19010077

Многие физические и биологические объекты могут рассматриваться как система связанных нелинейных осцилляторов [1, 2]. В частности, в работах [2–7] таким образом рассматривалась система джозефсоновских переходов (ДП), в которых возможен новый тип колебаний электрического заряда вдоль стека ДП: продольная плазменная волна [8–12]. Продольная плазменная волна была обнаружена в экспериментах по микроволновому резонансному поглощению [13–16]. Целый ряд интересных явлений, связанных с продольной плазменной волной, возникает в джозефсоновской вихревой решетке во внутренних ДП в высокотемпературных сверхпроводниках [12]. Включение внешнего электромагнитного излучения, а также шунтирование LCR-элементами (L – инуктивность, C – емкость и R – сопротивление) системы связанных ДП позволяет воздействовать на ее резонансные свойства, в частности, на параметрический резонанс и продольную плазменную волну, и управлять ими [17–20]. При этом возникают двойные и триплетные резонансные эффекты [21].

В отличии от одного ДП, вольт-амперная характеристика (ВАХ) системы N связанных ДП обладает ветвистой структурой. При этом обобщается известная зависимость Мак-Камбера и Стюарта для тока возврата от параметра диссипации, полученная в случае одного ДП. Ток в точке излома I_{bp} на верхней ветви ВАХ, соответствующий параметрическому резонансу, зависит от параметров связи α и диссипации β, на $\alpha\beta$-зависимости I_{bp} имеются области, которые соответствуют рождению продольной плазменной волны с различными волновыми числами k [22, 23]. Следует отметить, что параметрическая неустойчивость является достаточно распространенным явлением для ДП [17]. В частности, на ВАХ системы N параллельно соединенных тождественных ДП обнаружены новые резонансные ступень-

[1)] См. дополнительные материалы к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

[2)] e-mail: rahmonov@theor.jinr.ru

[3)] A. Plecenik, D. V. Anghel, W. Nawrocki.

ки, обусловленные параметрическими неустойчивостями, которые возникают на ВАХ, и в отсутствии вихрей [2]. Длинные ДП также часто рассматриваются как одномерные системы N параллельно соединенных тождественных ДП [17]. Важная информация о природе точки излома на верхней ветви ВАХ, ее связи с параметрическим резонансом и величине волнового числа возникающей продольной плазменной волны, была получена в работе [24] при исследовании стеков с разным числом ДП.

В джозефсоновских переходах с топологически нетривиальными барьерами возможно существование майорановских фермионов, которые представляют существенный интерес для квантовых технологий [25–27]. Предполагается, что нетривиальные состояния образуются на границе или поверхности топологического изолятора [28], или полупроводниковой нанопроволки в присутствии спин–орбитальной связи Рашба и поля Зеемана [29]. Образование майорановских состояний в ДП приводит к туннелированию квазичастиц с зарядом e, в результате чего происходит удвоение периода осцилляций джозефсоновского тока $I_s = I_c \sin\varphi/2$ [30]. Вопрос о 4π-периодичности рассматривался в работе А.Ю. Китаева [31], где для экспериментального обнаружения майорановских фермионов предлагалось исследовать мостик из квантовой проволоки. Позже Квон и др. [32] продемонстрировали дробный нестационарный эффект Джозефсона, который подтвердил 4π–периодичность сверхпроводящего тока. Влияние 4π-периодичности сверхпроводящего тока на ток возврата и резонансные особенности двухконтактного-СКВИДа (SQUID – Superconducting Quantum Interference Device – сверхпроводящий квантовый интерферометр) продемонстрировано в работе [33]. На возможность регистрации майорановских состояний в ДП на основе исследования субгармонических нечетных ступенек Шапиро указывалась в работе [34]. Кроме того, в этой работе было показано проявление на ВАХ ДП с майорановскими состояниями дополнительной последовательности в лестничной структуре.

В настоящей работе мы обращаем внимание на другую возможность регистрации майорановских фермионов, которая основывается на использовании параметрического резонанса в системе ДП с топологически нетривиальными барьерами, а именно, β-зависимости напряжения в точке излома на ВАХ. Наличие точки излома на ВАХ было подтверждено экспериментально в работе [35]. Отметим, что до настоящего времени исследование динамики стека ДП с нетривиальными барьерами не проводилось. Не исследовался также вопрос о влиянии майорановских состояний на параметрический резонанс.

В рамках CCJJ+DC модели, описывающей систему связанных ДП [36, 37], предполагается, что отсутствие полного экранирования заряда в сверхпроводящем слое приводит к обобщенному скалярному потенциалу слоя Φ_l, определяемому через скалярный потенциал ϕ_l и производную фазы сверхпроводящего параметра порядка θ_l как $\Phi_l(t) = \phi_l - V_0\frac{d\theta_l}{dt}$, где $V_0 = \hbar\omega_p/(2e)$, $\omega_p = \sqrt{2eI_c/\hbar C}$ есть плазменная частота, I_c - критический ток и C – емкость ДП. Обобщенный скалярный потенциал связан с величиной плотности заряда Q_l на сверхпроводящем слое посредством $Q_l = -\frac{1}{4\pi r_D^2}\Phi_l$ [9, 38].

Когда через стек связанных ДП проходит внешний электрический ток, сверхпроводящие слои оказываются в неравновесном состоянии из-за инжекции квазичастиц и куперовских пар [38]. Наличие в них нескомпенсированного электрического заряда приводит к необходимости учета дополнительного тока между сверхпроводящими слоями. Этот вклад в квазичастичный ток, обусловленный разностью обобщенных скалярных потенциалов, называют диффузионным током $I^l_{\rm dif}$ [39, 40]. Можно записать следующие выражения для диффузионного тока

$$I^l_{\rm dif} = \frac{\Phi_l - \Phi_{l-1}}{I_cR} = -\frac{(Q_l - Q_{l-1})}{4\pi r_D^2 I_cR} = -\frac{(Q_l - Q_{l-1})}{2e^2N(0)I_cR}, \quad (1)$$

где $N(0)$ обозначает плотность состояний на уровне Ферми. С учетом диффузионного тока выражение для полного тока приобретает следующий вид:

$$I = C\frac{dV_l}{dt} + I_c\sin\varphi_l + \frac{\hbar}{2eR}\frac{d\varphi_l}{dt}, \quad (2)$$

где R – сопротивление. Оно отличается от соответствующего выражения для полного тока в CCJJ модели [9] третьим членом в правой части уравнения (2). В CCJJ модели он равен V_l/R.

Как отмечалось выше, наличие майорановских фермионов приводит к одноэлектронному туннелированию и удвоению периода разности фаз параметров порядка сверхпроводящих слоев [30, 31, 41]. В рамках модели CCJJ+DC [22, 23, 42] с учетом присутствия майорановских фермионов достаточно заменить $2e$ на e и φ на $\varphi/2$ в соответствующих членах уравнений. В обоих случаях, как тривиальном, так и нетривиальном, соотношение Джозефсона остается неизменным

$$\frac{\hbar}{e}\frac{d(\varphi_l/2)}{dt} = \frac{\hbar}{2e}\frac{d\varphi_l}{dt} = V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l), \quad (3)$$

где φ_l и V_l – разность фаз и напряжение в l-м ДП, соответственно, α – параметр емкостной связи. Выражение для тока I через ДП стека может быть записано в виде

$$I = C\frac{\partial V_l}{\partial t} + \frac{\hbar}{2eR}\frac{\partial \varphi_l}{\partial t} + I_c\left[\varepsilon \sin\varphi_l + (1-\varepsilon)\sin\frac{\varphi_l}{2}\right]. \quad (4)$$

Отметим, что для вывода обобщенной системы уравнений для обоих стеков, как с тривиальными, так и с нетривиальными барьерами, было использовано следующее выражение для сверхпроводящего тока $I_s = I_c\left[\varepsilon \sin\varphi_l + (1-\varepsilon)\sin\frac{\varphi_l}{2}\right]$, где ε – отношение 2π- и 4π-периодичного джозефсоновского тока через ДП, т.е. $\varepsilon = 1$ и $\varepsilon = 0$ относятся к тривиальному и нетривиальному случаям, соответственно. Параметр ε был введен Велдхорстом с соавторами в работе [41].

Используя соотношение Джозефсона (3) и выражение для тока (4), можно записать систему уравнений, описывающей динамику стека ДП в нормированных величинах, в виде

$$\begin{cases} \dfrac{d\varphi_l}{dt} = V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l), \\ \dfrac{dV_l}{dt} = I - \varepsilon\sin(\varphi_l) - (1-\varepsilon)\sin\left(\dfrac{\varphi_l}{2}\right) - \beta\dfrac{d\varphi_l}{dt}, \end{cases} \quad (5)$$

где $\beta = 1/R\sqrt{\hbar/(2eI_cC)}$ – параметр диссипации. В системе уравнений (5) время нормировано на ω_p^{-1}, напряжение – на V_0 и базовый ток I – на критический ток I_c. Отметим простую и важную связь между нетривиальным и тривиальным случаем. Различия и сходства этих случаев описываются простым скейлинговым соотношением. Если взять уравнения с $\varepsilon = 1$ и произвести замену $\varphi = \widetilde{\varphi}/2$, $V = \widetilde{V}/\sqrt{2}$, $t = \widetilde{t}/\sqrt{2}$, $\beta = \sqrt{2}\widetilde{\beta}$, то получатся уравнения нетривиального случая в переменных с тильдой.

В наших расчетах базовый ток увеличивался с $I_0 = 0.1$ до $I_{\max}$ и затем уменьшался до нуля с шагом $\Delta I = 0.0005$. При каждом фиксированном значении базового тока система дифференциальных уравнений (5) решалась методом Рунге–Кутта четвертого порядка во временном интервале с 0 до $T_{\max} = 800$ с шагом $\Delta t = 0.05$. В результате определялось напряжение V_l и разность фаз φ_l в l-ом ДП как функции времени. Затем полученные значения напряжения V_l усреднялись во временном интервале [50, 800]. Электрический заряд в сверхпроводящем слое вычислялся с использованием выражения $Q = Q_0(V_{l+1} - V_l)$ [42, 43], где $Q_0 = \varepsilon\varepsilon_0 V_0/r_D^2$. Детали вычислительного процесса представлены в работах [42, 43].

Рассчитанные вольт-амперные характеристики системы джозефсоновских переходов с тривиальными барьерами представлены на рис. 1. ВАХ демонстрируют гистерезис при малом параметре

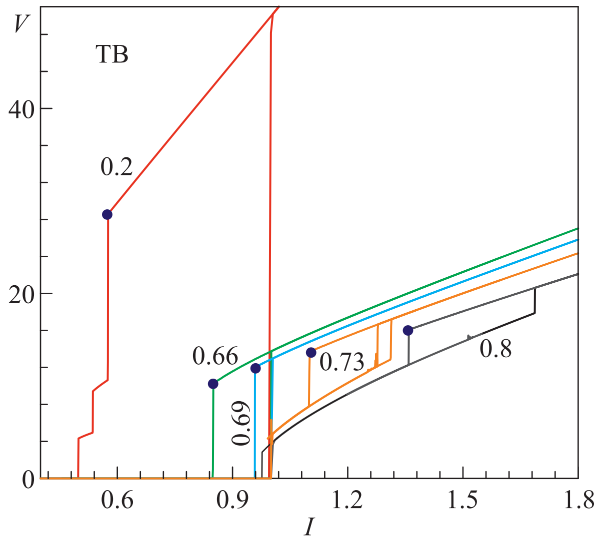

Рис. 1. (Цветной онлайн) Вольт-амперные характеристики системы с десятью джозефсоновскими переходами с топологически тривиальными барьерами, рассчитанные при $\alpha = 1$ и различных значениях параметра диссипации ($\beta = 0.2, 0.66, 0.69, 0.73, 0.8$); точки указывают положение точки излома ВАХ, где реализуется параметрический резонанс

диссипации ($\beta < 1$) и точку излома на верхней ветви [22, 23, 44], обозначенную темным кружком на всех кривых. Проявление точки излома на ВАХ системы ДП с тривиальными барьерами обсуждалось в работах [22, 23, 35, 44], где было показано, что данная область ВАХ соответствует образованию вдоль стека продольной плазменной волны. Отметим, что увеличение параметра диссипации β приводит к изменению наклона ВАХ, смещению точки излома и минимуму положения точки излома по напряжению (минимум при $\beta = 0.66$ на рис. 1). Ниже мы обсудим гистерезис, наблюдаемый при параметрах $\beta = 0.73, 0.8$ (рис. 1), возникающий в результате перехода системы с верхней ветви ВАХ на ветвь, соответствующую состоянию с стоячей или бегущей волной вдоль стека [45].

Естественно, что в случае стека с нетривиальными барьерами положение точки излома и частота соответствующего параметрического резонанса отличаются от тривиального случая в $\sqrt{2}$ раз. Зависимости напряжения в точке излома V_{BP} от β, демонстрирующие минимум для тривиального и нетривиального случаев, а также для нетривиального случая с учетом малой высшей гармоники представлены на рис. 2.

Более подробно зависимость V_{BP} от параметров связи α и диссипации β представлена на рис. 3.

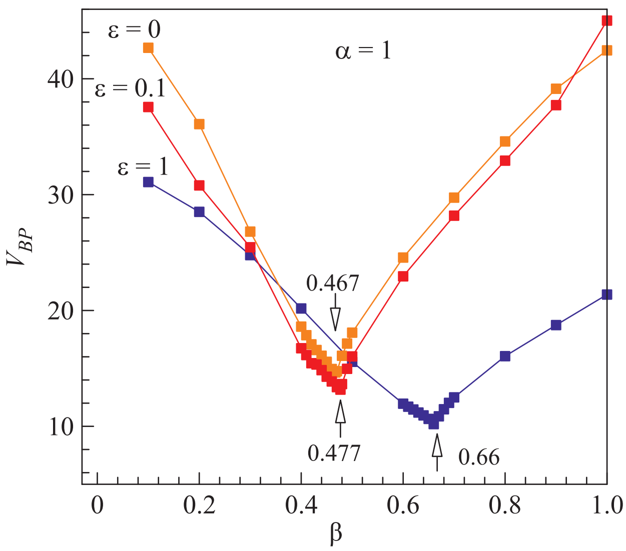

Рис. 2. (Цветной онлайн) V_{BP} как функция параметра диссипации β для системы ДП с параметром связи $\alpha = 1$ при значениях $\varepsilon = 0$, $\varepsilon = 0.1$ и $\varepsilon = 1$

Данная зависимость получена в результате анализа

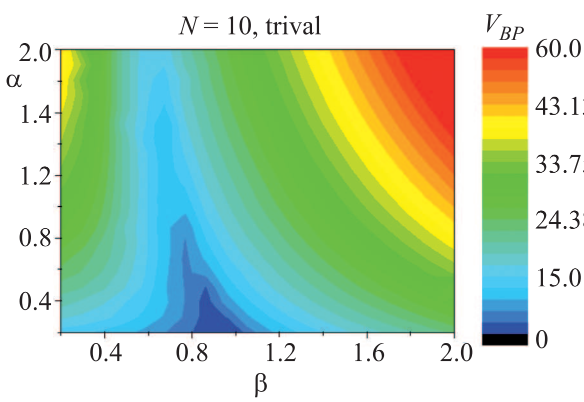

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость V_{BP} от параметров связи α и диссипации β для стека с $N = 10$ ДП с тривиальными барьерами

ВАХ стека при значениях α и β в интервале $[0.1, 2]$ с шагом 0.1. Цветом показана величина V_{BP}. С ростом α минимум смещается в сторону малых β и больших напряжений V_{BP}.

Возникает вопрос об устойчивости полученных результатов по отношению к флуктуациям параметров ДП вдоль стека, от одного ДП к следующему. Нами был исследован стек с учетом флуктуаций величины критического тока $|\delta I_c| \leq 0.01 I_c$ вдоль стека. В этом случае наблюдается небольшая деформация β-зависимости V_{BP} и относительно малое смещение минимума. Следовательно, полученные в работе результаты качественно не меняются и устойчивы по отношению к флуктуациям параметров ДП в стеке. Результаты сравнения зависимости напряжения в точке излома V_{BP} от β для стека при $\varepsilon = 0$ с учетом флуктуаций критического тока и без них, приведены в дополнительном материале к статье.

Обсудим причину возникновения наблюдаемого минимума на β– зависимости V_{BP}. На рисунке 4a, с показана временная зависимость заряда в сверхпроводящих слоях для стека с тривиальными барьерами для двух значений параметра диссипации. Видно, что эта зависимость имеет разный характер до ($\beta = 0.65$, $V_{BP} = 10.645$ и $I = 0.852$) и после ($\beta = 0.67$, $V_{BP} = 10.865$ и $I = 0.8835$) точки минимума. Соответственно, различаются и результаты Фурье анализа, представленные на рис. 4b, d. Результаты Фурье-анализа временной зависимости до минимума (см. рис. 4b) показывает частоту образованной продольной плазменной волны f_{LPW}, которая в два раза меньше джозефсоновской f_J. Дополнительный пик на результатах Фурье-анализа соответствует сумме частот $f_J + f_{LPW}$.

На результатах Фурье-анализа после минимума (см. рис. 4d) проявляется лишь $f_{LPW} = f_J$. Таким образом, наблюдается смена условия параметрического резонанса: до минимума резонанс реализуется при условии $2\omega_{LPW} = \omega_J$, а после минимума - при $\omega_{LPW} = \omega_J$. Это и приводит к возникновению минимума на зависимости $V_{BP}(\beta)$. При этом, как представлено на рис. 5 для нетривиального случая, также происходит возбуждение различных продольных плазменных волн. До минимума при $\beta = 0.465$ возникает продольная плазменная волна с $\lambda = 5a$ (рис. 5a), после него ($\beta = 0.47$) – $\lambda = 2a$ (рис. 5b), где a – период стека. В случае стека с нетривиальными барьерами минимум возникает при $\beta = 0.467$; параметрический резонанс и возбуждение продольной плазменной волны до и после минимума качественно соответствуют тривиальному случаю.

Поскольку параметрический резонанс на основной частоте в системе связанных джозефсоновских переходов ранее в литературе не обсуждался, нами проведен анализ временных зависимостей заряда на сверхпроводящих слоях в условиях резонанса (данные здесь не приводятся), который свидетельствует о том, что амплитуда осцилляций заряда увеличивается экспоненциально. Кроме того, как и ожидалось [46], ширина параметрического резонанса при возбуждении на основной частоте отличается от ширины резонанса на половинной. В таблице 1 представлены данные для сравнения ширины параметрического резонанса по напряжению для тривиального случая при $\alpha = 0.1$ и двух значений параметра дис-

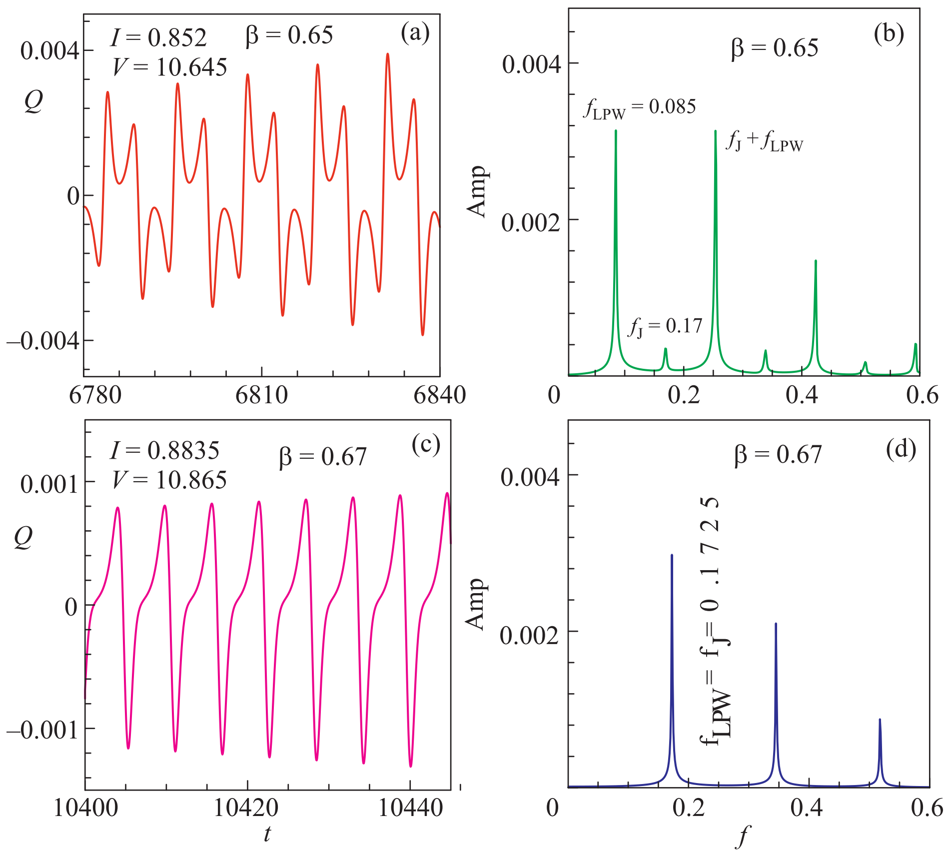

Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Временная зависимость заряда на сверхпроводящем слое при $\beta = 0.65$, рассчитанная для $I = 0.852$ и $V = 10.645$. (b) – Результаты Фурье-анализа временной зависимости, представленной на (a). (c) – То же самое, что на (a) при $\beta = 0.67$. (d) – Результаты Фурье-анализа временной зависимости заряда, представленной на (c)

сипации $\beta = 0.68$ и $\beta = 1$. При этом положения точек излома на ВАХ по напряжению практически совпадают, а резонансы при заданных параметрах возникают при $\omega_J = 2\omega_{LPW}$ и $\omega_J = \omega_{LPW}$, соответственно. Мы видим, что ширина области параметрического резонанса по частоте в случае, когда частота вынуждающей силы в два раза больше собственной частоты системы (т.е., $\omega_J = 2\omega_{LPW}$), значительно больше ширины резонанса на основной частоте.

Таблица 1. Ширина параметрического резонанса (V_{begin} – начало параметрического резонанса, V_{end} – его окончание)

β	$V_{\text{begin}}-V_{\text{end}}$	Ширина резонанса
0.68	8.496–2.827	5.669
1	8.484–7.330	1.154

При малой диссипации, в зависимости от величины параметра связи между переходами (при $\alpha = 1$, β меньше приблизительно 0.6), при параметрическом резонансе реализуется переход на внутренние ветви ВАХ, соответствующие состояниям стека с определенным числом осциллирующих ДП. Интересное явление наблюдается при достаточно сильной диссипации (больших β). При β больше 0.6 становится возможным состояние системы (и соответствующая ветвь на ВАХ), в котором сохраняется зарожденное при параметрическом резонансе состояние с продольной плазменной волной. Оно может реализовываться в виде стоячей волны для стеков с четным числом ДП, либо в виде бегущей продольной плазменной волны для стеков с нечетным числом ДП. ВАХ на рис. 1 при $\beta = 0.73$ и $\beta = 0.8$ демонстрируют такие ветви.

Как указывалось выше (см. рис. 5a, b), при параметрическом резонансе распределение электрического заряда вдоль стека с $N = 10$ ДП с нетривиальными барьерами демонстрирует стоячую волну длиной $\lambda = 5a$ и $\lambda = 2a$. В результате параметрического резонанса система переходит в состояние, в котором все ДП находятся в R-состоянии [9]. Другая картина наблюдается для стека с нечетным числом ДП. Рисунок 5c демонстрирует распределение заряда вдоль

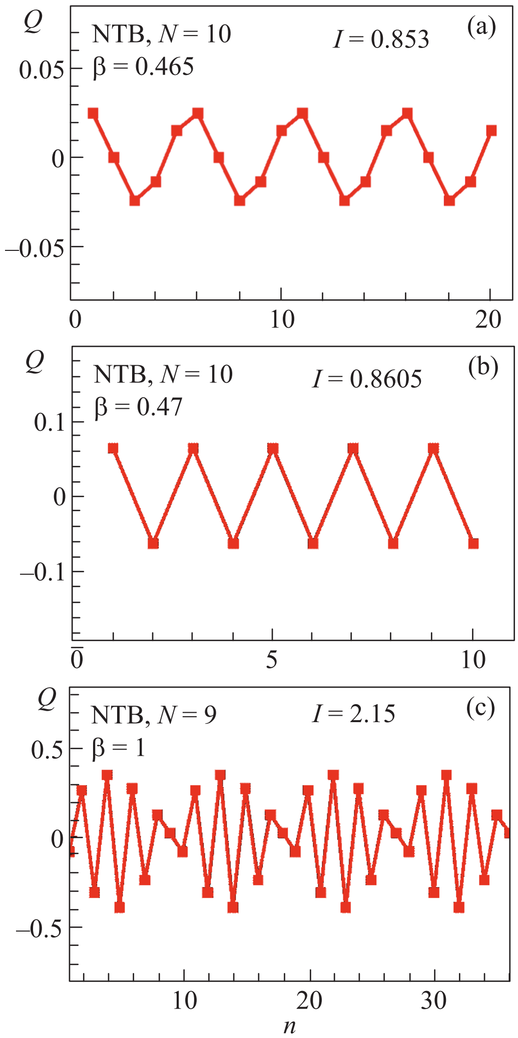

Рис. 5. (Цветной онлайн) (a) – Распределение электрического заряда вдоль стека с $N = 10$ ДП с нетривиальными барьерами в фиксированный момент времени при $\beta = 0.465$. (b) – То же самое при $\beta = 0.47$; (c) То же самое при $N = 9$ для тривиального случая при $\beta = 1$

стека с $N = 9$ ДП с тривиальными барьерами. В этом случае в результате параметрического резонанса система переходит в состояние с бегущей модулированной волной с $\lambda = 2$, что является отражением того факта, что на стеке укладывается нецелое число длин волн, а именно, 4.5λ. В дополнительном материале показаны анимации, демонстрирующие волны, представленные на рис. 5.

В заключение отметим, что исследование динамики и вольт-амперных характеристик системы связанных джозефсоновских переходов с тривиальными и нетривиальными барьерами позволяет выяснить причину возникновения минимума на зависимости напряжения при резонансе от параметра диссипации (параметра Мак-Камбера). Нами показано, что переход с верхней ветви на ветвь вольт-амперной характеристики, соответствующую состоянию системы с продольной плазменной волной вдоль стека, реализуется посредством параметрического резонанса. С ростом параметра диссипации в точке минимума происходит смена условия параметрического резонанса: $\omega_J = 2\omega_{LPW}$ сменяется условием $\omega_J = \omega_{LPW}$. В случае системы ДП с нетривиальными барьерами положение данного минимума сдвинуто относительно результата для системы с тривиальными барьерами в $\sqrt{2}$ раз, что может быть использовано для диагностики возникновения майорановских состояний в джозефсоновских переходах. Отметим также, что поскольку β-зависимость напряжения при параметрическом резонансе имитирует его температурную зависимость, то она может быть использована при экспериментальном анализе состояний с продольной плазменной волной в системе связанных джозефсоновских переходов.

Авторы благодарны Л.А. Фальковскому за ценные замечания, С. Дубничка (S. Dubnichka), Ф.Д. Бузату (F.-D. Buzatu) и В. Хмеловски (W. Chmielovski) за поддержку данной работы в рамках сотрудничества JINR-Slovakia, JINR-Romania, а также программой Bogoliubov–Infeld. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов 18-02-00318, 18-32-00950 и 18-52-45011, а также молодежного гранта ОИЯИ 18-302-08. Численные расчеты в данной работе выполнены за счет гранта РНФ (проект 18-71-10095).

1. S. H. Strogatz and I. Stewart, Scientific American **269**, 102 (1993).
2. S. Watanabe, S. H. Strogatz, H. S. J. Zant, and T. P. Orlando, Phys. Rev. Lett. **74**, 379 (1995).
3. P. Hadley, M. R. Beasley, and K. Wiesenfeld, Phys. Rev. B **38**, 8712 (1988).
4. K. Wiesenfeld and P. Hadley, Phys. Rev. Lett. **62**, 1335 (1989).
5. S. Watanabe and S. H. Strogatz, Phys. Rev. Lett. **70**, 2391 (1993).
6. S. Watanabe and S. H. Strogatz, Physica D **74**, 197 (1994).
7. A. V. Ustinov, M. Cirillo, and B. A. Malomed, Phys. Rev. B **47**, 8357 (1993).
8. T. M. Mishonov, Phys. Rev. B **44**, 12033 (1991).
9. T. Koyama and M. Tachiki, Phys. Rev. B **54**, 16183 (1996).
10. R. Kleiner, T. Gaber, and G. Hechtfischer, Phys. Rev. B **62**, 4086 (2000).
11. M. Tachiki, T. Koyama, and S. Takahashi, Phys. Rev. B **50**, 7065 (1994).

12. T. Koyama, Phys. Rev. B **68**, 224505 (2003).
13. Y. Matsuda, M. B. Gaifullin, K. Kumagai, K. Kadowaki, and T. Mochiku, Phys. Rev. Lett. **75**, 4512 (1995).
14. M. B. Gaifullin, Y. Matsuda, and L. N. Bulaevskii, Phys. Rev. Lett. **81**, 3551 (1998).
15. I. Kakeya, K. Kindo, K. Kadowaki, S. Takahashi, and T. Mochiku, Phys. Rev. B **57**, 3108 (1998).
16. K. Kadowaki, I. Kakeya, M. B. Gaifullin, T. Mochiku, S. Takahashi, T. Koyama, and M. Tachiki, Phys. Rev. B **56**, 5617 (1997).
17. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, Наука, М. (1985), с. 320.
18. Yu. M. Shukrinov, P. Seidel, E. Ilichev, W. Nawrocki, M. Grajcar, P. A. Plecenik, I. R. Rahmonov, and K. Kulikov, J. Phys. Conf. Ser. **393**, 012020 (2012).
19. A. N. Grib, P. Seidel, and J. Scherbel, Phys. Rev. B **65**, 094508 (2002).
20. E. Almaas and D. Stroud, Phys. Rev. B **65**, 134502 (2002).
21. Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, К. В. Куликов, Письма в ЖЭТФ **96**, 657 (2012).
22. Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, Phys. Rev. Lett. **98**, 157001 (2007).
23. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and M. Suzuki, Phys. Rev. B **78**, 134521 (2008).
24. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and N. F. Pedersen, Phys. Rev. B **75**, 104508 (2007).
25. E. Majorana, Nuovo Cimento **14**, 171 (1937).
26. L. Fu and C. L. Kane, Phys. Rev. Lett. **100**, 096407 (2008).
27. Y. Tanaka, T. Yokoyama, and N. Nagaosa, Phys. Rev. Lett. **103**, 107002 (2009).
28. L. Fu, C. L. Kane, and J. Mele, Phys. Rev. Lett. **98**, 106803 (2007).
29. J. D. Sau, R. M. Lutchyn, S. Tewari, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **104**, 040502 (2010).
30. L. Fu and C. L. Kane, Phys. Rev. B **79**, 161408 (R) (2009).
31. A. Yu. Kitaev, Usp. Fiz. Nauk **171**, 131 (2001).
32. H.-J. Kwon, K. Sengupta, and V. M. Yakovenko, Eur. Phys. J. B **37**, 349 (2004).
33. I. R. Rahmonov, Yu. M. Shukrinov, and R. Dawood, JETP Lett. **103**, 395 (2016).
34. M. Maiti, K. M. Kulikov, K. Sengupta, and Y. M. Shukrinov, Phys. Rev. B **92**, 224501 (2015).
35. A. Irie, Yu. M. Shukrinov, and G. I. Oya, Appl. Phys. Lett. **93**, 152510 (2008).
36. M. Machida, T. Koyama, A. Tanaka, and M. Tachiki, Physica C **330**, 85 (2000).
37. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and P. Seidel, Physica C **449**, 62 (2006).
38. D. A. Ryndyk, Phys. Rev. Lett. **80**, 3376 (1998).
39. J. Keller and D. A. Ryndyk, Phys. Rev. B **71**, 054507 (2005).
40. S. Artemenko and A. Kobelkov, Phys. Rev. Lett. **78**, 3551 (1997).
41. M. Veldhorst, C. G. Molenaar, C. J. M. Verwijs, H. Hilgenkamp, and A. Brinkman, Phys. Rev. B **86**, 024509 (2012).
42. Yu. M. Shukrinov and I. R. Rahmonov, JETP **115**, 289 (2012).
43. Yu. Shukrinov, I. Rahmonov, and M. Hamdipour, LNCS **7125**, 234 (2012).
44. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and N. F. Pedersen, Phys. Rev. B **75**, 104508 (2007).
45. A. Zubarev, M. Cuzminschi, I. R. Rahmonov, and Yu. M. Shukrinov, *Материалы XXII международного симпозиума “Нанофизика и наноэлектроника”*, **1**, 26 (2018).
46. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*: учеб. пособ.: для вузов, в. 10 т. Т. I. *Механика*, 5-е изд., стереот., Физматлит, М. (2004), 224 с.